⊛ $f(x,y)=x^2+3y$ fonksiyonunun f_x ve f_y türevlerini türev tanımı ile bulunuz.

$$f_x=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h,y)-f(x,y)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{(x+h)^2+3y-(x^2+3y)}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{\cancel{x^2}+2xh+h^2-\cancel{x^2}}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\cancel{h}(2x+\overset{0}{h})}{\cancel{h}}=\underline{\underline{2x}}$$

$$f_y=\lim_{h\to0}\frac{f(x,y+h)-f(x,y)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{x^2+3(y+h)-(3y+x^2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{\cancel{x^2}+\cancel{3y}+3h-\cancel{3y}-\cancel{x^2}}{h}=\lim_{h\to0}\frac{3\cancel{h}}{\cancel{h}}=\underline{\underline{3}}$$

⊛ $f(x,y)=\ln(xy^2)$ fonksiyonunun x'e göre 1. mertebe kısmi türevini türev tanımı ile bulunuz.

$$f_x=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h,y)-f(x,y)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\ln((x+h)\cdot y^2)-\ln(xy^2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\cdot\left(\ln((x+h)y^2)-\ln(xy^2)\right)$$

$$=\lim_{h\to0}\left(\ln\frac{(x+h)\cancel{y^2}}{x\cancel{y^2}}\right)^{1/h}=\lim_{h\to0}\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)^{1/h}$$

$$=\lim_{h\to0}\ln\underbrace{\left(1+\frac{1}{x}\cdot h\right)^{1/h}}_{e^{1/x}}=\ln(e^{1/x})=\underline{\underline{\frac{1}{x}}}$$

$$\boxed{\lim_{h\to0}(1+ah)^{1/h}=e^a}$$

$\circledast$ $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{2xy}{x^2+y^2} & , (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & , (x,y)=(0,0) \end{cases}$ fonksiyonunun orjin hariç her noktada sürekli olduğunu gösteriniz.

* $(x,y)\neq(0,0)$ için fonksiyon $f(x,y)=\dfrac{2xy}{x^2+y^2}$ ile tanımlıdır.

Bu fonksiyon $(0,0)$ hariç her noktada süreklidir.

* Fonksiyon $(0,0)$ da tanımlıdır. Ancak $(0,0)$ da limit yoktur. Çünkü;

$y=mx$ boyunca limit:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x.mx}{x^2+m^2x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2m\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}(1+m^2)}=\frac{2m}{1+m^2}$$ $\Rightarrow$ Sonuç m'ye bağlı, Limit YOK.

$(0,0)$ da fonksiyonun limiti mevcut olmadığından fonksiyon $(0,0)$ da sürekli değildir.

* Sonuç olarak fonksiyon $(0,0)$ hariç her noktada süreklidir.

$\circledast$ $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{3xy}{x^4+y^2} & , (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ fonksiyonu $(0,0)$ da sürekli midir?

$y=mx$ boyunca limit:

$$\lim_{x\to 0}\frac{3x.mx}{x^4+m^2x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{3m\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}(x^2+m^2)}=\frac{3m}{m^2}=\frac{3}{m}$$ $\rightarrow$ limit m'ye bağlı.

Limit YOK

$\Downarrow$

Fonk. Sürekli DEĞİL

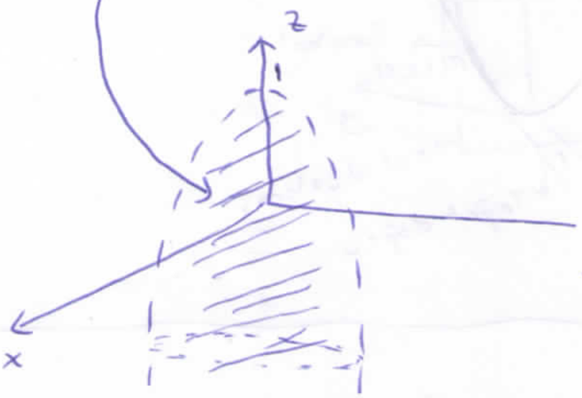
⊛ $f(x,y,z)=\dfrac{1}{\sqrt{1-z-x^2-y^2}}$ fonksiyonunun tanım bölgesini bulup çiziniz.

$1-z-x^2-y^2>0$ olmalı.

$\boxed{1-x^2-y^2>z}$

$z=1-x^2-y^2 \rightarrow$ Tepe noktası $z=1$ de

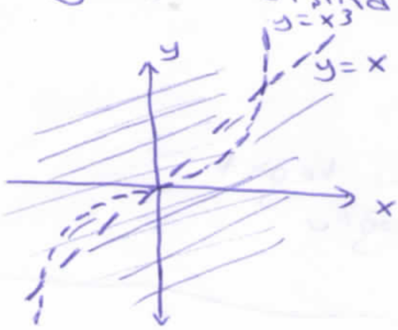
Kolları aşağı doğru paraboloid



⊛ $f(x,y)=\dfrac{(x-1).(y+2)}{(y-x).(y-x^3)}$ fonksiyonunun tanım bölgesini çizin.

$y-x\neq 0$ ve $y-x^3\neq 0$ olmalı

$y\neq x$, $y\neq x^3$ dışındaki tüm noktalarda tanımlı.

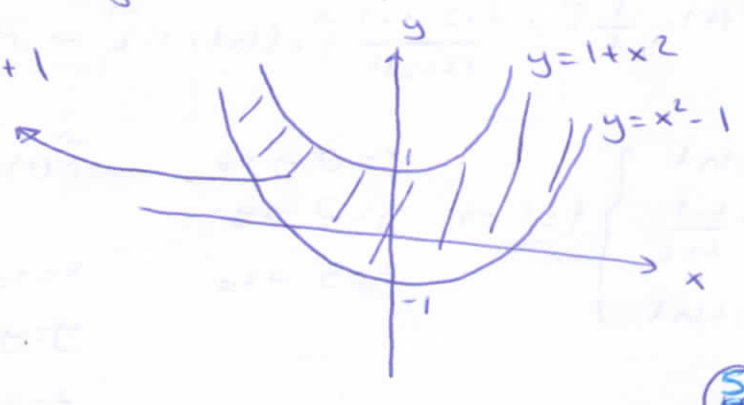


→ Tanım bölgesi $y=x$ ve $y=x^3$ grafiğinde bulunmayan tüm (x,y) noktaları

⊛ $f(x,y)=ArcCos(y-x^2)$ tanım bölgesini çizin.

$-1\leq y-x^2\leq 1$

$x^2-1\leq y\leq x^2+1$



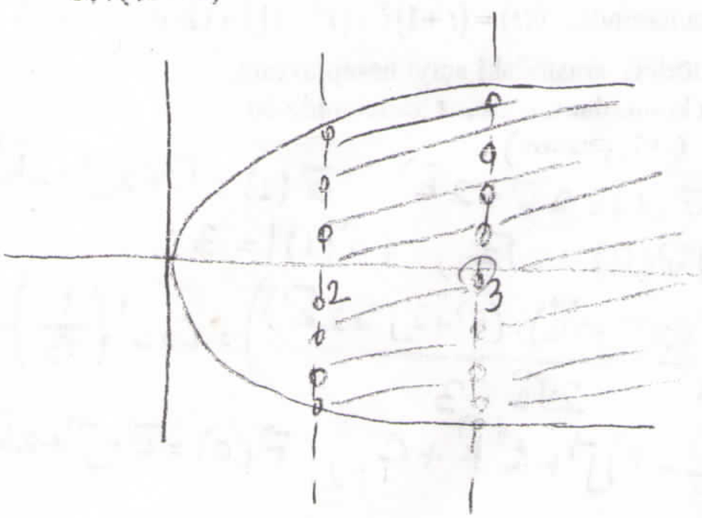
2-a) $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{x-y^2}}{\ln(x-2)}$ ile verilen f fonksiyonunun tanım bölgesini belirleyiniz (**Şekil çizilecek**).

(12 puan)

$\sqrt{x-y^2}$: $x-y^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq y^2$

$\ln(x-y)$: $x-2>0 \Rightarrow x>2$

$\dfrac{1}{\ln(x-2)}$: $\ln(x-2)\neq 0 \quad x-2\neq 1 \quad x\neq 3$



2-b) $\lim\limits_{(x,y)\to(0^+,2^-)} \dfrac{x+y-2}{\sqrt{x}+\sqrt{2-y}}$ limitini hesaplayınız. (13 puan)

$$\lim_{(x,y)\to(0^+,2^-)} \frac{\cancel{(x+y-2)}(\sqrt{x}-\sqrt{2-y})}{(\cancel{x+y-2})} = 0$$

YTÜ - Mühendislik Fakülteleri YAZ OKULU II.VİZE Sınav Soru ve Cevap Kağıdı		NOT TABLOSU						
		1. S	2. S	3. S	4. S	TOPLAM		
Adı Soyadı								
Öğrenci Numarası		Grup No						
Bölümü				Sınav Tarihi				
Dersin Adı	MAT1072 MATEMATİK II	Sınav Süresi	90 dk	Sınav Yeri				
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı				İmza				

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan *"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"* fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

Soru -1-a) $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\ x^2+y^2\neq 0}} \dfrac{x^2+y^2}{1-\sqrt{1+x^2+y^2}}$ limitini hesaplayınız. (10 P)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{1-\sqrt{1+x^2+y^2}} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x^2+y^2)\left(1+\sqrt{1+x^2+y^2}\right)}{1-(1+x^2+y^2)} =$$

$(x^2+y^2\neq 0)$

$$= -\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left(1+\sqrt{1+x^2+y^2}\right) = -2$$

Soru -1-b) Parçalı olarak $f(x,y)=\begin{cases} x^2\cdot\sin\dfrac{1}{y}, & y\neq 0 \\ 0, & y=0\end{cases}$ ile verilen f fonksiyonunun $P(0,0)$ noktasındaki sürekliliğini araştırınız. (13)

f, $\forall b\neq 0$ için $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ şeklindeki noktalarda sürekli.

$\forall y\neq 0$ için, $-1\leq \sin\frac{1}{y}\leq 1$

$\forall x, y\neq 0$ için, $-x^2\leq x^2\sin\frac{1}{y}\leq x^2$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)}(-x^2)\leq \lim_{(x,y)\to(0,0)}\left(x^2\sin\tfrac{1}{y}\right)\leq \lim_{(x,y)\to(0,0)} x^2$$

$\Rightarrow \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\left(x^2\sin\frac{1}{y}\right)=0=f(0,0)$ old. dan f, $(0,0)$ da süreklidir.

9

(*) $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4} & , (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & , (x,y)=(0,0) \end{cases}$ fonksiyonunun

a) $f_x(0,0)$, $f_y(0,0)$ kısmi türevlerinin varlığını araştırınız.

b) $f(x,y)$ nin $(0,0)$ daki sürekliliğini inceleyiniz.

a) $f_x(0,0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(0+h,0)-f(0,0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{0}{h}=\underline{\underline{0}}$

$f_y(0,0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(0,0+h)-f(0,0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{0}{h}=\underline{\underline{0}}$

b) $x=my^2$ için $\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{my^2.y^2}{m^2y^4+y^4}=\dfrac{m}{1+m^2}$ → Sonuç m'ye bağlı limit yok. Sürekli değil

---

(*) $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{2x-y}-2}{2x-y-4}$ fonksiyonunun $(2,0)$ noktasındaki limitinin varlığını araştırınız.

$\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)}\dfrac{\sqrt{2x-y}-2}{2x-y-4}=\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)}\dfrac{\cancel{\sqrt{2x-y}-2}^{\,1}}{(\cancel{\sqrt{2x-y}-2})(\underbrace{\sqrt{2x-y}}_{2}+2)}=\dfrac{1}{4}$

⊛ $g\left(\frac{x}{z}\right)=yz \Rightarrow x\cdot z_x - y\cdot z_y = z$ old. gösteriniz.

$f: g\left(\frac{x}{z}\right)-yz=0$

$$z_x = -\frac{f_x}{f_z} = -\frac{\frac{1}{z}\cdot g'\left(\frac{x}{z}\right)}{-\frac{x}{z^2}g'\left(\frac{x}{z}\right)-y} \Rightarrow x\cdot z_x = \frac{\frac{x}{z}\cdot g'\left(\frac{x}{z}\right)}{\frac{x}{z^2}g'\left(\frac{x}{z}\right)+y}$$

$$z_y = -\frac{f_y}{f_z} = -\frac{-z}{-\frac{x}{z^2}g'\left(\frac{x}{z}\right)-y} \Rightarrow -y\cdot z_y = \frac{yz}{\frac{x}{z^2}g'\left(\frac{x}{z}\right)+y}$$

$+$

$$x z_x - y\cdot z_y = \frac{\frac{x}{z}g'\left(\frac{x}{z}\right)+yz}{\frac{x}{z^2}g'\left(\frac{x}{z}\right)+y} = \underline{\underline{z}}$$

⊛ $z = x + \frac{1}{x}g(xy) \Rightarrow x\cdot z_x - y z_y = 2x - z$ old. gösterin.

$$z_x = 1 - \frac{1}{x^2}g(xy) + \frac{1}{x}\cdot y g'(xy) \rightarrow x z_x = x - \frac{1}{x}g(xy) + y g'(xy)$$

$$z_y = \frac{1}{x}\cdot x\cdot g'(xy) \Rightarrow -y z_y = -y g'(xy)$$

$+$

$$x z_x - y z_y = x - \underline{\frac{1}{x}g(xy)} + \cancel{y g'(xy)} - \cancel{y g'(xy)}$$

$$2x - z = 2x - x - \frac{1}{x}g(x,y) = \underline{x - \frac{1}{x}g(xy)} \Rightarrow x z_x - y z_y = 2x - z$$

✓

⊛ $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} (x^2+y^2).\operatorname{Cos}\frac{1}{x^2+y^2}$ limitini hesaplayınız.

$(x,y)\neq(0,0)$ için $\quad -1\leq \operatorname{Cos}\frac{1}{x^2+y^2}\leq 1$ dir.

$$\downarrow$$

$$-(x^2+y^2)\leq (x^2+y^2).\operatorname{Cos}\frac{1}{x^2+y^2}\leq x^2+y^2$$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} -(x^2+y^2)=\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}(x^2+y^2)=0$ olduğundan Sıkıştırma

Teoremine göre $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} x^2+y^2.\operatorname{Cos}\frac{1}{x^2+y^2}=0$ dır.

⊛ Eğer $f(x,y)=\frac{2x^2y}{x^3+y^3}$ ise

a) $y=x$ boyunca $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ hesaplayın.

b) $y=x^2$ " " "

c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ mevcut mudur?

a)
$y=x$ boyunca limit : $\lim\limits_{x\to0}\frac{2x^2x}{x^3+\cancel{y}x^3}=\underline{\underline{1}}$

b) $y=x^2$ " " : $\lim\limits_{x\to0}\frac{2x^2.x^2}{x^3+x^6}=\lim\limits_{x\to0}\frac{2\cancel{x^3}.x}{\cancel{x^3}(1+x^3)}=\underline{\underline{0}}$

c) (a) ve (b) şıkkındaki sonuçlar farklı çıktığından limit mevcut değildir.

(*) $z = x\,f(x+y) + y\,g(x+y) \Rightarrow \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ old. gösterin.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = f(x+y) + x\cdot f'(x+y) + y\,g'(x+y)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = f'(x+y) + f'(x+y) + x f''(x+y) + y\,g''(x+y) \quad (*)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x f'(x+y) + g(x+y) + y\,g'(x+y)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x f''(x+y) + g'(x+y) + g'(x+y) + y\,g''(x+y) \quad (**)$$

x'e göre türev

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = f'(x+y) + x f''(x+y) + g'(x+y) + y\,g''(x+y)$$

$$(*) + (**) \Rightarrow \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2f'(x+y) + 2x f''(x+y) + 2y\,g''(x+y) + 2g'(x+y)$$

$$= 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$$

✓

(*) $e^{x+y+z} = x+y-z \Rightarrow z_x - z_y = 0$ old. gösterin.

$f:\ e^{x+y+z} - x - y + z = 0 \rightarrow$ Kapalı fonk.

$$z_x = -\frac{f_x}{f_z} = -\frac{e^{x+y+z} - 1}{e^{x+y+z} + 1} \qquad z_y = -\frac{f_y}{f_z} = -\frac{e^{x+y+z} - 1}{e^{x+y+z} + 1}$$

✓

$$z_x - z_y = 0$$

YTÜ - Fen-Edebiyat Fakültesi, 2015-2016 BAHAR 2.Ara Sınav Soru ve Cevap Kağıdı			NOT TABLOSU				
			1. S	2.S	3.S	4.S	TOPLAM
Adı Soyadı							
Öğrenci No		Grup No					
Bölümü			Sınav Tarihi	30/04/2016			
Dersin Adı	MAT1072 MATEMATİK 2		Sınav Süresi	100dk	Sınav Yeri		
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı			İmza				

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun ***Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin*** 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası alırlar.

1-a) Uzayda hareket eden bir parçacığın hızı, t zamanında, $\vec{v}(t)=(t+1)\vec{i}+(t^2-1)\vec{j}+(2t)\vec{k}$ ile verilmiştir. $t=1$ anındaki hız ve ivme vektörleri arasındaki açıyı hesaplayınız. Eğer $t=0$ anında parçacık (1,-1,2) noktasında konumlanmış ise, t zamanında bu parçacığın, $\vec{r}(t)$ konum vektörünü bulunuz. (12 puan)

$\vec{a}(t)=\frac{d}{dt}(\vec{v}(t))=\vec{i}+2t\vec{j}+2\vec{k}$ $\quad \vec{v}(1)=2\vec{i}+2\vec{k}$ $\quad \vec{a}(1)=\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$

$|\vec{v}(1)|=2\sqrt{2}\,,\quad |\vec{a}(1)|=3$

$$\theta=\cos^{-1}\left(\frac{\vec{v}(1)\cdot\vec{a}(1)}{|\vec{v}(1)|\cdot|\vec{a}(1)|}\right)=\cos^{-1}\left(\frac{(2\vec{i}+2\vec{k})\cdot(\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k})}{2\sqrt{2}\cdot 3}\right)=\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{\pi}{4}$$

$\vec{r}(t)=\int\vec{v}(t)\,dt=\left(\frac{t^2}{2}+t\right)\vec{i}+\left(\frac{t^3}{3}-t\right)\vec{j}+t^2\vec{k}+C\,,\quad \vec{r}(0)=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ ise

$\vec{r}(0)=\vec{c}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}\Rightarrow$

$\vec{r}(t)=\left(\frac{t^2}{2}+t+1\right)\vec{i}+\left(\frac{t^3}{3}-t-1\right)\vec{j}+(t^2+2)\vec{k}$ //

1-b) $\vec{r}(t)=at^2\vec{i}+bt\vec{j}+c\ln t\,\vec{k}$, $(1\le t\le T)$ eğrisinin uzunluğunu bir belirli integral olarak ifade edip, $b^2=4ac$ iken, eğrinin uzunluğu hesaplayınız.($a,b,c,T\in\mathbb{R}$). (13 puan)

$$L=\int_1^T\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|dt=\int_1^T\sqrt{4a^2t^2+b^2+\frac{c^2}{t^2}}\,dt$$

$$b^2=4ac\Rightarrow\quad L=\int_1^T\sqrt{4a^2t^2+4ac+\frac{c^2}{t^2}}\,dt=\int_1^T\left(2at+\frac{c}{t}\right)dt$$

$$=aT^2+c\ln T-a=a(T^2-1)+c\ln T\ //$$

	YTÜ - Fen-Edebiyat Fakültesi, I. Vize Sınav Soru ve Cevap Kağıdı			NOT TABLOSU				
				1. S	2. S	3.S	4. S	TOPLAM
Adı Soyadı								
Öğrenci Numarası		Grup No						
Bölümü				Sınav Tarihi			11\05\2013	
Dersin Adı	0251322 MATEMATİK II (5 saat) II. Vize			Sınav Süresi	90 dk		Sınav Yeri	
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı				İmza				

1. $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\sin(xy)}{x^2+y^2} & , \quad (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & , \quad (x,y)=(0,0) \end{cases}$

fonksiyonunun $(0,0)$ noktasında sürekliliğini inceleyiniz. Nedenini açıklayınız.

i.) fonksiyon (0,0) noktasında tanımlı } 5

ii.) (0,0) noktasına $y=mx$ doğrusu boyunca yaklaşılırsa

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(mx^2)}{(1+m^2)x^2} = \frac{m}{1+m^2}$$ } 10

her m için farklı bir limit değeri alacağından

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ limiti mevcut değildir. } 5

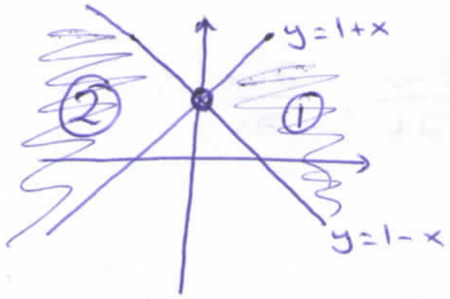
fonksiyonun (0,0) noktasında limiti olmadığından süreksizdir } 5

(*) $z = \operatorname{Arcsin} \dfrac{y-1}{x}$ fonksiyonunun tanım bölgesini çizin.

$x \neq 0$ ve $-1 \leq \dfrac{y-1}{x} \leq 1$ olmalı.

1) $x>0$ için $-x \leq y-1 \leq x \Rightarrow \boxed{1-x \leq y \leq 1+x}$

2) $x<0$ için $-x \geq y-1 \geq x \Rightarrow 1+x \leq y \leq 1-x$



(*) Eğer f ve g iki kez türevlenebilir tek değişkenli fonksiyonlar ise $w = f(x-ct)+g(x+ct)$ için $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ olduğunu gösterin.

$w = f(x-ct)+g(x+ct)$

$\dfrac{\partial w}{\partial t} = -c \cdot f'(x-ct) + c\, g'(x+ct) \Rightarrow \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 f''(x-ct) + c^2 g''(x+ct)$

$\dfrac{\partial w}{\partial x} = f'(x-ct) + g'(x+ct) \Rightarrow \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} = f''(x-ct) + g''(x+ct)$

$$\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

(*) $z = g\left(\frac{x-y}{y}\right) \Rightarrow x \cdot z_x + y \cdot z_y = 0$ olduğunu gösteriniz.

- $z = g\left(\frac{x}{y} - 1\right) \Rightarrow z_x = \frac{1}{y} \cdot g'\left(\frac{x}{y} - 1\right)$

$z_y = -\frac{x}{y^2} \cdot g'\left(\frac{x}{y} - 1\right)$

$\Big\rangle\; x \cdot z_x + y \cdot z_y = \frac{x}{y} g' - \frac{x}{y} g' = \underline{\underline{0}}$

(*) $w = f(s^3 + t^2)$, $f'(x) = e^x$ olsun. $\frac{\partial w}{\partial t}$, $\frac{\partial w}{\partial s}$'i s ve t cinsinden bulunuz.

$w = f(s^3 + t^2)$ $\quad x = s^3 + t^2$ olsun.

$w = f(x)$, $x = s^3 + t^2 \Rightarrow w \xrightarrow[\text{T.D.}]{} x \xrightarrow[\text{C.D.}]{} s, t$ (C.D.)

$$\frac{\partial w}{\partial s} = \underbrace{\frac{dw}{dx}}_{f'(x) = e^x} \cdot \frac{\partial x}{\partial s} = e^x \cdot 3s^2 = 3s^2 \cdot e^{s^3 + t^2}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \underbrace{\frac{dw}{dx}}_{f'(x) = e^x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} = e^x \cdot 2t = 2t \cdot e^{s^3 + t^2}$$

(*) $w = (x+y+z)^2$, $x = r - s$, $y = \operatorname{Cos}(r+s)$, $z = \operatorname{Sin}(r+s) \Rightarrow \left.\frac{\partial w}{\partial r}\right|_{\substack{r=1 \\ s=-1}} = ?$

$w \xrightarrow[\text{C.D.}]{} x, y, z \xrightarrow[\text{C.D}]{} r, s$ (C.D.)

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial r}$$

$$= 2(x+y+z) \cdot 1 + 2(x+y+z) \cdot (-\operatorname{Sin}(r+s)) + 2(x+y+z) \cdot \operatorname{Cos}(r+s)$$

$\left.\begin{array}{l} r = 1 \\ s = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 2 \quad y = 1 \quad z = 0$

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \underbrace{2 \cdot (2+1)}_{6} + \underbrace{2(2+1) \cdot (-\operatorname{Sin}(0))}_{0} + \underbrace{2(2+1)}_{6} \cdot \underbrace{\operatorname{Cos} 0}_{1} = \underline{\underline{12}}$$

⊛ $F(x,y)=\ln(xy+x-y-1)$ fonksiyonunun tanım bölgesini çiziniz.

$xy+x-y-1>0$ olmalı

$x(y+1)-(y+1)>0$

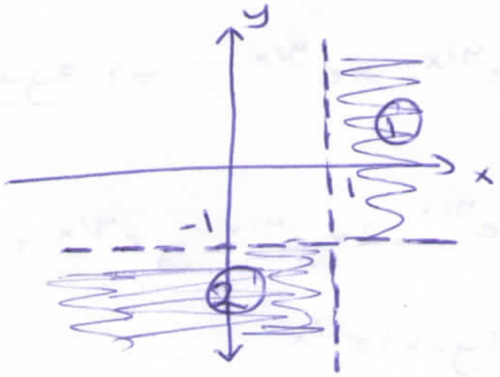
$(x-1)(y+1)>0$

① $+ \quad +$

② $- \quad -$

① $x-1>0 \quad y+1>0 \Rightarrow \boxed{x>1 \quad y>-1}$

② $x-1<0 \quad y+1<0 \Rightarrow \boxed{x<1 \quad y<-1}$



⊛ $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy-y^2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} & ,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & ,(x,y)=(0,0) \end{cases}$ fonksiyonu $(0,0)$ da sürekli midir?

* fonksiyon $(0,0)$ da tanımlı ✓

* $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy-y^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y\overbrace{(x-y)}^{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}}{\cancel{\sqrt{x}-\sqrt{y}}} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} y\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y}) = \underline{\underline{0}}$

* $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0=f(0,0)$ olduğundan fonk. $(0,0)$ da süreklidir ✓

⊛ $z=\mathrm{ArcSin}\dfrac{x}{y}+\mathrm{Arctan}\dfrac{y}{x}$ için $x.z_x+y.z_y=0$ olduğunu gösterin.

$$z_x=\frac{\frac{1}{y}}{\sqrt{1-\frac{x^2}{y^2}}}+\frac{-\frac{y}{x^2}}{1+\frac{y^2}{x^2}} \Rightarrow x.z_x=\cancel{\frac{\frac{x}{y}}{\sqrt{1-\frac{x^2}{y^2}}}}+\cancel{\frac{-\frac{y}{x}}{1+\frac{y^2}{x^2}}}$$

$$z_y=\frac{-\frac{x}{y^2}}{\sqrt{1-\frac{x^2}{y^2}}}+\frac{\frac{1}{x}}{1+\frac{y^2}{x^2}} \Rightarrow y.z_y=\cancel{\frac{-\frac{x}{y}}{\sqrt{1-\frac{x^2}{y^2}}}}+\cancel{\frac{\frac{y}{x}}{1+\frac{y^2}{x^2}}}$$

$+$

$x z_x+y z_y=0$ ✓

(*) $z = x^2 . e^{y/x} \Rightarrow x z_{xy} + (y-x) z_{yy} = 0$ old. gösterin.

$z_x = 2x . e^{y/x} + x^2 . \frac{-y}{x^2} e^{y/x} = (2x-y) e^{y/x}$

$z_{xy} = -e^{y/x} + (2x-y) . \frac{1}{x} e^{y/x}$

$z_y = x^2 . \frac{1}{x} e^{y/x} = x e^{y/x} \Rightarrow z_{yy} = x . \frac{1}{x} e^{y/x} = e^{y/x}$

$x . z_{xy} = -x e^{y/x} + 2x e^{y/x} - y e^{y/x} = (x-y) e^{y/x}$

$(y-x) z_{yy} = (y-x) e^{y/x}$

$+ \Rightarrow x z_{xy} + (y-x) z_{yy} = 0$ ✓

(*) $z = f(x+t, y-t)$ ise $\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}$ olduğunu gösterin.

$u = x+t$
$v = y-t$ $\}$ $z \to u, v \to x, y, t$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial u} . \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{1} + \frac{\partial z}{\partial v} . \underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{-1} = \frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u} . \underbrace{\frac{\partial u}{\partial x}}_{1} + \frac{\partial z}{\partial v} . \underbrace{\frac{\partial v}{\partial x}}_{0} = \frac{\partial z}{\partial u}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u} . \underbrace{\frac{\partial u}{\partial y}}_{0} + \frac{\partial z}{\partial v} . \underbrace{\frac{\partial v}{\partial y}}_{1} = \frac{\partial z}{\partial v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial t} \checkmark$$

2-a) $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 2, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ ile tanımlı f fonksiyonunun A(0,0) noktasında sürekli olup olmadığını inceleyiniz *(12 Puan)*

$f(x,y)$ $\neq(0,0)$ için fonk sürekli, $(0,0)$ da tanımlı $f(0,0)=2$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\left(1-\cos\sqrt{x^2+y^2}\right)\left(1+\cos\sqrt{x^2+y^2}\right)}{(x^2+y^2)\left(1+\cos\sqrt{x^2+y^2}\right)} = \quad 5$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left(\frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)^2 \cdot \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1}{1+\cos\sqrt{x^2+y^2}} = 1/2 \quad 3$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=\frac{1}{2}\neq f(0,0)=2 \quad 2$$

A(0,0) da $f(x,y)$ sürekli değildir. 2

2-b) $u=f(s)+g(r)$ fonksiyonu s ve r ye bağlı ikinci mertebeden sürekli kısmi türevlere sahip bir fonksiyon olsun. $s=5x+y$ ve $r=y-5x$ olmak üzere $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-25\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ifadesinin sıfıra eşit olduğunu, zincir kuralını kullanarak gösteriniz. *(13 Puan)*

$U_x = U_s \cdot 5 - U_r \cdot 5$ 2

$U_{xx} = 5\left[U_{ss}\, 5 - U_{sr}\cdot 5\right] - 5\left[U_{rs}\cdot 5 - U_{rr}\cdot 5\right]$

$= 25U_{ss} - 25U_{sr} - 25U_{rs} + 25U_{rr}$

$= 25U_{ss} - 50U_{sr} + 25U_{rr} = 25f''(s) + 25g''(r)$ 3

$U_y = U_s\cdot 1 + U_r\cdot 1$ 2

$U_{yy} = U_{ss}\cdot 1 + U_{rs}\cdot 1 + \cancel{U_{sr}}\, 1 + U_{rr} = U_{ss} + U_{rr}$

$= f''(s) + g''(r)$ 3

$U_{xx} - 25U_{yy} = 25\cancel{f''}(s) + 25\cancel{g''}(r) - \cancel{25f''(s) - 25g''(r)} = 0$ 3

16

6

⊗ $\vec{r}(t)=(e^t \cos t)\vec{i}+(e^t \sin t)\vec{j}+e^t\vec{k}$ eğrisinin $-\ln 4 \le t \le 0$ aralığındaki uzunluğu?

$$s(t)=\int_{t_0}^{t_1} \sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2+(z'(t))^2}\,dt$$

$x=e^t\cos t \Rightarrow x'=e^t\cos t-e^t\sin t \rightarrow (x')^2=e^{2t}\cos^2 t-2e^{2t}\cos t\sin t+e^{2t}\sin^2 t$

$=e^{2t}-2e^{2t}\cos t\sin t$

$y=e^t\sin t \Rightarrow y'=e^t\sin t+e^t\cos t \rightarrow (y')^2=e^{2t}\sin^2 t+e^{2t}\cos^2 t+2e^{2t}\sin t\cos t$

$=e^{2t}+2e^{2t}\cos t\sin t$

$z=e^t \Rightarrow z'=e^t \Rightarrow (z')^2=e^{2t}$

$(x')^2+(y')^2+(z')^2=3e^{2t} \Rightarrow \sqrt{(x')^2+(y')^2+(z')^2}=\sqrt{3e^{2t}}=\sqrt{3}e^t$

$$s(t)=\int_{-\ln 4}^{0}\sqrt{3}e^t\,dt=\sqrt{3}e^t\Big|_{-\ln 4}^{0}=\sqrt{3}e^0-\sqrt{3}\underbrace{e^{(-\ln 4)}}_{\frac{1}{4}}=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

⊗ $f(x,y)=\dfrac{x}{y^2}$ $x=e^v\cdot\sin u$ $y=\ln v+\cos u$ $\Rightarrow$ f_u, f_v'yi zincir kuralı ile bulunuz.

$f \xrightarrow{\text{ç.o.}} x,y \xrightarrow{\text{ç.o.}} u,v$ (ç.o. $f \to u,v$)

$$f_u=\frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial u}=\frac{1}{y^2}\cdot e^v\cos u+\left(-\frac{2x}{y^3}\right)\cdot(-\sin u)$$

$$f_v=\frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial v}=\frac{1}{y^2}e^v\cdot\sin u+\left(-\frac{2x}{y^3}\right)\cdot\frac{1}{v}$$

20

(*) Kabul edelim ki g diferansiyellenebilen bir fonksiyon ve $z \neq 0$ için $g\left(\frac{x}{z}, yz\right) = 0$ dır. Eğer $z = f(x,y)$ ise

$x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = z$ olduğunu gösteriniz. (2016 - yaz okulu 2. vize sorusu)

I. Yol

$g\left(\frac{x}{z}, yz\right) = 0$ ise $\frac{x}{z} = h(yz)$ yazılabilir.

[$f(x,y)=0$ kapalı fonksiyonunu $y=f(x)$ şeklinde açık yazmak gibi düşündük]

$\frac{x}{z} = h(yz) \Rightarrow F(x,y,z) = \frac{x}{z} - h(yz) = 0$ olur.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z} = -\frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - y \cdot h'(zy)} = \frac{z}{yz^2h' + x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z} = -\frac{-z \cdot h'(yz)}{-\frac{x}{z^2} - y \cdot h'(zy)} = -\frac{z^3 h'}{yz^2h' + x}$$

$$x\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{xz + yz^3h'}{yz^2h' + x} = \underline{\underline{z}}$$

II. Yol

$g\left(\frac{x}{z}, yz\right) = 0 \Rightarrow yz = h\left(\frac{x}{z}\right)$ yazılabilir. $\Rightarrow F(x,y,z) = h\left(\frac{x}{z}\right) - yz = 0$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z} = -\frac{\frac{1}{z} \cdot h'\left(\frac{x}{z}\right)}{-\frac{x}{z^2}h'\left(\frac{x}{z}\right) - y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z} = -\frac{-z}{-\frac{x}{z^2}h'\left(\frac{x}{z}\right) - y}$$

$$x\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\frac{x}{z}h' + zy}{\frac{x}{z^2}h' + y} = \underline{\underline{z}}$$

III. Yol $\quad g\left(\frac{x}{z}, yz\right) = 0 \qquad u = \frac{x}{z} \qquad v = yz \qquad g \to u,v \to x,y,z$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z} = -\frac{g_u \cdot \frac{1}{z}}{g_u\left(-\frac{x}{z^2}\right) + g_v \cdot y} \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{g_v \cdot y}{g_u\left(-\frac{x}{z^2}\right) + g_v y}$$

$$x\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y} = z \checkmark$$

(*) Kabul edelim ki z, x ve y nin diferansiyellenebilen bir fonksiyonu olarak $y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$ denklemini sağlamaktadır. Kutupsal koordinatlara geçildiğinde $\frac{\partial z}{\partial \theta}$ ne olur?

$x = r\cos\theta$
$y = r\sin\theta$

$$z \underset{C.O}{\rightarrow} x, y \underset{C.O.}{\rightarrow} r, \theta \quad \overset{C.O}{\longrightarrow}$$

$$\frac{\partial z}{\partial \theta} = \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial \theta} = \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\underbrace{(-r\sin\theta)}_{y} + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\underbrace{(r\cos\theta)}_{x}$$

$$= -y\cdot\frac{\partial z}{\partial x} + x\frac{\partial z}{\partial y} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial z}{\partial \theta} = 0}$$

(*) Kabul edelim ki z; x ve y değişkenlerine bağlı diferansiyellenebilen bir fonk. olmak üzere $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = 0$ denklemini sağlamaktadır. Bu denklemin kutupsal koordinatlarda alacağı şekli (formu) bulunuz.

$x = r\cos\theta$
$y = r\sin\theta$

$$z \underset{C.O}{\rightarrow} x, y \underset{C.O.}{\rightarrow} r, \theta \quad \overset{C.O}{\longrightarrow}$$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\cos\theta + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\sin\theta$$

$\downarrow$ r ile çarparsak

$$r\frac{\partial z}{\partial r} = \underbrace{r\cos\theta}_{x}\frac{\partial z}{\partial x} + \underbrace{r\sin\theta}_{y}\frac{\partial z}{\partial y} = \underbrace{x\frac{\partial z}{\partial x} + y\cdot\frac{\partial z}{\partial y}}_{0 \text{ olduğundan}} = 0 \Rightarrow r\frac{\partial z}{\partial r} = 0$$

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin(x^3+y^4)}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ (0,0), & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$ fonksiyonunun (0,0) daki f_x ve f_y türevlerini türev tanımı ile hesaplayınız.

$$f_x(0,0)=\lim_{h\to 0}\frac{\overbrace{f(0+h,0)}^{\frac{\sin h^3}{h^2}}-\overbrace{f(0,0)}^{0}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{\sin h^3}{h^2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sin h^3}{h^3}=\underline{\underline{1}}$$

$$f_y(0,0)=\lim_{h\to 0}\frac{\overbrace{f(0,0+h)}^{\frac{\sin h^4}{h^2}}-\overbrace{f(0,0)}^{0}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sin h^4}{h^3}\cdot\frac{h}{h}=\lim_{h\to 0}\overbrace{\frac{\sin h^4}{h^4}}^{1}\cdot\overbrace{h}^{0}=\underline{\underline{0}}$$

$w=f(s^3+r^2)$ ve $f'(x)=e^x$ olsun. $\frac{\partial w}{\partial r}$ ve $\frac{\partial w}{\partial s}$ i bulunuz.

$x=s^3+r^2$ olsun. $w=f(x)$

$$f=w \xrightarrow[\text{T.O.}]{} x \xrightarrow[\text{Ç.O.}]{} s,r \qquad (\text{Ç.O.})$$

$$\frac{\partial w}{\partial r}=\overbrace{f'(x)}^{\frac{df}{dx}}\cdot\frac{\partial x}{\partial r}=e^x\cdot 2r \qquad \frac{\partial w}{\partial s}=\overbrace{\frac{df}{dx}}^{f'(x)}\cdot\frac{\partial x}{\partial s}=e^x\cdot 3s^2$$

$w=f(ts^2,\frac{s}{t})$, $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=xy$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\frac{x^2}{2}$ olsun. $\frac{\partial w}{\partial t}$ ve $\frac{\partial w}{\partial s}$ i bulun.

$\left.\begin{aligned}x&=ts^2\\ y&=\tfrac{s}{t}\end{aligned}\right\}$ olsun.

$$w=f \xrightarrow[\text{Ç.O.}]{} x,y \xrightarrow[\text{Ç.O.}]{} s,t \qquad (\text{Ç.O.})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}=xy\cdot s^2+\frac{x^2}{2}\cdot\left(-\frac{s}{t^2}\right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial s}=\frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial s}=xy\cdot 2st+\frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{t}$$

⊗ $z = 5\,\mathrm{Arctan}x$, $x = e^u + \ln v$ ise $u = \ln 2$ ve $v = 1$ olduğunda $\frac{\partial z}{\partial u}$ ve $\frac{\partial z}{\partial v}$ yi bulunuz.

$$\overset{\text{Ç.O.}}{\overbrace{z \xrightarrow[\text{T.O.}]{} x \xrightarrow[\text{Ç.O.}]{} u,v}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{dz}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial u} = \frac{5}{1+x^2}\cdot e^u \xrightarrow[v=1]{\substack{x=2\\ u=\ln 2}} \frac{\partial z}{\partial u} = \frac{5}{1+2^2}\cdot 2 = \underline{\underline{2}}$$

$$\left.\begin{matrix} u=\ln 2 \\ v=1 \end{matrix}\right\} \boxed{x=2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{dz}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial v} = \frac{5}{1+x^2}\cdot\frac{1}{v} \xrightarrow[v=1]{\substack{x=2\\ u=\ln 2}} \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{5}{1+2^2}\cdot 1 = \underline{\underline{1}}$$

⊗ $w = (x+y+z)^2$, $x = r-s$, $y = \mathrm{Cos}(r+s)$, $z = \mathrm{Sin}(r+s)$ ise $r=1$, $s=-1$ için $\frac{\partial w}{\partial r} = ?$

$$\overset{\text{Ç.O.}}{\overbrace{w \xrightarrow[\text{Ç.O.}]{} x,y,z \xrightarrow[\text{Ç.O.}]{} r,s}}$$

$$\left.\begin{matrix} r=1 \\ s=-1 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} x=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{matrix}$$

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\partial w}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial r}$$

$$= 2(x+y+z).1 + 2(x+y+z).(-\mathrm{Sin}(r+s)) + 2(x+y+z).\mathrm{Cos}(r+s)$$

$$\left.\begin{matrix} r=1 \\ s=-1 \\ x=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial r} = 2.(2+1+0) + \overbrace{2(2+1+0).(-\mathrm{Sin}0)}^{0} + 2(2+1+0).\overbrace{\mathrm{Cos}0}^{1}$$

$$= 6 + 6 = \underline{\underline{12}}$$

YTÜ - Fen-Edebiyat Fakültesi, Final Sınavı Soru ve Cevap Kağıdı		**NOT TABLOSU**				
		1. S	**2. S**	**3.S**	**4. S**	**TOPLAM**
Adı Soyadı						
Öğrenci Numarası	**Grup No**					
Bölümü		**Sınav Tarihi**	**27\05\2013**			
Dersin Adı	**0251322 MATEMATİK II (5 saat) Final Sınavı**	Sınav Süresi	95 dk	**Sınav Yeri**		
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı		**İmza**				

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun ***Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin*** 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası alırlar.

1. $w = f\left(\dfrac{y-x}{xy}, \dfrac{z-y}{yz}\right)$ olmak üzere, $x^2\dfrac{\partial w}{\partial x} + y^2\dfrac{\partial w}{\partial y} + z^2\dfrac{\partial w}{\partial z} = 0$ bağıntısını gerçekleyiniz.

15

$$w = f\Big(\underbrace{\frac{y-x}{xy}}_{u}, \underbrace{\frac{z-y}{yz}}_{v}\Big), \quad \underbrace{u = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \quad v = \frac{1}{y} - \frac{1}{z}}_{6}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial u}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right) + \frac{\partial w}{\partial v}\cdot 0 = -\frac{1}{x^2}\frac{\partial w}{\partial u} \Big\}\ 5$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial u}\cdot\left(\frac{1}{y^2}\right) + \frac{\partial w}{\partial v}\left(-\frac{1}{y^2}\right) = \frac{1}{y^2}\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial u} - \frac{\partial w}{\partial v}\right) \Big\}\ 5$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial u}\cdot 0 + \frac{\partial w}{\partial v}\cdot\left(\frac{1}{z^2}\right) = \frac{1}{z^2}\cdot\frac{\partial w}{\partial v} \Big\}\ 5$$

$$\cancel{x^2}\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{x^2}}\right)\cdot\frac{\partial w}{\partial u} + \cancel{y^2}\cdot\frac{1}{\cancel{y^2}}\left(\frac{\partial w}{\partial u} - \frac{\partial w}{\partial v}\right) + \cancel{z^2}\frac{1}{\cancel{z^2}}\cdot\frac{\partial w}{\partial v} = 0 \Big\}\ 4$$

18

$\frac{7}{2}$

2