T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

BİLİMSEL ARAŞTIRMA PROJELERİ KOORDİNASYON BİRİMİ

KESİRLİ MERTEBEDEN KISMİ DİFERANSİYEL DENKLEM SİSTEMLERİNİN YENİ ANALİTİK ÇÖZÜMLERİ

Proje No: **FBA-2021-4760**

Genel Araştırma Projesi

SONUÇ RAPORU

Proje Yürütücüsü:
Prof. Dr. Aydın Seçer
Kimya-Metalurji Fakültesi /Matematik Mühendisliği

Araştırmacılar:
Prof. Dr. Mustafa BAYRAM
Dr. Neslihan ÖZDEMİR
Arş. Gör. Dr. Melih ÇINAR
Arş. Gör. Handenur ESEN
Arş. Gör. İsmail ÖNDER

Kasım 2022

İSTANBUL

Bu çalışma, Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri birimi Koordinasyon Birimi tarafından FBA-2021-4760 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER 2

BÖLÜM 1 5

Literatür Araştırması ve Giriş 5

BÖLÜM 2 9

Kesirli Mertebeden Türev Tanımları ve Özellikleri 9

- 2.1 Conformable (Uyumlu) Türev 9
- 2.2 M-truncated Türev 9

BÖLÜM 3 11

Sardar Alt Adi Diferansiyel Denklem Yöntemi ve Conformable, M-Truncated Türev Tanımlı Doğrusal Olmayan Genelleştirilmiş Zakharov Dinamik Sisteminin Tanıtılması 11

- 3.1 Sardar Alt Adi Diferansiyel Denklem Yöntemi 11
- 3.2 Uyumlu türev ile tanımlı doğrusal olmayan genelleştirilmiş Zakharov dinamik sistemi 14
- 3.3 M-truncated türev ile tanımlı doğrusal olmayan genelleştirilmiş Zakharov dinamik sistemi 14
- 3.4 Doğrusal olmayan genelleştirilmiş Zakharov dinamik sistemlerine dalga dönüşümlerinin uygulanması 14

BÖLÜM 4 16

Sardar Alt Adi Diferansiyel Denklem Yönteminin Conformable ve M-Truncated Türev Tanımlı Doğrusal Olmayan Genelleştirilmiş Zakharov Dinamik Sistemine Uygulanması ve Elde Edilen Analitik Çözümler 16

- 4.1 Uyumlu türev ile tanımlı genelleştirilmiş Zakharov dinamik sisteminin analitik çözümleri 17
- 4.2 M-truncated türev ile tanımlı genelleştirilmiş Zakharov dinamik sisteminin analitik çözümleri 19

BÖLÜM 5 26

Sonuç ve Öneriler 26

KAYNAKLAR 41

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 5.1. $\left|\Phi_1^{+}(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi 27

Şekil 5.2. $\mathrm{Im}\left(\Phi_1^{+}(x,t)\right)$ fonksiyonunun üç boyutlu görüntüsü 27

Şekil 5.3. $\left|\Phi_1^{+}(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun için çizilmiş iki boyutlu grafiği 28

Şekil 5.4. Çeşitli ϖ değerleri için $\left|\Phi_1^{+}(x,1)\right|^2$ grafiği 29

Şekil 5.5. Farklı κ değerleri için $\left|\Phi_1^{+}(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun grafiği 30

Şekil 5.6. Farklı λ değerlerinde $\left|\Phi_1^{+}(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun gösterimi 30

Şekil 5.7. $\vartheta_1(x,t)$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi 31

Şekil 5.8. $\vartheta_1(x,t)$ fonksiyonunun $t=1,2,3$ için iki boyutlu grafiği 31

Şekil 5.9. $\left|\Phi_5^{-}(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun üç boyutlu görünümü 32

Şekil 5.10. $\mathrm{Im}\left(\Phi_5^{-}(x,t)\right)$ üç boyutlu görüntüsü 33

Şekil 5.11. $\left|\Phi_5^{-}(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun $t=1,2,3$ için iki boyutlu görüntüsü 33

Şekil 5.12. Çeşitli ϖ değerleri için $\left|\Phi_5^{-}(x,1)\right|^2$ 34

Şekil 5.13. Farklı κ değerlerinde $\left|\Phi_5^{-}(x,1)\right|^2$ 35

Şekil 5.14. Çeşitli λ değerleri için $\left|\Phi_5^{-}(x,1)\right|^2$ 35

Şekil 5.15. $\vartheta_5(x,t)$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi 36

Şekil 5.16. $\vartheta_5(x,t)$ fonksiyonunun $t=1,2,3$'teki iki boyutlu gösterimi 36

Şekil 5.17. $\left|\Phi_9^{-}(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi 37

Şekil 5.18. $\mathrm{Im}(\Phi_9^{-}(x,t))$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi 38

Şekil 5.19. $\left|\Phi_9^-(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun $t=1,2,3$ için iki boyutlu grafiği 38

Şekil 5.20. $\vartheta_9(x,t)$ üç boyutlu grafik gösterimi 39

Şekil 5.21. $\vartheta_9(x,t)$ fonksiyonunun $t=1,2,3$ için iki boyutlu şekli 39

Şekil 5.22. Üç boyutlu $\left|\Phi_{14}^+(x,t)\right|^2$ grafiği 40

Şekil 5.23. Üç boyutlu $\mathrm{Im}\left(\Phi_{14}^+(x,t)\right)$ grafiği 40

Şekil 5.24. $t=1,2,3$ için iki boyutlu $\left|\Phi_{14}^+(x,t)\right|^2$ grafiği 41

Şekil 5.25. Farklı λ değerlerinde iki boyutlu $\left|\Phi_{14}^+(x,1)\right|^2$ grafiği 41

Şekil 5.26. Üç boyutlu $\left|\vartheta_{14}(x,t)\right|^2$ grafiği 42

Şekil 5.27. $t=1,2,3$ için iki boyutlu $\left|\vartheta_{14}(x,t)\right|^2$ gösterimi 42

BÖLÜM 1

Literatür Araştırması ve Giriş

Doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemler (DOKDD), doğadaki doğrusal olmayan farklı fiziksel olayları modellemektedir. DOKDD tarafından modellenen çeşitli modellerin yeni analitik çözümlerinin elde edilmesi; akışkanlar dinamiği, fiber optik, plazma fiziği ve optik dahil olmak üzere lineer olmayan fizik alanlarında geniş bir uygulamaya sahiptir. Sembolik hesaplama sistemlerinin de hızla büyümesi göz önüne alındığında, soliton çözümleri lineer olmayan fiziksel olguları analiz etmeyi mümkün kıldığından; DOKDD'in soliton çözümlerinin incelenmesi son dönemlerde araştırmacıların oldukça ilgisini çekmektedir [1-3]. DOKDD'in analitik çözümlerini elde etmek için araştırmacılar tarafından uygulanan; birinci integral metodu (first integral method) [4,5], genişletilmiş Kudryashov yöntemi (extended Kudryashov method) [6], Riccati Bernoulli alt denklem tekniği (Riccati Bernoulli sub-ODE technique) [7,8], değiştirilmiş basit denklem tekniği (the modified simple equation technique) [9], genişletilmiş rasyonel sine-cosine ve sinh-cosh yöntemi (extended rational sine-cosine and sinh-cosh method) [10] gibi farklı teknikler literatürde yer almaktadır.

Gerçek dünya problemlerini modellemek için araştırmacılar tarafından büyük emek harcanmaktadır. Böylece, daha iyi modellemeler yapabilmek için kesirli hesaplama, matematiğin yeni ve önemli bir alanı haline gelmiştir. Aynı zamanda farklı bilim dallarında da geniş uygulama alanına sahip olan kesirli türevin literatürde birçok farklı tanımı ve özellikleri mevcuttur. Riemann-Liouville [11], Caputo [12] ve Atangana-Baleanu [13] türevlerinin yanı sıra son yıllarda conformable [14], M-truncated [15] ve beta türevleri [16] gibi yeni tanımlı türevler araştırmacılar tarafından çalışılmaktadır.

1972'de Vladimir Zakharov tarafından iyonize bir plazmada Langmuir dalgalarının yayılması tanımlandı [17]. Elektron ve iyon arasında büyük bir kütle farkı olduğundan hızlı ve yavaş olarak iki zaman ölçeğini gösterir. Bu ölçekler yardımı ile, gerçek fonksiyon $\vartheta(x,t)$; iyon yoğunluğunun dengeden sapmasını ve karmaşık fonksiyon $\Phi(x,t)$ elektronlar tarafından geliştirilen elektrik alanının hızlı zaman ölçeği elemanını temsil etmektedir. Doğrusal olmayan Zakharov denklem sistemi, plazma fiziğindeki güçlü Langmuir türbülansının etkili bir biçimde incelenmesini sağlar [18,19]. Zakharov denklem sistemi,

$$\begin{cases} i\dfrac{\partial \Phi}{\partial t}+\dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}=\vartheta\Phi, \\ \dfrac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2}-\dfrac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}=\dfrac{\partial^2 |\Phi|^2}{\partial x^2}, \end{cases}$$

olarak tanımlanır.

Doğrusal iyon akustiğinin dalga dinamiği dikkate alındığında, bu denklemde iyon sönümlenmesi için tanımlanan parametreler çok büyük olduğundan ve geçiş sönümlemesi ile iyon doğrusalsızlıkları, Zakharov denklemleri tarafından etkin bir şekilde belirtilmez. Dinamik-plazma denklemleri nedeniyle, iki zaman ölçeği ile tanımlanan akışkan plazmanın ortalama süresi kullanılarak bu sistem kendiliğinden oluşan manyetik alanı içerecek şekilde genelleştirilmiştir ve aşağıda verilen yapıda olup genelleştirilmiş Zakharov sistemi olarak adlandırılmaktadır [20,21]:

$$\begin{cases} i\dfrac{\partial \Phi}{\partial t}+\dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}-2\lambda|\Phi|^2\,\Phi+2\vartheta\Phi=0, \\ \dfrac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2}-\dfrac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 |\Phi|^2}{\partial x^2}=0. \end{cases}$$

Bu proje çalışmasında; daha iyi modelleme elde etmek için, conformable ve M-truncated türev gibi çeşitli türev operatörleri ile tanımlanmış, lineer olmayan genelleştirilmiş kompleks Zakharov dinamik sisteminin analitik ve soliton çözümlerinin, Sardar alt adi diferansiyel denklem tekniği ile bulunması amaçlanmaktadır.

Literatürde, lineer olmayan genelleştirilmiş kompleks Zakharov sistemi üzerine çalışmalar mevcuttur. Layeni, bu sistemin yeni kesin çözümlerini bulmak için, G'/G ve genelleştirilmiş projektif Riccati denklemi yönteminin daha kapsamlı biçimi olan yeni rasyonel auxiliary (yardımcı) metod kullanırken [22], Borhanifar, Kabir ve Vahdat exp-fonksiyon tekniğini kullanmıştır [23]. Demiray ve Bulut, genişletilmiş deneme denklemi yöntemini kullanarak, genelleştirilmiş Zakharov sisteminin soliton, rasyonel, Jacobi eliptik ve hiperbolik fonksiyon çözümlerini elde etmişlerdir [24]. Buhe ve Bluman, simetrinin bazı alt cebirlerine dayalı olarak; genelleştirilmiş Zakharov sisteminin, Airy fonksiyonları, Bessel fonksiyonları, Whittaker fonksiyonları ve genelleştirilmiş hipergeometrik fonksiyonları içeren çok sayıda yeni kesin çözümünü elde etmişlerdir [25]. Abdelrahman ve Sohaly, genelleştirilmiş Zakharov sisteminin analitik hareketli dalga çözümlerini elde etmek için Riccati-Bernoulli sub-ODE tekniğini kullanmışlardır [26]. Zheng, Shang ve Peng, genelleştirilmiş Zakharov denkleminin periyodik ilerleyen dalga çözümlerinin yörünge kararlılığını incelemişlerdir [27]. Varyasyonel yaklaşım kullanılarak, ele alınan sisteminin soliter dalga çözümü Zhang tarafından elde edilmiştir [28]. Betchewe, Thomas, Victor ve Crepin, periyodik ve lokalize soliter dalga çözümlerinin birçok ailesini üretmek için dinamik sistemlerin bifurcation teorisini ele alınan sisteme uygulamayı amaçlamışlardır [29].

Doğrusal olmayan kompleks, kesirli türevli genelleştirilmiş Zakharov sisteminin analitik ve soliter hareketli dalga çözümleri, Seadawy ve Khater tarafından, genelleştirilmiş Kudryashov ve yeni $\left(\frac{G'}{G}\right)$-genişleme yöntemi ile elde edilmiştir [30]. Çınar ve diğerleri, uyumlu (conformable) ve M-truncated kesir operatörleri ile tanımlı doğrusal olmayan kompleks genelleştirilmiş Zakharov dinamik sisteminin yeni kesin çözümlerini elde etmek için genişletilmiş rasyonel sine-cosine ve sinh-cosh yönteminden yararlanmışlardır [31]. Benli, zamana göre kesirli mertebeden türevli genelleştirilmiş Zakharov sisteminin çözümlerini, kesirli doğal ayrıştırma tekniği ile elde etmeyi amaçlamıştır [32].

Sardar alt adi diferansiyel denklem tekniği, doğadaki çeşitli olayları modelleyen DOKDD’lere başarıyla uygulanabilen ve bol miktarda soliton üreten bir analitik yöntemdir. Bu yaklaşımı içeren parametrelere özel değerler verilmesi durumunda, fonksiyonel değişken yöntemi (functional variable method), iz denklemi tekniği (trial equation technique) ve birincil integral yöntemi (first integral method) gibi diğer yaklaşımlardan elde edilen soliter dalga çözümlerini içeren çözümler elde edilmesi muhtemeldir. Sardar alt adi diferansiyel denklem metodunu kullanarak, [33]’de çift kırılmada çapraz faz modülasyonu varlığında birleştirilmiş doğrusal olmayan Schrödinger denkleminin W-şekilli aydınlık (bright), karanlık (dark) optik solitonları, trigonometrik ve tekil fonksiyon çözümleri elde edilmiştir. Sardar alt adi diferansiyel denklem yardımıyla [34]’te perturbe Fokas-Lenells denkleminin karanlık, tekil ve periyodik çözümleri bulunurken, [35]'te (3+1)-boyutlu Wazwaz-Benjamin-Bona-Mahony denkleminin çözümü amaçlanmıştır. Ancak, kesirli türev ile tanımlı doğrusal olmayan denklemlerin önerilen yöntem ile çözümü üzerine literatürde çok fazla çalışma bulunmamaktadır. Bu yöntem aracılığıyla, uyumlu türevle tanımlı rezonans lineer olmayan Schrödinger denkleminin hiperbolik ve trigonometrik fonksiyon içeren yeni hareketli dalga çözümleri [36]'da ve Atangana uyumlu türevi ile tanımlı Sasa-Satsuma denkleminin aydınlık, karanlık ve periyodik soliton içeren analitik çözümleri [37]'de elde edilmiştir.

BÖLÜM 2

Kesirli Mertebeden Türev Tanımları ve Özellikleri

Bu bölümde, conformable (uyumlu), M-truncated ve beta türevlerinin tanımı ve özellikleri verilecektir.

2.1 Conformable (Uyumlu) Türev

Tanım 2.1.1. $p:[0,\infty)\to\Re$ bir fonksiyon olsun. $\forall t>0$ ve $\alpha\in(0,1]$ için, $p(t)$ fonksiyonunun $\alpha.$ mertebeden conformable türevi,

$$D_t^{\alpha}\left(p(t)\right)=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{p\left(t+\varepsilon t^{1-\alpha}\right)-p(t)}{\varepsilon}$$

şeklinde tanımlıdır [14].

Teorem 2.1.1. [14] $0<\alpha\le 1$ için $p(t)$ ve $q(t)$, $t>0$ noktasında α diferensiyellenebilir olsun. Bu durumda,

1. $D_t^{\alpha}\left(t^{\gamma}\right)=\gamma t^{\gamma-\alpha}$, $\forall\gamma\in\Re$;
2. Tüm $p(t)=k$ biçimindeki sabit fonksiyonlar için $D_t^{\alpha}(k)=0$ dır.
3. $\lambda\in\Re$ için $D_t^{\alpha}\left(\lambda p(t)\right)=\lambda D_t^{\alpha}\left(p(t)\right)$,
4. $\lambda,\mu\in\Re$ için $D_t^{\alpha}\left(\lambda p(t)+\mu q(t)\right)=\lambda D_t^{\alpha}\left(p(t)\right)+\mu D_t^{\alpha}\left(q(t)\right)$,
5. $D_t^{\alpha}\left(p(t)q(t)\right)=q(t)D_t^{\alpha}\left(p(t)\right)+p(t)D_t^{\alpha}\left(q(t)\right)$,
6. $D_t^{\alpha}\left(\frac{p(t)}{q(t)}\right)=\frac{q(t)D_t^{\alpha}\left(p(t)\right)-p(t)D_t^{\alpha}\left(q(t)\right)}{q^2(t)}$, $q(t)\neq 0$,
7. $p(t)$ fonksiyonunun birinci türevi mevcut ise, $D_t^{\alpha}p(t)=t^{1-\alpha}\frac{dp(t)}{dt}$.

2.2 M-truncated Türev

Tanım 2.2.1. $z\in C$ ve $\beta>0$ olmak üzere, truncated Mittag-Leffler fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlıdır [15]:

$${}_{i}E_{\beta}(z)=\sum_{n=0}^{j}\frac{z^n}{\Gamma(\beta n+1)}.$$

Tanım 2.2.2. $p:[0,\infty)\to\Re$ bir fonksiyon olsun. $\forall t>0$, $\beta>0$ ve ${}_{i}E_{\beta}(.)$ truncated Mittag-Leffler fonksiyonu olmak üzere p fonksiyonunun $\alpha.$ mertebeden M- truncated türevi,

$$D_M^{\alpha,\beta}p(t)=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{p\left(t+{}_{i}E_{\beta}\left(\varepsilon t^{-\alpha}\right)\right)-p(t)}{\varepsilon},\ \alpha\in(0,1)$$

şeklinde tanımlanır [15].

Teorem 2.2.1. $0<\alpha\le 1$, $\beta>0$ için $p(t)$ fonksiyonu, $t_0>0$ noktasında α diferensiyellenebilir ise, $p(t)$ fonksiyonu t_0 da süreklidir [15].

Teorem 2.2.2. [15] $0<\alpha\le 1$, $\beta>0$ için $p(t)$ ve $q(t)$, $t>0$ noktasında α diferensiyellenebilir olsun. Bu durumda,

1. $D_M^{\alpha,\beta}\left(t^{\gamma}\right)=\gamma t^{\gamma-\alpha}$, $\gamma\in\Re$,
2. $D_M^{\alpha,\beta}\left(\lambda p(t)+\mu q(t)\right)=\lambda D_M^{\alpha,\beta}\left(p(t)\right)+\mu D_M^{\alpha,\beta}\left(q(t)\right)$, $\forall\lambda,\mu\in\Re$,
3. $D_M^{\alpha,\beta}\left(p(t)q(t)\right)=p(t)D_M^{\alpha,\beta}\left(q(t)\right)+q(t)D_M^{\alpha,\beta}\left(p(t)\right)$,
4. $D_M^{\alpha,\beta}\left(\dfrac{p(t)}{q(t)}\right)=\dfrac{p(t)D_M^{\alpha,\beta}\left(q(t)\right)-q(t)D_M^{\alpha,\beta}\left(p(t)\right)}{q(t)^2}$,
5. $p(t)$ diferansiyellenebilir ise, $D_M^{\alpha,\beta}p(t)=\dfrac{t^{1-\alpha}}{\Gamma(\beta+1)}\dfrac{dp(t)}{dt}$.

BÖLÜM 3

Sardar Alt Adi Diferansiyel Denklem Yöntemi ve Conformable, M-Truncated Türev Tanımlı Doğrusal Olmayan Genelleştirilmiş Zakharov Dinamik Sisteminin Tanıtılması

Bu bölümde, Sardar alt adi diferansiyel denklem yönteminin tanıtılması, genelleştirilmiş Zakharov dinamik sisteminin uyumlu türev ve M-truncated türev ile tanımlı modellerinin sunulması ve dalga dönüşümlerinin bu modellere uygulanarak lineer olmayan adi diferansiyel denklem sisteminin elde edilmesi verilecektir.

3.1 Sardar Alt Adi Diferansiyel Denklem Yöntemi

Bu bölümde, Sardar alt adi diferansiyel denklem yönteminin genel algoritması ifade edilecektir.

$\phi=\phi(x,t)$ bilinmeyen bir fonksiyon ve N ise, ϕ ve türevlerini içeren bir polinom olmak üzere,

$$N\left(\phi,\phi_x,\phi_t,\phi_{xx},\phi_{xt},\phi_{tt},\ldots\right)=0, \tag{3}$$

şeklinde lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemini ele alalım. (3) denklemini çözmek için aşağıdaki hareketli dalga dönüşümü ele alınır:

$$\phi(x,t)=V(\xi), \quad \xi=x-\upsilon t, \quad \upsilon\neq 0. \tag{4}$$

Burada υ, dalganın hızı ve daha sonra elde edilecek bir sabit sayıdır. (4) denklemi, (3) denkleminde yerine yazıldığında aşağıdaki formda adi diferansiyel denkleme dönüşür:

$$P\left(V,V',V'',V''',\ldots\right)=0, \tag{5}$$

bu denklemde, $V=V(\xi),\ V'=\dfrac{dV}{d\xi}$ formundadır. Kabul edelim ki, (5) denkleminin çözümü,

$$V(\xi)=\sum_{j=0}^{N}A_j\psi^j\left(\xi\right), \tag{6}$$

şeklinde olsun ve ψ fonksiyonu aşağıdaki denklemi sağlasın:

$$\left(\psi'\left(\xi\right)\right)^2=\sigma+\tau\psi^2\left(\xi\right)+\mu\psi^4\left(\xi\right). \tag{7}$$

Burada σ, τ ve μ reel sabitlerdir. (7) denkleminin çözümleri aşağıdaki gibidir:

1. Durum: Eğer $\tau>0$ ve $\sigma=0$ ise, o halde (7) denkleminin çözümleri:

$$\psi_1^{\pm}\left(\xi\right)=\pm\sqrt{-\frac{mn\tau}{\mu}}\,\mathrm{sech}_{mn}\left(\sqrt{\tau}\xi\right),\quad (\mu<0),$$

$$\psi_2^{\pm}\left(\xi\right)=\pm\sqrt{\frac{mn\tau}{\mu}}\,\mathrm{csch}_{mn}\left(\sqrt{\tau}\xi\right),\quad (\mu>0),$$

şeklindedir. Burada,

$$\mathrm{sech}_{mn}\left(\xi\right)=\frac{2}{me^{\xi}+ne^{-\xi}},\quad \mathrm{csch}_{mn}\left(\xi\right)=\frac{2}{me^{\xi}-ne^{-\xi}}$$

dir.

2.Durum: Eğer $\tau<0\ \ \mu>0$ ve $\sigma=0$ ise, o halde (7) denkleminin çözümleri:

$$\psi_3^{\pm}\left(\xi\right)=\pm\sqrt{-\frac{mn\tau}{\mu}}\,\sec_{mn}\left(\sqrt{-\tau}\xi\right),$$

$$\psi_4^{\pm}\left(\xi\right)=\pm\sqrt{-\frac{mn\tau}{\mu}}\,\csc_{mn}\left(\sqrt{-\tau}\xi\right),$$

şeklindedir. Burada,

$$\sec_{mn}\left(\xi\right)=\frac{2}{me^{i\xi}+ne^{-i\xi}},\quad \csc_{mn}\left(\xi\right)=\frac{2i}{me^{i\xi}-ne^{-i\xi}}$$

dir.

3.Durum: Eğer $\tau<0$, $\mu>0$ ve $\sigma=\dfrac{\tau^2}{4\mu}$ ise, o halde (7) denkleminin çözümleri:

$$\psi_5^{\pm}\left(\xi\right)=\pm\sqrt{-\frac{\tau}{2\mu}}\,\tanh_{mn}\left(\sqrt{-\frac{\tau}{2}}\xi\right),$$

$$\psi_6^{\pm}\left(\xi\right)=\pm\sqrt{-\frac{\tau}{2\mu}}\,\coth_{mn}\left(\sqrt{-\frac{\tau}{2}}\xi\right),$$

$$\psi_7^{\pm}(\xi) = \pm\sqrt{-\frac{\tau}{2\mu}}\left(\tanh_{mn}\left(\sqrt{-2\tau}\xi\right) \pm i\sqrt{mn}\,\mathrm{sech}_{mn}\left(\sqrt{-2\tau}\xi\right)\right),$$

$$\psi_8^{\pm}(\xi) = \pm\sqrt{-\frac{\tau}{2\mu}}\left(\coth_{mn}\left(\sqrt{-2\tau}\xi\right) \pm \sqrt{mn}\,\mathrm{csch}_{mn}\left(\sqrt{-2\tau}\xi\right)\right),$$

$$\psi_9^{\pm}(\xi) = \pm\sqrt{-\frac{\tau}{8\mu}}\left(\tanh_{mn}\left(\sqrt{-\frac{\tau}{8}}\xi\right) + \coth_{mn}\left(\sqrt{-\frac{\tau}{8}}\xi\right)\right),$$

şeklindedir. Burada,

$$\tanh_{mn}(\xi) = \frac{me^{\xi} - ne^{-\xi}}{me^{\xi} + ne^{-\xi}}, \quad \coth_{mn}(\xi) = \frac{me^{\xi} + ne^{-\xi}}{me^{\xi} - ne^{-\xi}}$$

dir.

4. Durum: Eğer $\tau > 0$, $\mu > 0$ ve $\sigma = \frac{\tau^2}{4\mu}$ ise, o halde (7) denkleminin çözümleri:

$$\psi_{10}^{\pm}(\xi) = \pm\sqrt{\frac{\tau}{2\mu}}\tan_{mn}\left(\sqrt{\frac{\tau}{2}}\xi\right),$$

$$\psi_{11}^{\pm}(\xi) = \pm\sqrt{\frac{\tau}{2\mu}}\cot_{mn}\left(\sqrt{\frac{\tau}{2}}\xi\right),$$

$$\psi_{12}^{\pm}(\xi) = \pm\sqrt{\frac{\tau}{2\mu}}\left(\tan_{mn}\left(\sqrt{2\tau}\xi\right) \pm \sqrt{mn}\sec_{mn}\left(\sqrt{2\tau}\xi\right)\right),$$

$$\psi_{13}^{\pm}(\xi) = \pm\sqrt{\frac{\tau}{2\mu}}\left(\cot_{mn}\left(\sqrt{2\tau}\xi\right) \pm \sqrt{mn}\csc_{mn}\left(\sqrt{2\tau}\xi\right)\right),$$

$$\psi_{14}^{\pm}(\xi) = \pm\sqrt{\frac{\tau}{8\mu}}\left(-\tan_{mn}\left(\sqrt{\frac{\tau}{8}}\xi\right) + \cot_{mn}\left(\sqrt{\frac{\tau}{8}}\xi\right)\right),$$

şeklindedir. Burada,

$$\tan_{mn}(\xi) = -i\,\frac{me^{i\xi} - ne^{-i\xi}}{me^{i\xi} + ne^{-i\xi}}, \quad \coth_{mn}(\xi) = i\,\frac{me^{i\xi} + ne^{-i\xi}}{me^{i\xi} - ne^{-i\xi}}$$

dir.

Homojen denge kuralından yararlanarak N değeri belirlendikten sonra, (7) denklemini kullanarak (6) denklemi (5) denkleminde yerine yazılırsa, τ, υ ve A_j ifadelerinden oluşan bir denklem sistemi elde edilir. Bu sistem çözüldükten sonra elde edilen τ, υ ve A_j değerleri ve (7) denkleminin çözümleri (6) denkleminde yerine yazılırsa (3) denkleminin analitik çözümleri elde edilir.

3.2 Uyumlu türev ile tanımlı doğrusal olmayan genelleştirilmiş Zakharov dinamik sistemi

Uyumlu türev ile tanımlı ele alınan model aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\begin{cases} iD_t^{\alpha}\Phi + \Phi_{xx} - 2\lambda\left|\Phi\right|^2\Phi + 2\vartheta\Phi = 0, \\ D_t^{2\alpha}\vartheta - \vartheta_{xx} + \left(\left|\Phi\right|^2\right)_{xx} = 0 \end{cases}$$

Uyumlu türev için aşağıdaki dalga dönüşümü ele alınır:

$$\Phi(x,t) = V(\xi)e^{i\Omega},\ \ \vartheta(x,t) = \Upsilon(\xi),\ \ \xi = x - \frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha},\ \ \Omega = \frac{\varpi t^{\alpha}}{\alpha} + \kappa x.$$

3.3 M-truncated türev ile tanımlı doğrusal olmayan genelleştirilmiş Zakharov dinamik sistemi

M-truncated türev ile tanımlı ele alınan model aşağıdaki yapıda ifade edilir:

$$\begin{cases} i\,{}_iD_{M,t}^{\alpha,\beta}\Phi + \Phi_{xx} - 2\lambda\left|\Phi\right|^2\Phi + 2\vartheta\Phi = 0, \\ {}_iD_{M,t}^{2\alpha,\beta}\vartheta - \vartheta_{xx} + \left(\left|\Phi\right|^2\right)_{xx} = 0 \end{cases}$$

M-truncated türev için aşağıdaki dönüşüm ele alınır:

$$\Phi(x,t) = V(\xi)e^{i\Omega},\ \ \vartheta(x,t) = \Upsilon(\xi),\ \ \xi = x - \frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha},\ \ \Omega = \frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha} + \kappa x.$$

3.4 Doğrusal olmayan genelleştirilmiş Zakharov dinamik sistemlerine dalga dönüşümlerinin uygulanması

3.2 ve 3.3 alt bölümlerinde verilen farklı kesir türev ile tanımlı Zakharov sistemlerine ele alınan dönüşümler uygulandığında, ele alınan sistemler aşağıdaki lineer olmayan adi diferansiyel denklem sistemine dönüşür:

$$\begin{cases} V'' - (\varpi + \kappa^2)V - 2\lambda V^3 + 2V\Upsilon = 0, \\ \left(4\kappa^2 - 1\right)\Upsilon'' + \left(V^2\right)'' = 0. \end{cases} \tag{8}$$

(8) ifadesindeki ikinci denklem iki kez integre edilip, sabit terim sıfır alınırsa,

$$\Upsilon(\xi) = \frac{V^2}{1 - 4\kappa^2} \tag{9}$$

eşitliği elde edilir. Elde edilen ifade, (8) ifadesindeki ilk denklemde yerine yazılırsa,

$$V'' - \left(\varpi + \kappa^2\right)V + \left(\frac{2}{1 - 4\kappa^2} - 2\lambda\right)V^3 = 0 \tag{10}$$

ifadesi elde edilir. (10) denklemine göre dengeleme sabiti, en büyük mertebeden türev terimi V'' ve en büyük dereceden lineer olmayan terim V^3 kullanılarak $N=1$ olarak hesaplanır.

Sardar alt adi diferansiyel denklem yöntemi farklı kesir türevli mertebeden Zakharov sistemine uygulandığında elde edilen analitik çözümler bir sonraki bölümde verilecektir.

BÖLÜM 4

Sardar Alt Adi Diferansiyel Denklem Yönteminin Conformable ve M-Truncated Türev Tanımlı Doğrusal Olmayan Genelleştirilmiş Zakharov Dinamik Sistemine Uygulanması ve Elde Edilen Analitik Çözümler

Bu bölümde, Sardar alt adi diferansiyel denklem yönteminin conformable ve M-truncated türev ile tanımlı doğrusal olmayan genelleştirilmiş Zakharov dinamik sistemine uygulanması ve elde edilen analitik çözümler verilecektir. Çözümlerin geçerliliğini garantilemek için, elde edilen çözümlere ait kısıt koşulları da çözümler ile birlikte bu bölümde sunulacaktır.

Bu proje kapsamında, Sardar alt adi diferansiyel denklem yöntemi yardımıyla elde edilen ve bu bölümde verilen tüm analitik çözümler, kesirli türev ile tanımlı doğrusal olmayan genelleştirilmiş Zakharov dinamik sistemini sağlamaktadır.

Bir önceki bölümde dengeleme sabiti $N=1$ olarak elde edildiğinden dolayı denklem (6)'dan çözüm formu, aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$V(\xi) = A_0 + A_1\psi(\xi) \tag{11}$$

(11) denklemi, (10) denkleminde yerine yazılırsa, sonrasında tüm $\psi^j(\xi)$ terimlerinin katsayıları sıfıra eşitlendiğinde aşağıdaki denklem seti ortaya çıkar:

$$\psi(\xi)^0 : \left[-\kappa^2 - \varpi + \left(\frac{2}{-4\kappa^2+1} - 2\lambda\right)A_0^{\,2}\right]A_0 = 0,$$

$$\psi(\xi)^1 : \left[\tau - (\kappa^2 + \varpi) + 3\left(\frac{2}{-4\kappa^2+1} - 2\lambda\right)A_0^{\,2}\right]A_1 = 0,$$

$$\psi(\xi)^2 : 3\left(\frac{2}{-4\kappa^2+1}-2\lambda\right)A_0A_1^2=0,$$

$$\psi(\xi)^3 : 2\left[\mu+\left(\frac{1}{-4\kappa^2+1}-\lambda\right)A_1^2\right]A_1=0$$

Yukarıdaki denklem seti çözüldüğünde, τ, A_0 ve A_1 aşağıdaki gibi bulunur:

$$\tau=\kappa^2+\varpi,\quad A_0=0,\quad A_1=\mp\sqrt{\frac{\mu(4\kappa^2-1)}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}} \tag{12}$$

4.1 Uyumlu türev ile tanımlı genelleştirilmiş Zakharov dinamik sisteminin analitik çözümleri

(7) numaralı denklemin verilen çözümleri ile birlikte denklem (12) ve bölüm 3.2 ile verilen dalga dönüşümü kullanılarak, uyumlu türev ile tanımlı genelleştirilmiş Zakharov dinamik sisteminin çözümleri aşağıdaki şekilde bulunur:

Durum 1: $\kappa^2+\varpi>0$ ve $\sigma=0$ olduğu durumda:

$$\Phi_1^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)mn}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}}\operatorname{sech}_{mn}\left[\sqrt{\kappa^2+\varpi}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{13}$$

$$\vartheta_1(x,t)=\frac{mn(\kappa^2+\varpi)\operatorname{sech}_{mn}\left[\sqrt{\kappa^2+\varpi}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}. \tag{14}$$

Denklem (13) ve (14)’teki çözümlerin geçerli olması için kısıtlama koşulları $\kappa^2+\varpi>0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)mn<0$ olarak verilir.

$$\Phi_2^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)mn}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}}\operatorname{csch}_{mn}\left[\sqrt{\kappa^2+\varpi}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{15}$$

$$\vartheta_2(x,t)=-\frac{mn(\kappa^2+\varpi)\operatorname{csch}_{mn}\left[\sqrt{\kappa^2+\varpi}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}. \tag{16}$$

Denklem (15) ve (16)’daki çözümlerin geçerliliği için kısıtlama koşulları, $\kappa^2+\varpi>0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)mn>0$ olarak verilir.

Durum 2: $\kappa^2+\varpi<0$ ve $\sigma=0$ olduğu durumda:

$$\Phi_3^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)mn}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}}\,\sec_{mn}\left[\sqrt{-\kappa^2-\varpi}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{17}$$

$$\vartheta_3(x,t)=\frac{mn(\kappa^2+\varpi)\sec_{mn}\left[\sqrt{-\kappa^2-\varpi}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}, \tag{18}$$

$$\Phi_4^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)mn}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}}\,\csc_{mn}\left[\sqrt{-\kappa^2-\varpi}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{19}$$

$$\vartheta_4(x,t)=\frac{mn(\kappa^2+\varpi)\csc_{mn}\left[\sqrt{-\kappa^2-\varpi}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}. \tag{20}$$

(17)-(20) numaralı denklemlerdeki çözümlerin geçerliliği olması için kısıt koşulları, $\kappa^2+\varpi<0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)mn>0$ olarak verilir.

Durum 3: $\kappa^2+\varpi<0$ ve $\sigma=\frac{\tau^2}{4}$ olduğu durumda:

$$\Phi_5^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\,\tanh_{mn}\left[\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{21}$$

$$\vartheta_5(x,t)=\frac{(\kappa^2+\varpi)\tanh_{mn}\left[\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}, \tag{22}$$

$$\Phi_6^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\,\coth_{mn}\left[\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{23}$$

$$\vartheta_6(x,t)=\frac{(\kappa^2+\varpi)\coth_{mn}\left[\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}, \tag{24}$$

$$\Phi_7^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\begin{bmatrix}\tanh_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ \mp i\sqrt{mn}\,\mathrm{sech}_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{bmatrix}e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(25)

$$\vartheta_7^{\mp}(x,t)=\frac{\kappa^2+\varpi}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\begin{bmatrix}\tanh_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ \mp i\sqrt{mn}\,\mathrm{sech}_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{bmatrix}^2, \quad (26)$$

$$\Phi_8^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\begin{bmatrix}\coth_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\,\mathrm{csch}_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{bmatrix}e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(27)

$$\vartheta_8^{\mp}(x,t)=\frac{\kappa^2+\varpi}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\begin{bmatrix}\coth_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\,\mathrm{csch}_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{bmatrix}^2, \quad (28)$$

$$\Phi_9^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{8(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\begin{bmatrix}\tanh_{mn}\left(\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi)}{8}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ +\coth_{mn}\left(\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{bmatrix}e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \quad (29)$$

$$\vartheta_9(x,t)=\frac{\kappa^2+\varpi}{8(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\begin{bmatrix}\tanh_{mn}\left(\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ +\coth_{mn}\left(\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{bmatrix}^2, \quad (30)$$

(21)-(30) numaralı denklemlerdeki çözümlerin varlığı için kısıt koşulları, $\kappa^2+\varpi<0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)>0$ olarak verilir.

Durum 4: $\kappa^2+\varpi>0$ ve $\sigma=\frac{\tau^2}{4}$ olduğu durumda:

$$\Phi_{10}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\tan_{mn}\left[\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{31}$$

$$\vartheta_{10}(x,t)=-\frac{(\kappa^2+\varpi)\tan_{mn}\left[\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]^2}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}, \tag{32}$$

$$\Phi_{11}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\cot_{mn}\left[\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{33}$$

$$\vartheta_{11}(x,t)=-\frac{(\kappa^2+\varpi)\cot_{mn}\left[\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]^2}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}, \tag{34}$$

$$\Phi_{12}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\left[\begin{array}{l}\tan_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\sec_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]e^{\left(\frac{\varpi t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{35}$$

$$\vartheta_{12}^{\mp}(x,t)=-\frac{\kappa^2+\varpi}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\left[\begin{array}{l}\tan_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\sec_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]^2, \tag{36}$$

$$\Phi_{13}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\left[\begin{array}{l}\coth_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\csc_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]e^{\left(\frac{\varpi t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \tag{37}$$

$$\vartheta_{13}^{\mp}(x,t)=-\frac{\kappa^2+\varpi}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\left[\begin{array}{l}\cot_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\csc_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]^2, \tag{38}$$

$$\Phi_{14}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{8(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\left[\begin{array}{l}-\tan_{mn}\left(\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\+\cot_{mn}\left(\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]e^{\left(\frac{\varpi t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i}, \qquad (39)$$

$$\vartheta_{14}(x,t)=-\frac{\kappa^2+\varpi}{8(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\left[\begin{array}{l}-\tan_{mn}\left(\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\+\cot_{mn}\left(\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]^2, \qquad (40)$$

(31)-(40) numaralı denklemlerdeki çözümlerin geçerliği için kısıt koşulları, $\kappa^2+\varpi>0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)>0$ olarak verilir.

4.2 M-truncated türev ile tanımlı genelleştirilmiş Zakharov dinamik sisteminin analitik çözümleri

(7) numaralı denklemin verilen çözümleri ile birlikte denklem (12) ve bölüm 3.3 ile verilen dalga dönüşümü kullanılarak, M-truncated türev ile tanımlı genelleştirilmiş Zakharov dinamik sisteminin çözümleri aşağıdaki şekilde bulunur:

Durum 1: $\kappa^2+\varpi>0$ ve $\sigma=0$ olduğu durumda:

$$\Phi_{15}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)mn}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}}\operatorname{sech}_{mn}\left[\sqrt{\kappa^2+\varpi}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(41)

$$\vartheta_{15}(x,t)=\frac{mn(\kappa^2+\varpi)\operatorname{sech}_{mn}\left[\sqrt{\kappa^2+\varpi}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}. \qquad (42)$$

Denklem (41) ve (42)'teki çözümlerin geçerli olması için kısıtlama koşulları $\kappa^2+\varpi>0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)mn<0$ olarak verilir.

$$\Phi_{16}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)mn}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}}\operatorname{csch}_{mn}\left[\sqrt{\kappa^2+\varpi}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(43)

$$\vartheta_{16}(x,t) = -\frac{mn(\kappa^2+\varpi)\operatorname{csch}_{mn}\left[\sqrt{\kappa^2+\varpi}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}. \quad (44)$$

Denklem (43) ve (44)'daki çözümlerin geçerliliği için kısıtlama koşulları, $\kappa^2+\varpi>0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)mn>0$ olarak verilir.

Durum 2: $\kappa^2+\varpi<0$ ve $\sigma=0$ olduğu durumda:

$$\Phi_{17}^{\mp}(x,t) = \mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)mn}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}}\sec_{mn}\left[\sqrt{-\kappa^2-\varpi}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$
(45)

$$\vartheta_{17}(x,t) = \frac{mn(\kappa^2+\varpi)\sec_{mn}\left[\sqrt{-\kappa^2-\varpi}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}, \quad (46)$$

$$\Phi_{18}^{\mp}(x,t) = \mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)mn}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}}\csc_{mn}\left[\sqrt{-\kappa^2-\varpi}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$
(47)

$$\vartheta_{18}(x,t) = \frac{mn(\kappa^2+\varpi)\csc_{mn}\left[\sqrt{-\kappa^2-\varpi}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{4\lambda\kappa^2-\lambda+1}. \quad (48)$$

(45)-(48) numaralı denklemlerdeki çözümlerin geçerliliği olması için kısıt koşulları, $\kappa^2+\varpi<0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)mn>0$ olarak verilir.

Durum 3: $\kappa^2+\varpi<0$ ve $\sigma=\frac{\tau^2}{4}$ olduğu durumda:

$$\Phi_{19}^{\mp}(x,t) = \mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\tanh_{mn}\left[\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(49)

$$\vartheta_{19}(x,t) = \frac{(\kappa^2+\varpi)\tanh_{mn}\left[\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right]^2}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}, \quad (50)$$

$$\Phi_{20}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\coth_{mn}\left[\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(51)

$$\vartheta_{20}(x,t)=\frac{(\kappa^2+\varpi)\coth_{mn}\left[\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]^2}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}, \tag{52}$$

$$\Phi_{21}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\left[\begin{array}{l}\tanh_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\ \mp i\sqrt{mn}\,\mathrm{sech}_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(53)

$$\vartheta_{21}^{\mp}(x,t)=\frac{\kappa^2+\varpi}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\left[\begin{array}{l}\tanh_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\ \mp i\sqrt{mn}\,\mathrm{sech}_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]^2, \tag{54}$$

$$\Phi_{22}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\left[\begin{array}{l}\coth_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\,\mathrm{csch}_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(55)

$$\vartheta_{22}^{\mp}(x,t)=\frac{\kappa^2+\varpi}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\left[\begin{array}{l}\coth_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\,\mathrm{csch}_{mn}\left(\sqrt{-2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]^2, \tag{56}$$

$$\Phi_{23}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{-\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{8(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\left[\begin{array}{l}\tanh_{mn}\left(\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi)}{8}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\ +\coth_{mn}\left(\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(57)

$$\vartheta_{23}(x,t)=\frac{\kappa^2+\varpi}{8(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\left[\begin{array}{l}\tanh_{mn}\left(\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\+\coth_{mn}\left(\sqrt{\frac{-\kappa^2-\varpi}{8}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]^2, \qquad (58)$$

(49)-(58) numaralı denklemlerdeki çözümlerin varlığı için kısıt koşulları, $\kappa^2+\varpi<0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)>0$ olarak verilir.

Durum 4: $\kappa^2+\varpi>0$ ve $\sigma=\frac{\tau^2}{4}$ olduğu durumda:

$$\Phi_{24}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\tan_{mn}\left[\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(59)

$$\vartheta_{24}(x,t)=-\frac{(\kappa^2+\varpi)\tan_{mn}\left[\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]^2}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}, \qquad (60)$$

$$\Phi_{25}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\cot_{mn}\left[\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(61)

$$\vartheta_{25}(x,t)=-\frac{(\kappa^2+\varpi)\cot_{mn}\left[\sqrt{\frac{\kappa^2+\varpi}{2}}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right]^2}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}, \qquad (62)$$

$$\Phi_{26}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\left[\begin{array}{l}\tan_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\\\mp\sqrt{mn}\sec_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\frac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^{\alpha}}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(63)

$$\vartheta_{26}^{\mp}(x,t)=-\frac{\kappa^2+\varpi}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\left[\begin{array}{l}\tan_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\sec_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]^2, \qquad (64)$$

$$\Phi_{27}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\left[\begin{array}{l}\coth_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\csc_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(65)

$$\vartheta_{27}^{\mp}(x,t)=-\frac{\kappa^2+\varpi}{2(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\left[\begin{array}{l}\cot_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ \mp\sqrt{mn}\csc_{mn}\left(\sqrt{2(\kappa^2+\varpi)}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]^2, \qquad (66)$$

$$\Phi_{28}^{\mp}(x,t)=\mp\sqrt{\frac{(4\kappa^2-1)(\kappa^2+\varpi)}{8(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}}\left[\begin{array}{l}-\tan_{mn}\left(\sqrt{\dfrac{\kappa^2+\varpi}{8}}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ +\cot_{mn}\left(\sqrt{\dfrac{\kappa^2+\varpi}{8}}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]e^{\left(\frac{\varpi\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}+\kappa x\right)i},$$

(67)

$$\vartheta_{28}(x,t)=-\frac{\kappa^2+\varpi}{8(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)}\left[\begin{array}{l}-\tan_{mn}\left(\sqrt{\dfrac{\kappa^2+\varpi}{8}}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\\ +\cot_{mn}\left(\sqrt{\dfrac{\kappa^2+\varpi}{8}}\left(x-\dfrac{2\kappa\Gamma(\beta+1)t^\alpha}{\alpha}\right)\right)\end{array}\right]^2, \qquad (68)$$

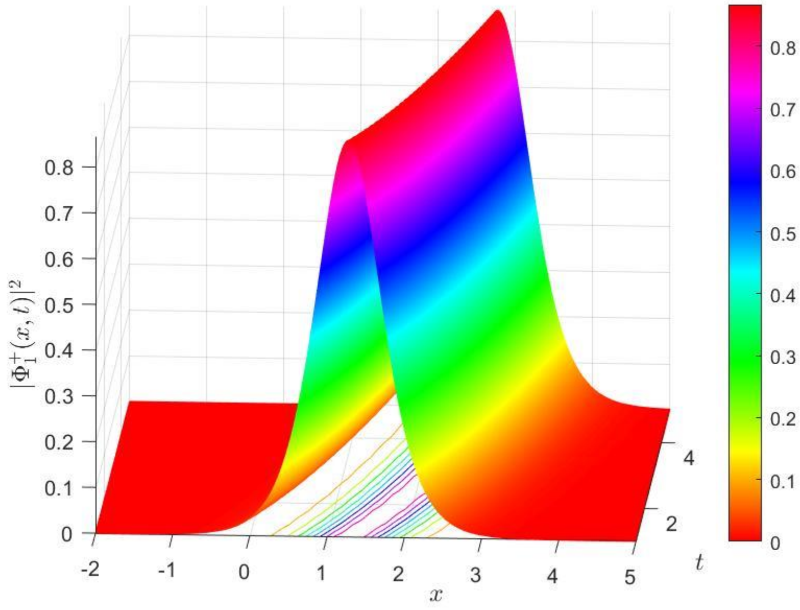
(31)-(40) numaralı denklemlerdeki çözümlerin geçerliği için kısıt koşulları, $\kappa^2+\varpi>0$ ve $(4\kappa^2-1)(4\lambda\kappa^2-\lambda+1)>0$ olarak verilir.

BÖLÜM 5

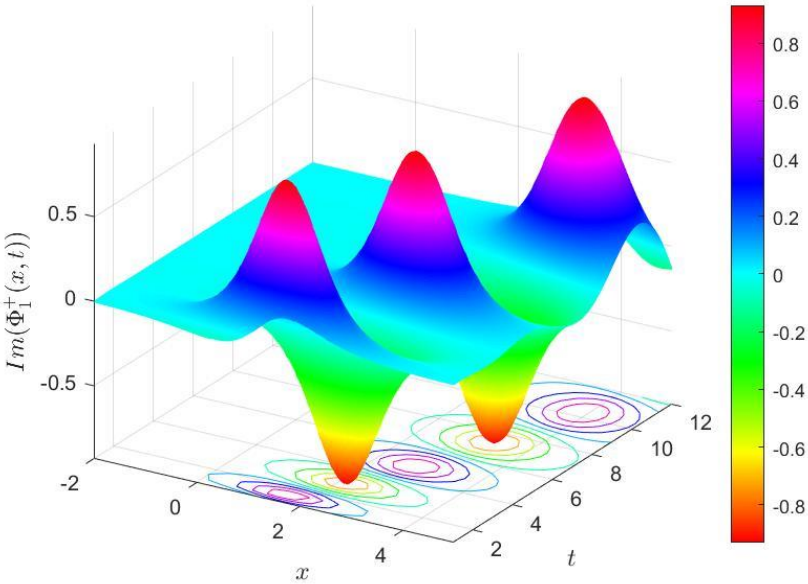
Sonuç ve öneriler

Bu bölümde, ele alınan probleme ait elde edilen analitik çözümlerden bazılarının uygun parametre değerlerinde grafiksel sunumları verilerek fiziksel anlamda yorumlar rapor edilecektir. Bulunan çözümlerin fiziksel davranışlarının yorumlanması için üç boyutlu ve iki boyutlu grafikler bu bölümde çizilecektir.

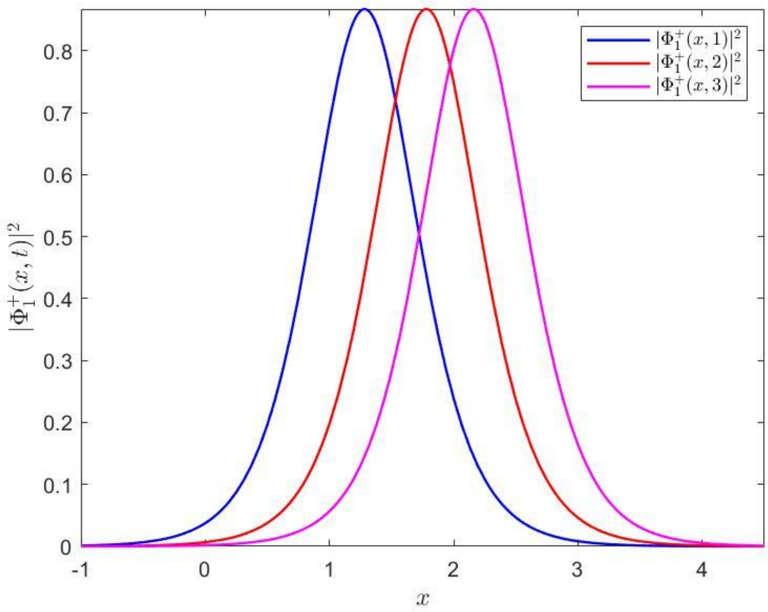
Şekil 5.1 ve Şekil 5.2 sırasıyla $\left|\Phi_1^+(x,t)\right|^2$ ve $\mathrm{Im}\left(\Phi_1^+(x,t)\right)$ denklemlerinin $\kappa = 0.3,\ \mu$=-1, $\lambda = -2,\ m = 0.6,\ n = 0.8,\ \alpha = 0.5,\ \varpi = 3$ parametre değerlerindeki üç boyutlu grafiklerini temsil etmektedirler. Elde edilen solitonun zaman değişkeninin değişimine bağlı hareketini incelemek için, aynı parametre değerlerinde $\left|\Phi_1^+(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun $t=1,\ t=2$ ve $t=3$'teki iki boyutlu şekli tek bir grafikle Şekil 5.3'te verilmiştir. Şekil 5.3'e göre, t değeri arttıkça soliton sağa doğru hareket etmektedir.



Şekil 5.1. $\left|\Phi_1^+(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi

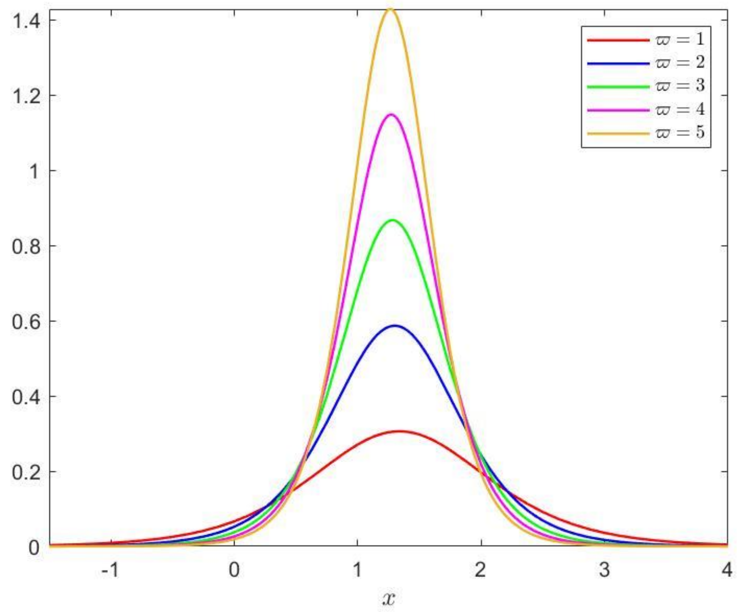


Şekil 5.2. $\mathrm{Im}\left(\Phi_1^+(x,t)\right)$ fonksiyonunun üç boyutlu görüntüsü



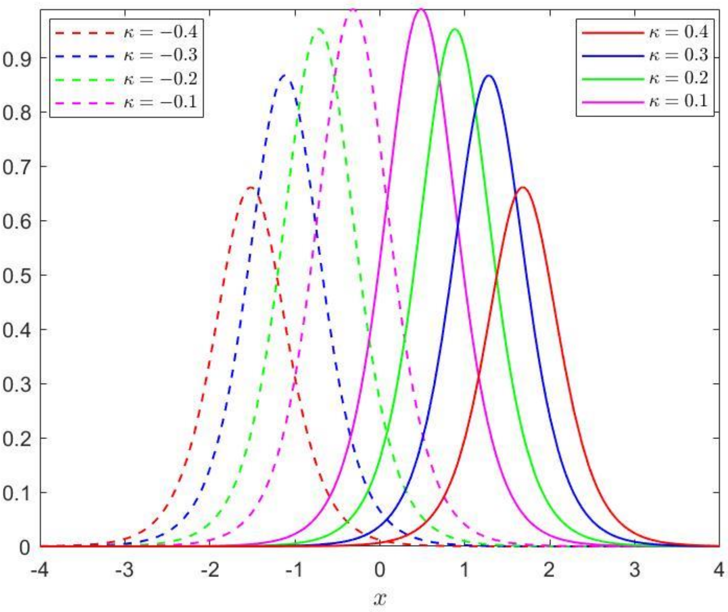
Şekil 5.3. $\left|\Phi_1^+(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun $t=1,2,3$ için çizilmiş iki boyutlu grafiği

Şekil 5.4, Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'da ele alınan model ve dalga dönüşümündeki bazı parametrelerin soliton değişimine etkisini incelemek için $\left|\Phi_1^+(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun iki boyutlu grafikleri çizilmiştir. Şekil 5.4, $\left|\Phi_1^+(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun $\kappa=0.3,\ \mu$=-1, $\lambda=-2,\ m=0.6,\ n=0.8,\ \alpha=0.5$ değerlerinde iki boyutlu grafiğini $\varpi=1,2,3,4,5$ değerleri için göstermektedir. Bu grafikten, ϖ parametre değeri arttıkça, solitonun dikey olarak boyunun arttığı, yatay genliğinde ise çok küçük bir azalma olduğu gözlemlenmektedir.



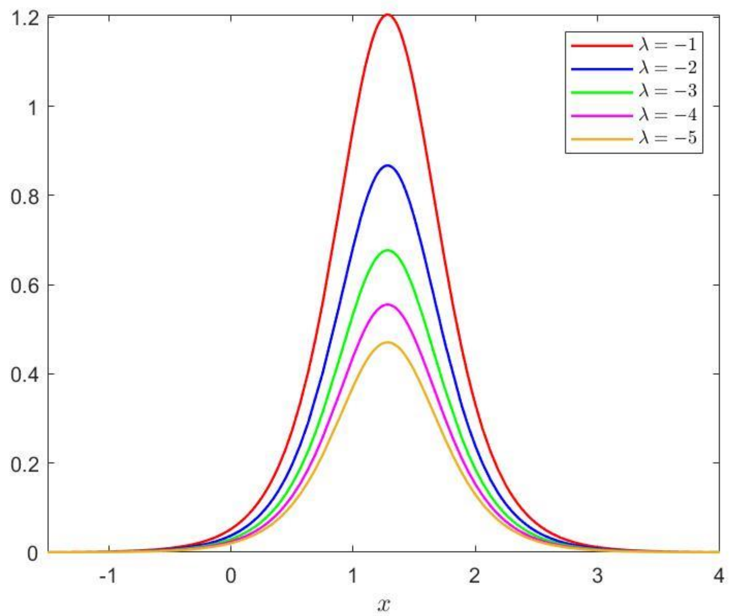
Şekil 5.4. Çeşitli ϖ değerleri için $\left|\Phi_1^+(x,1)\right|^2$ grafiği

μ=-1, $\lambda = -2$, $m = 0.6$, $n = 0.8$, $\alpha = 0.5$, $\varpi = 3$ değerlerinde $\left|\Phi_1^+(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun iki boyutlu şekli negatif $\kappa = -0.4, -0.3, -0.2, -0.1$ (kesikli çizgi ile) ve pozitif $\kappa = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ (sürekli çizgi ile) değerleri için Şekil 5.5 ile verilmiştir. Şekil 5.5'ten, solitonun tepe noktasının dikey ve yatay olarak değiştiği gözlemlenmektedir. κ parametresi negatif ve artan olduğunda solitonun dikey olarak boyu artar ve soliton sağa doğru hareket etmektedir. κ parametresi pozitif ve artan olduğu durumda da solitonun dikey olarak boyu azalır ve soliton yine sağa doğru hareket etmektedir. Şekil 5.5'ten gözlemlenmektedir ki, mutlak değerce aynı olan pozitif ve negatif κ değerlerinde soliton y eksenine göre simetrik olmaktadır. Pozitif ve negatif κ değerlerinde solitonun etekleri x ekseninde kalmaktadır ve soliton bright (aydınlık) soliton şeklini korumaktadır.



Şekil 5.5. Farklı κ değerleri için $\left|\Phi_1^+(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun grafiği

Şekil 5.6'da $\kappa = 0.3,\ \mu$=-1, $m = 0.6,\ n = 0.8,\ \alpha = 0.5,\ \varpi = 3$ değerlerinde $\left|\Phi_1^+(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun iki boyutlu grafiği $\lambda = -5,-4,-3,-2,-1$ parametre değerleri için çizilmiştir. Solitonun tepe noktası yatay eksende değişmez iken, dikey eksende değişmektedir. Şekil 5.6'ya göre, λ parametre değeri artarken, solitonun boyu da artmaktadır.

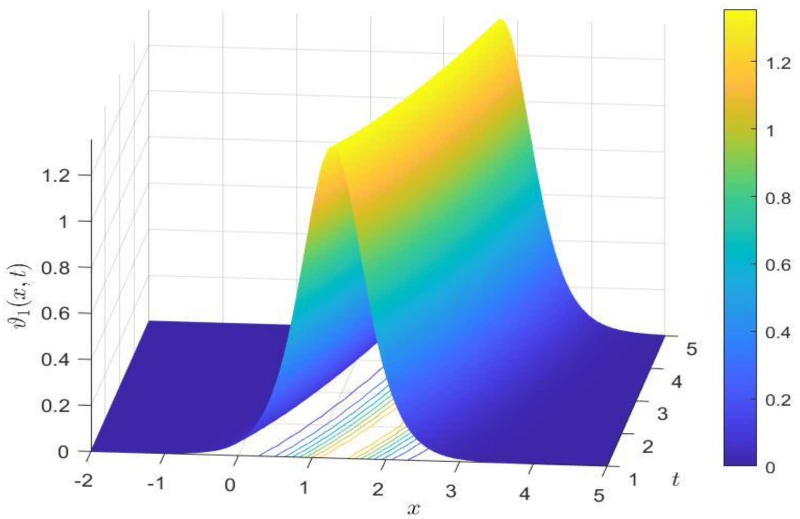


Şekil 5.6. Farklı λ değerlerinde $\left|\Phi_1^+(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun gösterimi

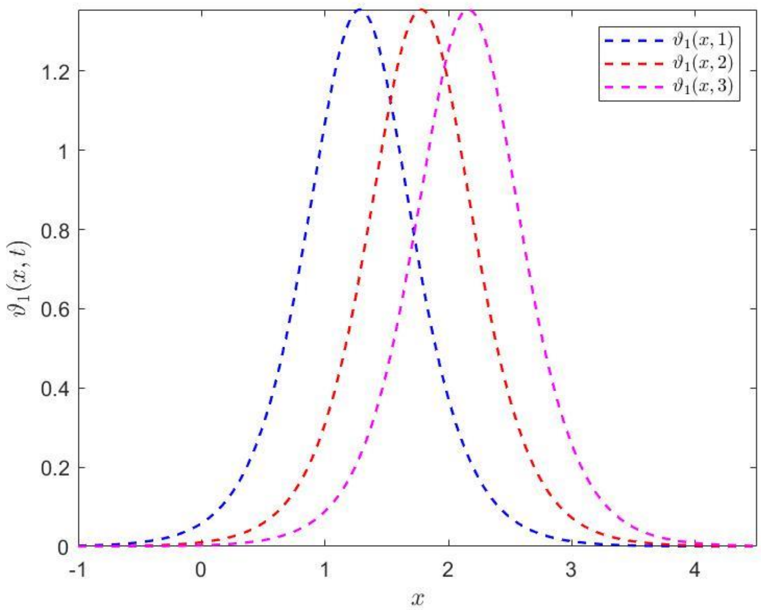
Şekil 5.7'de $\vartheta_1(x,t)$ fonksiyonu için üç boyutlu grafik

$\kappa = 0.3, \mu$=-1, $\lambda = -2, m = 0.6, n = 0.8, \alpha = 0.5, \varpi = 3$ değerleri için verilmektedir.

Şekil 5.7 bright (aydınlık) soliton grafiğini temsil etmektedir. t zaman değişkenine göre soliton hareketinin değişimini incelemek için Şekil 5.8, aynı parametre değerleri için $t=1$, $t=2$ ve $t=3$'te $\vartheta_1(x,t)$ fonksiyonunun iki boyutlu grafiği sunulmaktadır. Bu grafikten, t değeri arttıkça solitonun sağa doğru hareketi gözlemlenmektedir.

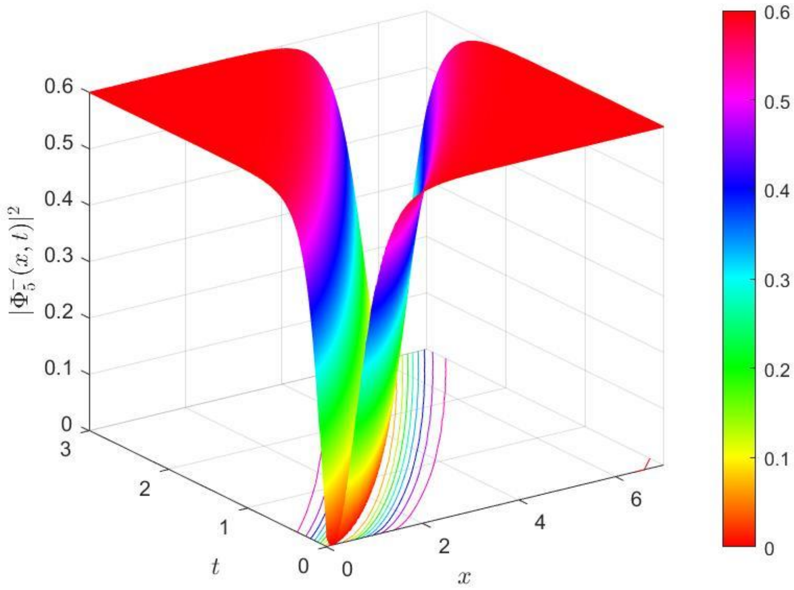


Şekil 5.7. $\vartheta_1(x,t)$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi

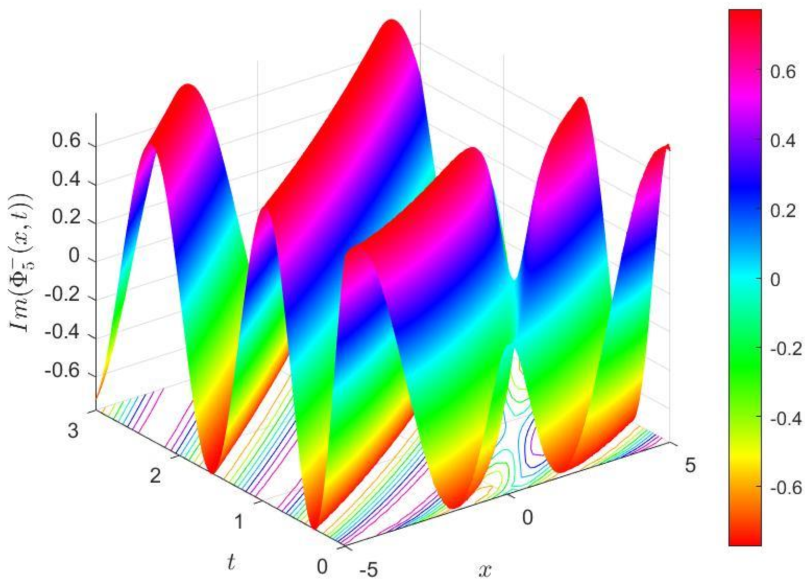


Şekil 5.8. $\vartheta_1(x,t)$ fonksiyonunun $t=1,2,3$ için iki boyutlu grafiği

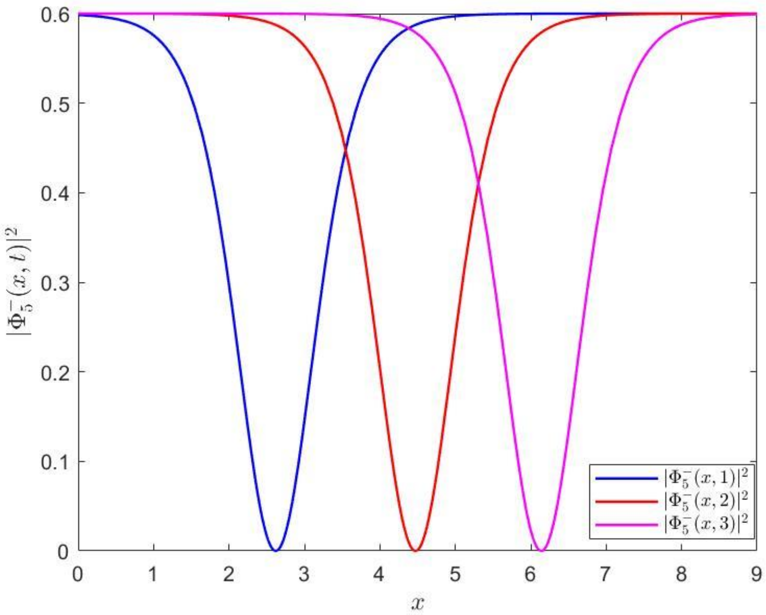
$\left|\Phi_5^-(x,t)\right|^2$ ve $\mathrm{Im}\left(\Phi_5^-(x,t)\right)$ fonksiyonlarının $\kappa=1,\ \mu=2,\ \lambda=3,\ m=0.5,\ n=0.7,\ \alpha=0.8,\ \varpi=-5$ değerlerinde üç boyutlu ve iki boyutlu grafikleri sırasıyla Şekil 5.9 ve Şekil 5.10 ile betimlenmiştir. Solitonun hareketini, t değişkeninin değişimi ile gözlemlemek için aynı parametre değerleri kullanılarak $\left|\Phi_5^-(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun $t=1,\ t=2$ ve $t=3$'teki iki boyutlu grafiği Şekil 5.11 ile verilmiştir. Bu grafikten gözlemlenmektedir ki t değeri artışı ile soliton sağa doğru hareket etmektedir. Ayrıca, Şekil 5.9 ve Şekil 5.11 ile dark (karanlık) soliton temsil edilmektedir.



Şekil 5.9. $\left|\Phi_5^-(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun üç boyutlu görünümü

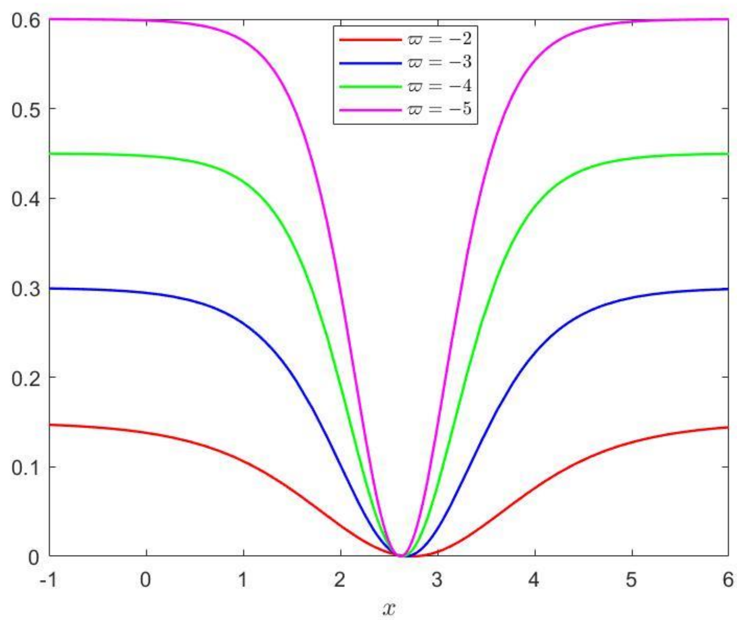


Şekil 5.10. $\mathrm{Im}\left(\Phi_5^-(x,t)\right)$ üç boyutlu görüntüsü



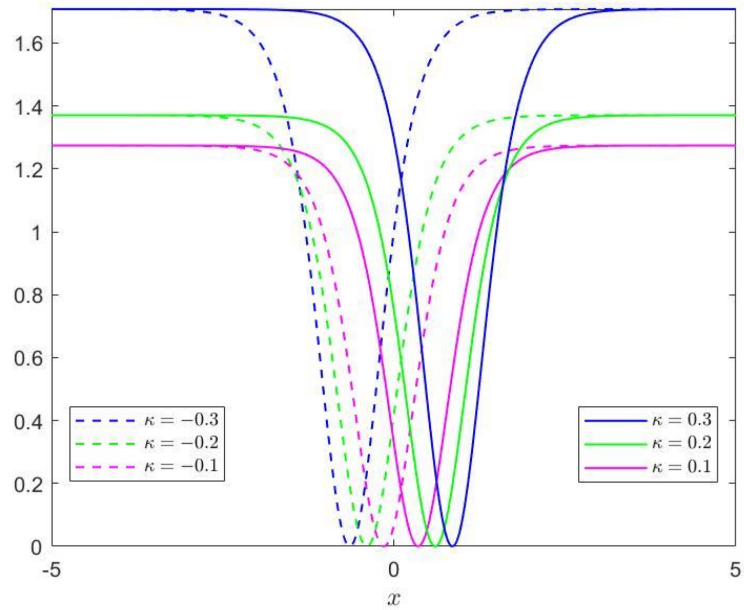
Şekil 5.11. $\left|\Phi_5^-(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun $t=1,2,3$ için iki boyutlu görüntüsü

Şekil 5.12 ile $\left|\Phi_5^-(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun $\kappa=1,\ \mu=2,\ \lambda=3,\ m=0.5,\ n=0.7,\ \alpha=0.8$ değerlerinde $\varpi=-5,-4,-3,-2,-1$ için iki boyutlu grafiği gösterilmektedir. Şekil 5.12'ye göre, ϖ parametre değeri arttıkça solitonun boyu küçülür.



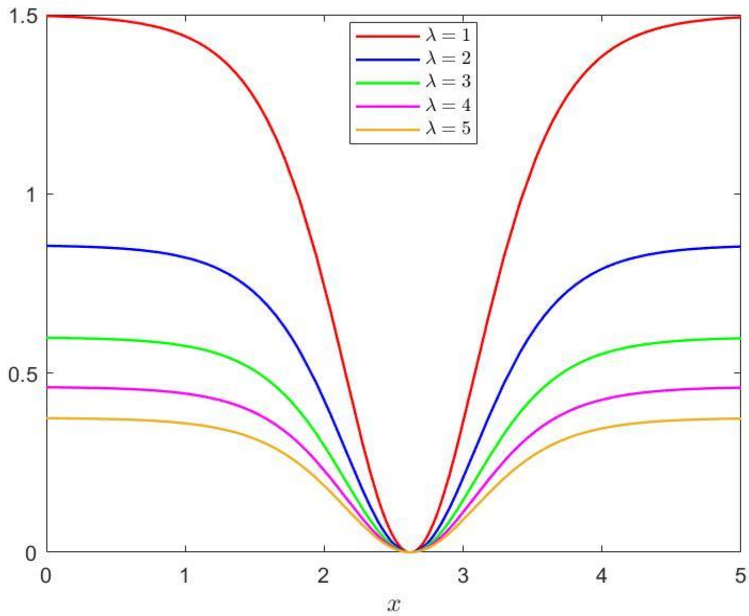
Şekil 5.12. Çeşitli ϖ değerleri için $\left|\Phi_5^-(x,1)\right|^2$

Şekil 5.13'te, $\left|\Phi_5^-(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun $\lambda = 3,\ \mu=2,\ m = 0.5,\ n = 0.7,\ \alpha = 0.8,\ \varpi = -5$ değerlerinde negatif $\kappa = -0.3, -0.2, -0.1$ ve pozitif $\kappa = 0.1, 0.2, 0.3$ için iki boyutlu grafiği verilmiştir. Şekle göre, $\kappa < 0$ için κ arttıkça solitonun boyu dikey olarak küçülür ve solitonun hareketi sağa doğru olur. $\kappa > 0$ için ise κ değeri artarken solitonun boyu dikey olarak artarken solitonun hareketi yine sağa doğru olmaktadır. Mutlak değerce aynı negatif ve pozitif κ değerleri için solitonun boyu dikey olarak aynı olmakta ve şekli korunmaktadır. Soliton şekli negatif ve pozitif κ değerleri için dark (karanlık) soliton tipini temsil etmektedir.



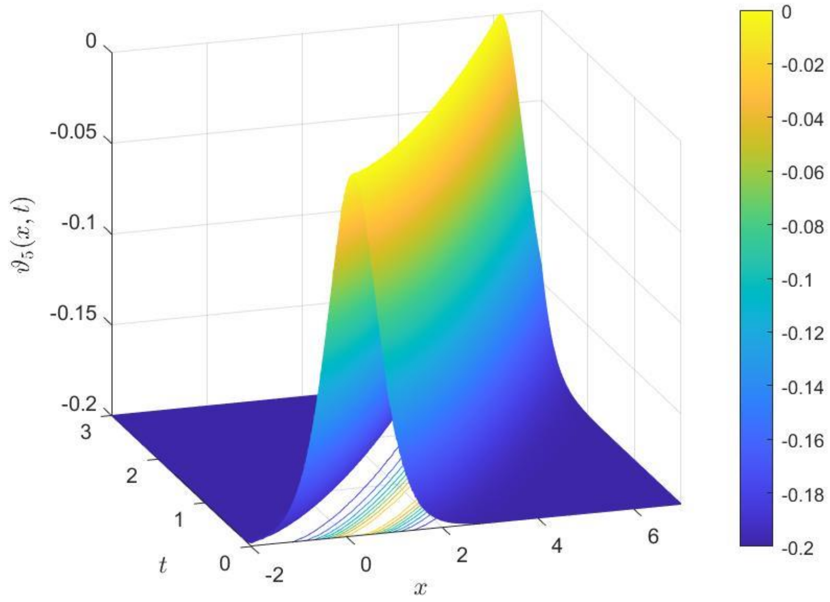
Şekil 5.13. Farklı κ değerlerinde $\left|\Phi_5^-(x,1)\right|^2$

Şekil 5.14'te λ parametresinin değişiminin soliton hareketine etkisini incelemek için, $\left|\Phi_5^-(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun $\kappa = 1,\ \mu=2,\ m = 0.5,\ n = 0.7,\ \alpha = 0.8,\ \varpi = -5$ değerlerinde $\lambda = 1,2,3,4,5$ değerleri için iki boyutlu grafiği temsil edilmektedir. Şekil 5.14'te parametre artışının etkisi Şekil 5.12 ile verilen grafikteki gibi olmakla birlikte, λ parametre değeri arttıkça solitonun dikey olarak boyu azalmaktadır.

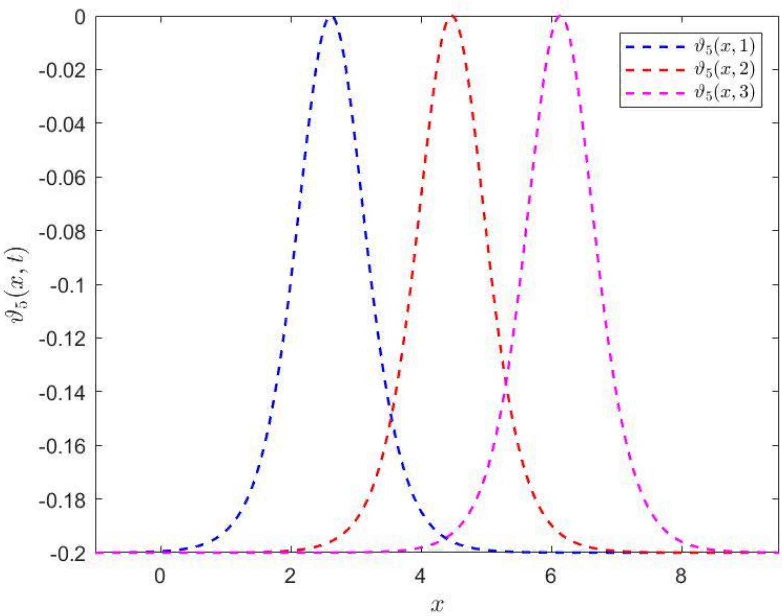


Şekil 5.14. Çeşitli λ değerleri için $\left|\Phi_5^-(x,1)\right|^2$

Şekil 5.15, $\vartheta_5(x,t)$ fonksiyonunun $\kappa=1,\ \lambda=3,\ \mu=2,\ m=0.5,\ n=0.7,\ \alpha=0.8,\ \varpi=-5$ değerlerindeki üç boyutlu grafiğini göstermektedir. Fonksiyonun t değişkeninin değişiminin soliton hareketi üzerine etkisini göstermek amacıyla aynı parametre değerleri kullanılarak $t=1,\ t=2$ ve $t=3$ için Şekil 5.16'da $\vartheta_5(x,t)$ fonksiyonunun iki boyutlu grafiği çizilmiştir. t değerinin artışı ile solitonun sağa doğru hareket ettiği Şekil 5.16'dan görülmektedir.

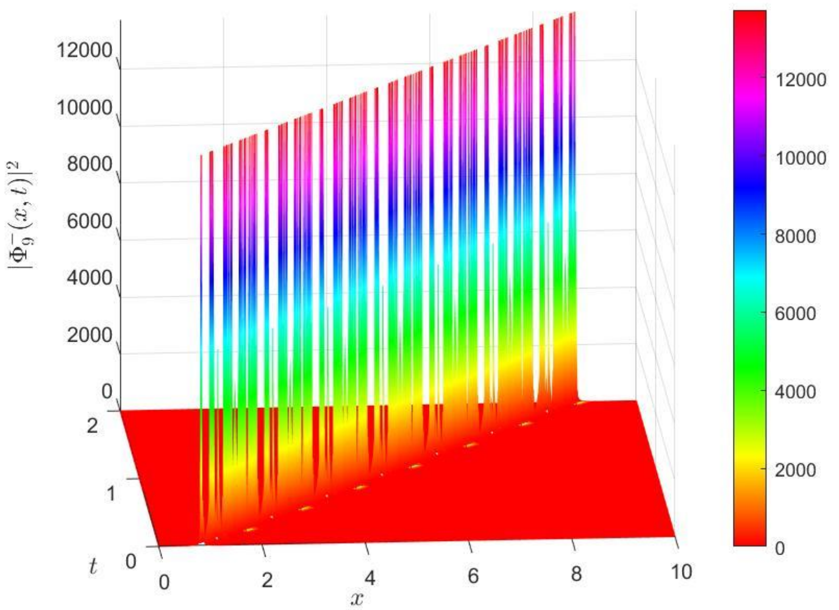


Şekil 5.15. $\vartheta_5(x,t)$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi

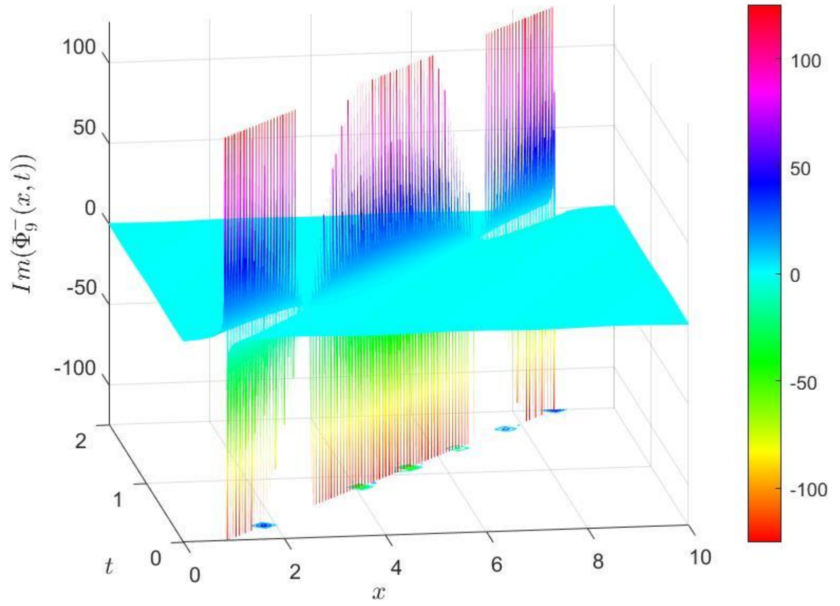


Şekil 5.16. $\vartheta_5(x,t)$ fonksiyonunun $t=1,2,3$'teki iki boyutlu gösterimi

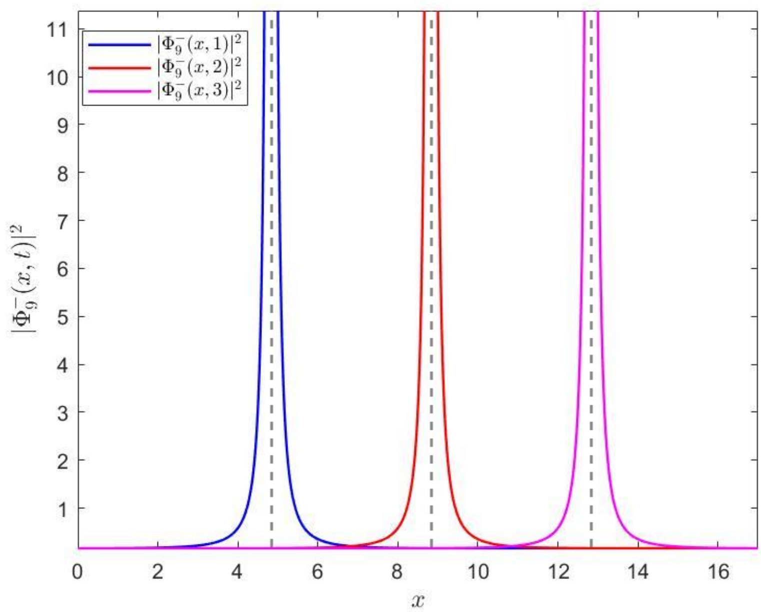
Şekil 5.17 ve Şekil 5.18'de sırasıyla $\left|\Phi_9^-(x,t)\right|^2$ ve $\mathrm{Im}\left(\Phi_9^-(x,t)\right)$ fonksiyonlarının $\kappa=2,\ \mu$=2, $\lambda=3,\ m=0.5,\ n=0.9,\ \alpha=1,\ \varpi=-5$ değerleri için üç boyutlu grafiği verilmektedir. Şekil 5.19'da aynı parametre değerleri için $\left|\Phi_9^-(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun $t=1,\ t=2$ ve $t=3$'teki iki boyutlu şekli gösterilmektedir. Şekil 5.19'dan, t arttıkça solitonun hareketinin sağa doğru olduğu görülmektedir. Şekil 5.17 ve Şekil 5.19 grafikleri singular (tekil) solitonu temsil etmektedir.



Şekil 5.17. $\left|\Phi_9^-(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi



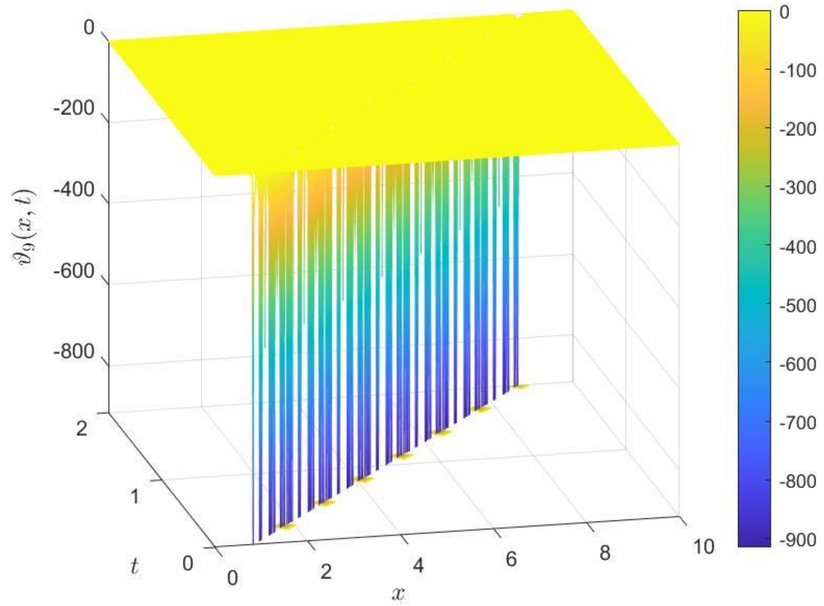
Şekil 5.18. $\mathrm{Im}(\Phi_9^-(x,t))$ fonksiyonunun üç boyutlu gösterimi



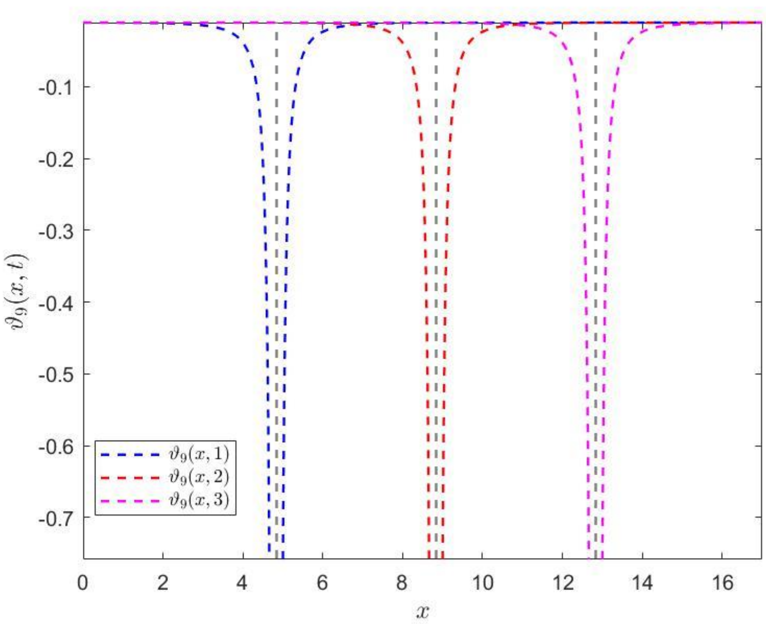
Şekil 5.19. $\left|\Phi_9^-(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun $t=1,2,3$ için iki boyutlu grafiği

Şekil 5.20'de $\vartheta_9(x,t)$ fonksiyonunun

$\kappa=2,\ \mu=2,\ \lambda=3,\ m=0.5,\ n=0.9,\ \alpha=1,\ \varpi=-5$ değerlerinde üç boyutlu grafiği görülmektedir. Aynı parametre değerleri ile, Şekil 5.21'de $t=1,\ t=2$ ve $t=3$ için iki boyutlu şekiller gösterilmektedir. Şekil 5.19'da olduğu gibi, Şekil 5.21'de de t arttıkça solitonun sağa doğru hareket ettiği gözlemlenmektedir. Şekil 5.20 ve 5.21, singular (tekil) soliton tipini göstermektedir.

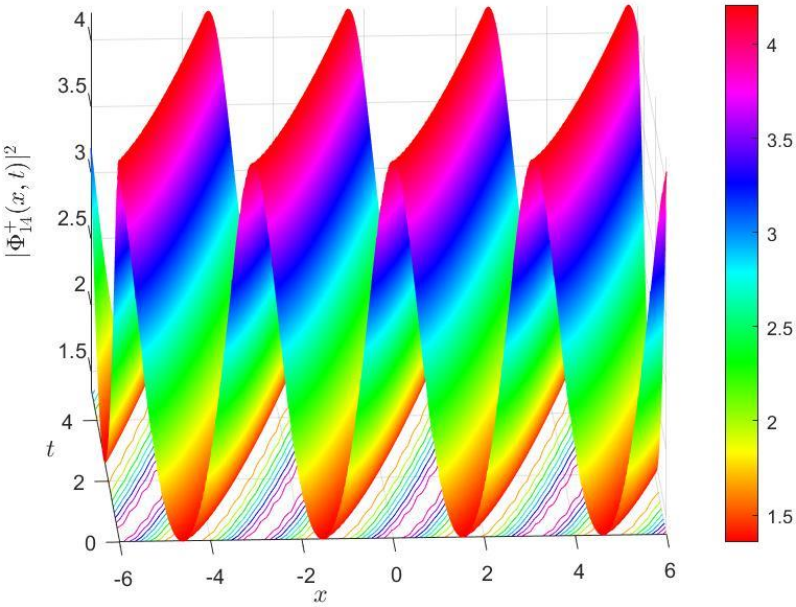


Şekil 5.20. $\vartheta_9(x,t)$ üç boyutlu grafik gösterimi

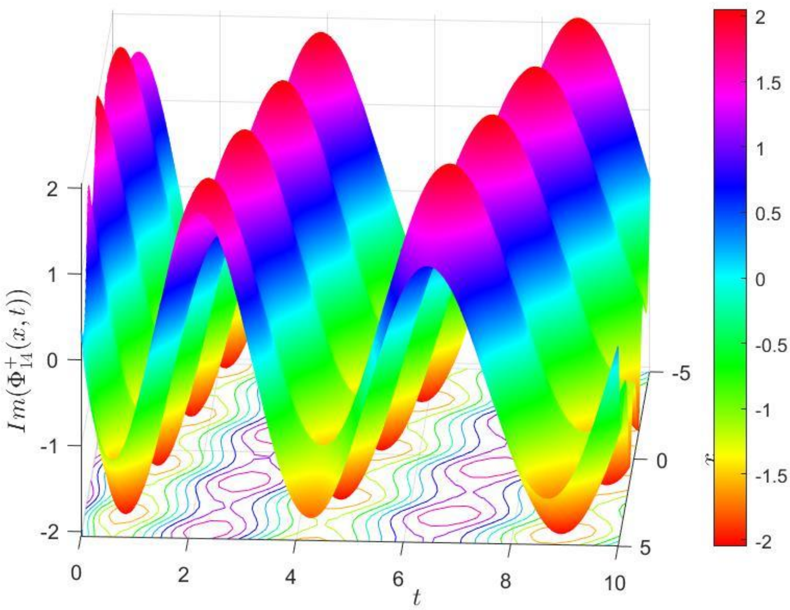


Şekil 5.21. $\vartheta_9(x,t)$ fonksiyonunun $t=1,2,3$ için iki boyutlu şekli

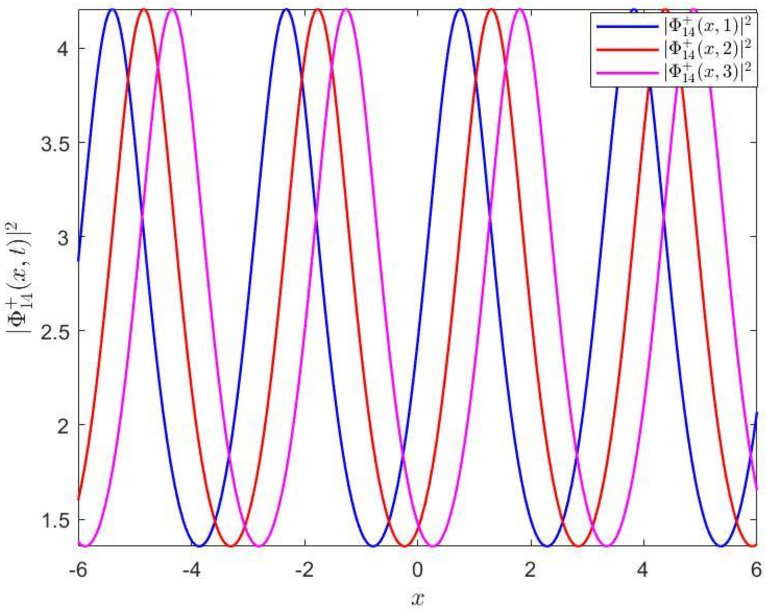
Şekil 5.22 ve Şekil 5.23 ile sırasıyla $\left|\Phi_{14}^{+}(x,t)\right|^2$ ve $\mathrm{Im}\left(\Phi_{14}^{+}(x,t)\right)$ fonksiyonlarının $\kappa=0.3,\ \mu=1,\ \lambda=2,\ m=0.3,\ n=0.8,\ \alpha=0.8,\ \varpi=2$ değerlerinde üç boyutlu grafikleri verilmektedir. Şekil 5.24 ile aynı parametre değerleri kullanılarak farklı t değerleri için iki boyutlu grafiği gösterilmektedir.



Şekil 5.22. Üç boyutlu $\left|\Phi_{14}^{+}(x,t)\right|^2$ grafiği

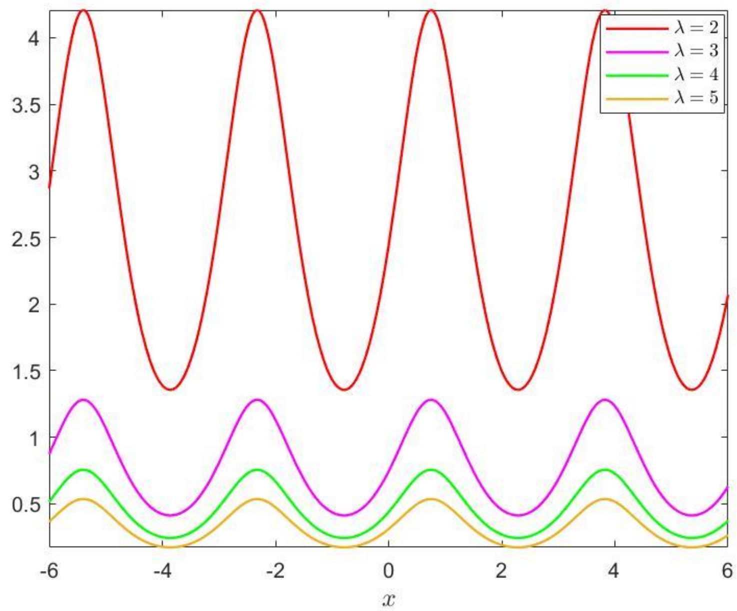


Şekil 5.23. Üç boyutlu $\mathrm{Im}\left(\Phi_{14}^{+}(x,t)\right)$ grafiği



Şekil 5.24. $t = 1,2,3$ için iki boyutlu $\left|\Phi_{14}^{+}(x,t)\right|^2$ grafiği

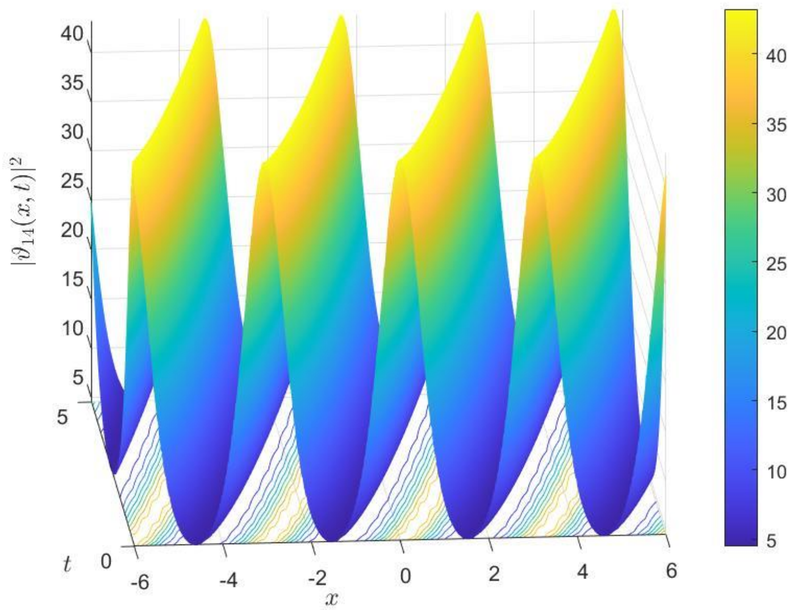
Farklı λ değerlerine göre soliton hareketini incelemek amacıyla $\left|\Phi_{14}^{+}(x,1)\right|^2$ fonksiyonunun $\kappa = 0.3,\ \mu=1,\ m = 0.3,\ n = 0.8,\ \alpha = 0.8,\ \varpi = 2$ değerlerinde iki boyutlu grafiği $\lambda = 2,3,4,5$ için Şekil 5.25 ile verilmektedir. Şekil 5.25'e göre, λ'nın değeri arttıkça solitonun dikey olarak boyu azalmaktadır. λ'nın değeri değişmesiyle soliton periyodik soliton karakterini korumaktadır.



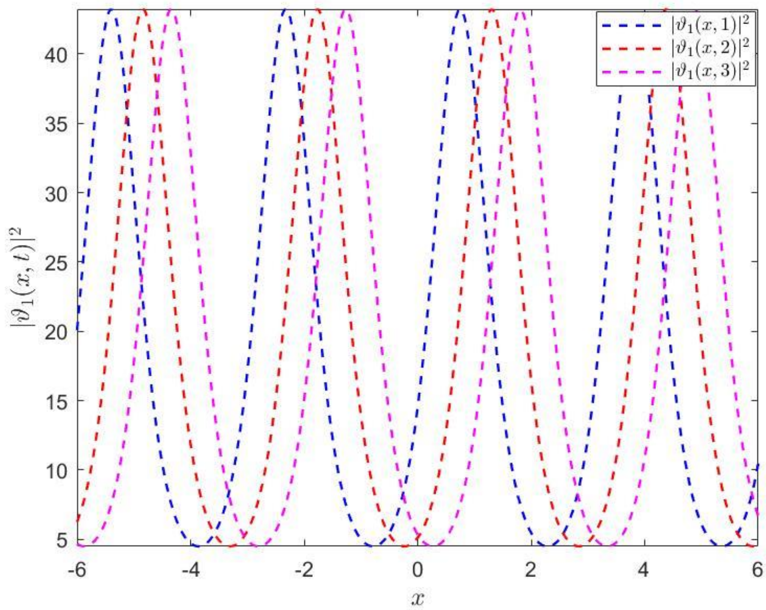
Şekil 5.25. Farklı λ değerlerinde iki boyutlu $\left|\Phi_{14}^{+}(x,1)\right|^2$ grafiği

Şekil 5.26’da $\left|\vartheta_{14}(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun

$\kappa = 0.3,\ \mu=1,\ \lambda=2,\ m = 0.3,\ n = 0.8,\ \alpha = 0.8,\ \varpi = 2$ değerleri kullanılarak üç boyutlu grafiği çizilmiştir. Farklı t değerlerinde soliton hareketini incelemek için, aynı parametre değerleri için $t = 1,\ t = 2$ ve $t = 3$ için $\left|\vartheta_{14}(x,t)\right|^2$ fonksiyonunun iki boyutlu grafiği sunulmaktadır.



Şekil 5.26. Üç boyutlu $\left|\vartheta_{14}(x,t)\right|^2$ grafiği



Şekil 5.27. $t = 1,2,3$ için iki boyutlu $\left|\vartheta_{14}(x,t)\right|^2$ gösterimi

Proje önerisinde belirtilen hedeflere ulaşılmıştır. Çalışmamızda ele alınan yöntem ve modeller üzerinde detaylı literatür taraması yapılmış ve ilk bölümde verilmiştir. Sardar alt adi diferansiyel denklem yöntemi conformable kesirli Zakharov denklem sistemine başarıyla uygulanmış ve analitik formda soliton çözümler elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

[1]Akinyemi, L., Şenol, M., Mirzazadeh, M., & Eslami, M. (2021). Optical solitons for weakly nonlocal Schrödinger equation with parabolic law nonlinearity and external potential. Optik, 230, 166281.

[2]Islam, S. R., & Wang, H. (2022). Some analytical soliton solutions of the nonlinear evolution equations. Journal of Ocean Engineering and Science.

[3]Javeed, S., Inc, M., Abbasi, M. A., Mahmoud, K. H., Zafar, Z. U. A., & Razzaq, S. (2022). Soliton solutions of some nonlinear evolution equations in shallow water theory. Results in Physics, 105546.

[4]Eslami, M., Mirzazadeh, M., Vajargah, B. F., & Biswas, A. (2014). Optical solitons for the resonant nonlinear Schrödinger's equation with time-dependent coefficients by the first integral method. Optik, 125(13), 3107-3116.

[5]Lu, B., Zhang, H., & Xie, F. (2010). Travelling wave solutions of nonlinear partial equations by using the first integral method. Applied Mathematics and Computation, 216(4), 1329-1336.

[6]El-Borai, M. M., El-Owaidy, H. M., Ahmed, H. M., Arnous, A. H., Moshokoa, S., Biswas, A., & Belic, M. (2017). Topological and singular soliton solution to Kundu–Eckhaus equation with extended Kudryashov's method. Optik, 128, 57-62.

[7]Yang, X. F., Deng, Z. C., & Wei, Y. (2015). A Riccati-Bernoulli sub-ODE method for nonlinear partial differential equations and its application. Advances in Difference equations, 2015(1), 1-17.

[8]Esen, H., Ozdemir, N., Secer, A., & Bayram, M. (2021). Traveling wave structures of some fourth-order nonlinear partial differential equations. Journal of Ocean Engineering and Science.

[9]Taghizadeh, N., Mirzazadeh, M., Paghaleh, A. S., & Vahidi, J. (2012). Exact solutions of nonlinear evolution equations by using the modified simple equation method. Ain Shams Engineering Journal, 3(3), 321-325.

[10]Cinar, M., Onder, I., Secer, A., Yusuf, A., Sulaiman, T., Bayram, M., & Aydin, H. (2021). Soliton Solutions of (2+1) Dimensional Heisenberg Ferromagnetic Spin Equation by the

Extended Rational sine-cosine and sinh-cosh Method. International Journal of Applied and Computational Mathematics, 7(4).

[11]Hale, J. K., & Verduyn Lunel, S. M. (1993). Applied Mathematical Sciences. Introduction to Functional-Differential Equations, 99.

[12]Caputo, M. (1995). Mean fractional-order-derivatives differential equations and filters. Annali dell'Universita di Ferrara, 41(1), 73-84.

[13]Atangana, A., & Baleanu, D. (2016). New fractional derivatives with nonlocal and non-singular kernel: theory and application to heat transfer model. arXiv preprint arXiv:1602.03408.

[14]Khalil, R., Al Horani, M., Yousef, A., & Sababheh, M. (2014). A new definition of fractional derivative. Journal of computational and applied mathematics, 264, 65-70.

[15]Sousa, J. V. D. C., & de Oliveira, E. C. (2017). A new truncated M-fractional derivative type unifying some fractional derivative types with classical properties. arXiv preprint arXiv:1704.08187.

[16]Atangana, A. (2015). Derivative with a new parameter: Theory, methods and applications. Academic Press.

[17]Zakharov, V. E. (1972). Collapse of Langmuir waves. Sov. Phys. JETP, 35(5), 908-914.

[18]Nicholson, D. R., & Nicholson, D. R. (1983). Introduction to plasma theory (Vol. 582). New York: Wiley.

[19]Li, L. H. (1993). Langmuir turbulence equations with the self-generated magnetic field. Physics of Fluids B: Plasma Physics, 5(2), 350-356.

[20]Malomed, B., Anderson, D., Lisak, M., Quiroga-Teixeiro, M. L., & Stenflo, L. (1997). Dynamics of solitary waves in the Zakharov model equations. Physical Review E, 55(1), 962.

[21]Wang, Y. Y., Dai, C. Q., Wu, L., & Zhang, J. F. (2007). Exact and numerical solitary wave solutions of generalized Zakharov equation by the Adomian decomposition method. Chaos, Solitons & Fractals, 32(3), 1208-1214.

[22]Layeni, O. P. (2009). A new rational auxiliary equation method and exact solutions of a generalized Zakharov system. Applied Mathematics and Computation, 215(8), 2901-2907.

[23]Borhanifar, A., Kabir, M. M., & Vahdat, L. M. (2009). New periodic and soliton wave solutions for the generalized Zakharov system and (2+ 1)-dimensional Nizhnik–Novikov–Veselov system. Chaos, Solitons & Fractals, 42(3), 1646-1654.

[24]Tuluce Demiray, S., & Bulut, H. (2015). Some exact solutions of generalized Zakharov system. Waves in Random and Complex Media, 25(1), 75-90.

[25]Buhe, E., & Bluman, G. W. (2015). Symmetry reductions, exact solutions, and conservation laws of the generalized Zakharov equations. Journal of Mathematical Physics, 56(10), 101501.

[26]Abdelrahman, M. A., & Sohaly, M. A. (2018). The Riccati-Bernoulli sub-ODE technique for solving the deterministic (stochastic) generalized-Zakharov system. International Journal of Mathematics and Systems Science, 1(3).

[27]Zheng, X., Shang, Y., & Xiaoming, P. E. N. G. (2017). Orbital stability of periodic traveling wave solutions to the generalized Zakharov equations. Acta Mathematica Scientia, 37(4), 998-1018.

[28]Zhang, J. (2007). Variational approach to solitary wave solution of the generalized Zakharov equation. Computers & Mathematics with Applications, 54(7-8), 1043-1046.

[29]Betchewe, G., Thomas, B. B., Victor, K. K., & Crepin, K. T. (2010). Dynamical survey of a generalized-Zakharov equation and its exact travelling wave solutions. Applied Mathematics and Computation, 217(1), 203-211.

[30]Lu, D., Seadawy, A. R., & Khater, M. (2018). Structure of solitary wave solutions of the nonlinear complex fractional generalized Zakharov dynamical system. Advances in Difference Equations, 2018(1), 1-18.

[31]Cinar, M., Onder, I., Secer, A., Bayram, M., & Yusuf, A. (2022). A comparison of analytical solutions of nonlinear complex generalized Zakharov dynamical system for various definitions of the differential operator.

[32]Benli, F. B. (2021). Analysis of fractional-order Schrödinger–Boussinesq and generalized Zakharov equations using efficient method. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 44(7), 6178-6194.

[33]Inc, M., Houwe, A., & Bicer, H. (2021). Ellipticity angle effect on exact optical solitons and modulation instability in birefringent fiber. Optical and Quantum Electronics, 53(11), 1-18.

[34]Cinar, M., Secer, A., Ozisik, M., & Bayram, M. (2022). Derivation of optical solitons of dimensionless Fokas-Lenells equation with perturbation term using Sardar sub-equation method.

[35]Rezazadeh, H., Inc, M., & Baleanu, D. (2020). New solitary wave solutions for variants of (3+ 1)-dimensional Wazwaz-Benjamin-Bona-Mahony equations. Frontiers in Physics, 8, 332.

[36]Rezazadeh, H., Abazari, R., Khater, M. M., & Baleanu, D. (2020). New optical solitons of conformable resonant nonlinear Schrödinger's equation. Open Physics, 18(1), 761-769.

[37]Ozdemir, N., Esen, H., Secer, A., & Bayram, M. (2022). Novel soliton solutions of Sasa–Satsuma model with local derivative via an analytical technique. Journal of Laser Applications, 34(2), 022019.