

2. BENZERLİK ve MODEL TEORİSİ, BOYUT ANALİZİNİN DENİZ ARAÇLARININ DİRENCİNE UYGULANIŞI

2.1 Benzerlik ve Model Teorisi

Benzerlik ve model teorisi ile farklı büyüklükteki cisimlerin mekanik bir olay karşısındaki davranışlarının benzer olabilme şartları incelenir.

Doğadaki herhangi bir fiziksel olayın laboratuvar koşullarındaki benzerine **fiziksel model**, doğadaki asıl olaya ise **prototip (ilk örnek)** denilir (model ve asıl cisim).

Genellikle model, asıl cisimden daha küçüktür. Ancak bazı durumlarda model, asıl cisimden daha büyük de olabilir. Doğadaki birçok karmaşık olayların çözümlenmesinde, model deneyleri oldukça güçlü bir tekniktir. Gemi modelleri çoğunlukla ağaç, parafin, plastik gibi malzemelerden ve belli bir ölçekte küçültülerek yapılır (model: gemi modeli, asıl cisim: gemi).

2.1.1 Benzerlik Oranı

Asıl cismin karakteristik boyutunun modelin karakteristik boyutuna oranı, benzerlik oranı olarak tanımlanır. Gemi için karakteristik boyut, dikmelerarası boyudur ($L = L_{BP}$).

$$\lambda = \frac{L_s}{L_m}$$

λ : Benzerlik oranı

L_s : Geminin dikmelerarası boyu L_m : Modelin dikmelerarası boyu

s : Gemi için alt indis m : Model için alt indis

Doğadaki birçok olayın matematiksel modeli oluşturulabilir.

Örneğin; $F = m.a$ (m kütleli bir cismin hızlanan/yavaşlayan hareketi gibi).

Ancak gemiyle ilgili birçok problemin matematiksel modelini oluşturmak genellikle güçtür. Bu nedenle gemiye ait birtakım fiziksel büyüklükler, model deneyleri yapılarak ve elde edilen deney sonuçlarına benzerlik kanunları uygulanarak belirlenmeye çalışılır.

2.1.2 Fiziksel Büyüklükler

Fiziksel olayları açıklayan denklemlerdeki uzunluk, kütle, zaman, hız, enerji, gerilme, özgül kütle, yerçekimi ivmesi vs. gibi büyüklüklere fiziksel büyüklükler denilir.

Bir fiziksel büyüklük daima bir sayısal ölçü ve bir birimden oluşur. Örneğin, 50 m³'lük bir hacim için 50 değeri bir sayısal ölçü ve m³ de hacim birimidir.

Başka bir örnek olarak, $F = m.a$

SI birim sisteminde, $[F] = \text{Newton}$, $[m] = \text{kg}$ ve $[a] = \text{m/s}^2$ olur.

2.1.3 Fiziksel Benzerlik

İki sistemin fiziksel olarak benzerliği, belirlenen bazı fiziksel büyüklüklerin oranının sistemler arasında birbirinin karşıtı olan noktaların hepsinde aynı olmasıdır. Yani model ve asıl cisim üzerindeki karşıt koordinatlardaki fiziksel büyüklükler arasında sabit bir oran olacaktır. Böylelikle modelin herhangi bir noktasındaki bir fiziksel büyüklük, söz konusu bu sabit oranla çarpılarak asıl cisimdeki fiziksel büyüklük elde edilir. Sabit oran her bir fiziksel büyüklük için farklı olacaktır.

Fiziksel büyüklüğe bağılı olarak gemi modeli ve gemi arasında; geometrik, kinematik ve dinamik benzerlikler bulunabilir:

2.1.3.1 Geometrik Benzerlik

Model ve gemide birbirinin karşıtı olan noktaların koordinatları arasında sabit bir oran var ise bu iki sistem geometrik olarak benzerdir. Model, geminin belli bir oranda küçültölmüş benzeridir. Bu durumda λ_L geometrik benzerlik oranı aşğıdaki gibi ifade edilir:

$$\lambda_L = L_s / L_m$$

Gemi ve modelin her noktası için geometrik benzerlik oranı sabittir.

Model yapımında bu benzerliğin yerine getirilmesi kolaylıkla sağlanmakla beraber; gemi ve modelin yüzeyleri, etrafındaki akımlar ve seyir ortamları farklılıklar gösterir. Problem bu zorlukları aşğıda belirtildiğı gibi maddeler halinde sıralayabiliriz:

1. Gemi yüzeyindeki pürüzlülüklerin yükseklikleri ve dağılımı modele tam olarak yansıtılamaz. Model yüzeyi daha düzgündür.
2. Gemi etrafındaki sınır tabaka modelde tam olarak gerçekleştirilemez. Çünkü gemi ve modelin karşıt noktaları farklı Reynolds sayılarında hareket eder.
3. Geminin ve modelin içinde bulundukları suların; özgül kütle, kirlilik, sıcaklık vs. gibi birtakım özellikleri birbirinden farklıdır.
4. Deniz ile havuz arasında; genişlik, derinlik vs. yönünden geometrik benzerlik sağlanamaz.

Bu nedenle aşağıdaki gibi bazı varsayımlar yapılır:

1. Modelin ve geminin yüzeylerinin düzgün olduğu,
2. Model deneyinde ve gemi seyir tecrübesinde havanın rüzgârsız, suyun akıntısız ve su yüzeyinin dalgasız olduğu (ayna yüzeyi gibi düzgün olduğu),
3. Deney havuzundaki tatlı suyun ve deniz suyunun temiz ve belli bir sıcaklıkta olduğu kabul edilir.

2.1.3.2 Kinematik Benzerlik

Kinematik benzerliği, hareketin benzerliği olarak ifade edebiliriz. Hem geometrik benzerlik hem de zaman benzerliği vardır. Başka bir deyişle, gemi ve modelde hızlar oranı eşit olmalıdır:

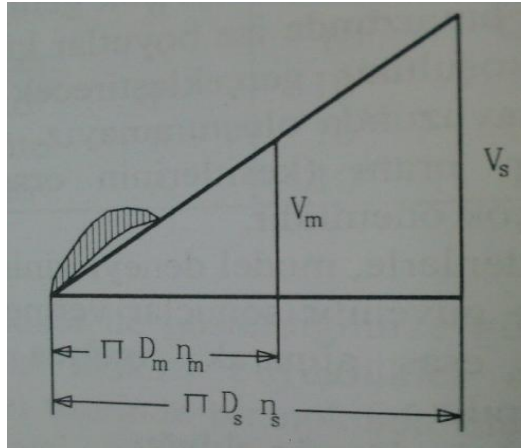
$$\lambda_v = \lambda_L / \lambda_t = \frac{(L_s / L_m)}{(t_s / t_m)} = \frac{v_s}{v_m}$$

Örnek olarak gemi pervanesi modeliyle deney yapıldığında, ilerleme hızları ile kanat elemanının çevresel hızları arasındaki oran hem model pervanede hem de gerçek ölçekli pervanede aynı olmalıdır (Şekil 2.1):

$$\frac{v_m}{\omega_m \times r_m} = \frac{v_s}{\omega_s \times r_s} \text{ veya } \frac{v_m}{n_m \times 2\pi \times r_m} = \frac{v_s}{n_s \times 2\pi \times r_s} \text{ veya } \frac{v_m}{n_m \times D_m} = \frac{v_s}{n_s \times D_s} \text{ veya}$$

$$J_m = J_s$$

$$J = \frac{v}{n \times D} \text{ (Pervane İlerleme Katsayısı)}$$



Şekil 2.1

n: Pervanenin Saniyedeki Devir Sayısı (RPS) **r**: Pervane Yarıçapı

D: Pervane Çapı

v: İlerleme Hızı

2.1.3.3 Dinamik Benzerlik

Eğer model deneyleri, cisim üzerine etki eden kuvvetlerin büyüklüğü hakkında bilgi edinmek için yapılıyor ise dinamik benzerlik söz konusudur.

Geometrik benzer iki sistemin karşıt noktalarındaki kuvvetler arasındaki oran sabit ise sistemler dinamik olarak benzerdir. Böyle bir sistemdeki herhangi iki kuvvetin oranı, diğer sistemde de aynı olur:

2.1.4 Benzerlik Koşullarını Belirleyen Başlıca Yöntemler

Modelde ölçülen büyüklüklerden yararlanılarak, gemiye ilişkin değerlerin elde edilmesinde veya geminin değerlerinin modele aktarılmasında, benzerlik koşullarına ihtiyaç duyulur.

Benzerlik koşulları ise

- **matematiksel model,**
- **dinamik benzerlik veya**
- **boyut analizi**

yöntemlerinden biri kullanılarak elde edilebilir. Aşağıda Dinamik Yöntem ve Boyut Analizi Yöntemi detaylı olarak açıklanacaktır:

2.1.4.1 Dinamik Benzerlik

Akışkan içindeki bir cisme etki eden kuvvetler, aşağıda verildiği gibidir:

- Atalet Kuvveti (F_i):

Bir kütlenin ivme kazanmaya olan direncini belirtir.

$$F_i = m.a = \rho.L^3(L/T^2) = \rho.L^2.(L^2/T^2) = \rho.L^2.v^2$$

- Yerçekimi Kuvveti veya Ağırlık Kuvveti (F_g):

$$F_g = m.g = \rho.L^3.g$$

- Viskoz Kuvvet (F_v):

$$F_v = \tau.S = \mu.\frac{\partial u}{\partial y}.S = \mu.(L/(T.L)).L^2 = \mu.v.L$$

- Basınç Kuvveti (F_p)

Cisme etki eden kuvvetlerin cinsine göre aşağıdaki gibi değişik benzerlik koşulları oluşturulabilir:

A) Gerçek Akışkan İçine Tamamen Dalmış Bir Cismin Hali

Yüzdürücü kuvvetler, yerçekimi kuvveti ile dengededir.

Atalet ve viskoz kuvvetler dikkate alınır. Yani model ve asıl cismin karşıt noktalarında (Atalet Kuvveti / Viskoz Kuvvet) oranı sabit ise dinamik benzerlik sağlanmış olunur:

$$\left(\frac{F_i}{F_v}\right)_m = \left(\frac{F_i}{F_v}\right)_s \rightarrow \left(\frac{\rho L^2 v^2}{\mu v L}\right)_m = \left(\frac{\rho L^2 v^2}{\mu v L}\right)_s$$
$$v = \frac{\mu}{\rho} \rightarrow \left(\frac{v L}{\nu}\right)_m = \left(\frac{v L}{\nu}\right)_s \rightarrow Rn_m = Rn_s$$

Sonuç olarak model ve asıl cismin Reynolds sayıları eşit olur ise o zaman dinamik benzerlik sağlanmış olunur (Reynolds Benzerliği). Burada μ dinamik viskozite katsayısı, ν de kinematik viskozite katsayısıdır.

B) İdeal Akışkan Yüzeyinde Hareket Eden Bir Cisim Hali

Cismin akışkan yüzeyindeki hareketi, belirli bir dalga sistemini oluşturur. Yerçekimi kuvveti etkin hale gelir. (F_i / F_g) model ve asıl cisimde aynı ise o zaman benzer dalgalar meydana gelir. Dinamik benzerlik için,

$$\left(\frac{\text{Atalet Kuvveti}}{\text{Yerçekimi Kuvveti}}\right)_m = \left(\frac{\text{Atalet Kuvveti}}{\text{Yerçekimi Kuvveti}}\right)_s \text{ olmalıdır.}$$
$$\left(\frac{F_i}{F_g}\right)_m = \left(\frac{F_i}{F_g}\right)_s \rightarrow \left(\frac{\rho L^2 v^2}{\rho L^3 g}\right)_m = \left(\frac{\rho L^2 v^2}{\rho L^3 g}\right)_s \rightarrow \left(\frac{v^2}{gL}\right)_m = \left(\frac{v^2}{gL}\right)_s \rightarrow$$
$$\left(\frac{v}{\sqrt{gL}}\right)_m = \left(\frac{v}{\sqrt{gL}}\right)_s \rightarrow Fn_m = Fn_s$$

Sonuç olarak model ve asıl cisim aynı Froude sayısına sahip ise o zaman benzer karakterde dalgalar oluştururlar (Froude Benzerliği).

C) Gerçek Akışkan Yüzeyinde Hareket Eden Bir Cisim Hali

Bu durumda serbest su yüzeyinden dolayı; yerçekimi kuvveti, viskoz kuvvet ve atalet kuvveti etkin olacaktır.

Dinamik benzerlik koşulu için hem Reynolds sayılarının (**Rn**) hem de Froude sayılarının (**Fn**) model ve asıl cisimde aynı olması gerekir.

Şimdi böyle bir dinamik benzerliğin sağlanabilmesi için, model ölçeğinin ne olması gerektiğini bulmaya çalışalım:

$$\mathbf{Fn}_m = \mathbf{Fn}_s \quad \rightarrow \quad \frac{v_m^2}{g L_m} = \frac{v_s^2}{g L_s} \quad \rightarrow \quad \frac{v_m^2}{L_m} = \frac{v_s^2}{L_s} \rightarrow \frac{v_s^2}{v_m^2} = \frac{L_s}{L_m} \rightarrow \frac{v_s}{v_m} = \sqrt{\frac{L_s}{L_m}} = \sqrt{\lambda_L} \quad \rightarrow$$

$v_s = \sqrt{\lambda_L} \times v_m$ olmalıdır.

$$\mathbf{Rn}_m = \mathbf{Rn}_s \quad \rightarrow \quad \frac{v_m L_m}{\nu_m} = \frac{v_s L_s}{\nu_s} \quad \rightarrow \quad \frac{v_s}{v_m} = \left(\frac{L_m}{L_s} \right) \times \left(\frac{\nu_s}{\nu_m} \right) \quad \rightarrow \quad v_s = \left(\frac{L_m}{L_s} \right) \times \left(\frac{\nu_s}{\nu_m} \right) \times v_m$$

$\rightarrow v_s = \lambda_L^{-1} \times \left(\frac{\nu_s}{\nu_m} \right) \times v_m$ olmalıdır. Bu durumda aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\sqrt{\lambda_L} = \lambda_L^{-1} \times \left(\frac{\nu_s}{\nu_m} \right)$$

Eğer model ve asıl cisim aynı akışkan yüzeyinde hareket ediyor ise o zaman $\sqrt{\lambda_L} = \lambda_L^{-1}$ eşitliğinden $\lambda_L = 1$ elde edilir. Başka bir deyişle $L_m = L_s$ olmalıdır. Bu sonuç, modelin gemi ile aynı büyüklükte yapılması gerektiğini gösterir. Bu durumda hareketi kontrol eden kuvvetlerden hangisi daha önemli ise, o kuvvet dikkate alınarak model ölçeği seçilir ve böylece yaklaşık çözüme ulaşılır. **Sonuç olarak, su üstü cisimlerinde Froude benzerliği, su altı cisimlerinde de Reynolds benzerliği kullanılır.**

2.2 Boyut Analizinin Deniz Araçlarının Direncine Uygulanışı

Mekanik ve akışkanlar mekaniğinde kullanılan temel büyüklükler, Uzunluk (**L**), Kütle (**M**) ve Zaman (**T**)'dir.

Bu temel büyüklüklerin L, M ve T şeklindeki boyutlarına temel boyutlar denilir. Temel büyüklükler dışındaki diğer büyüklüklerin boyutları ise bu üç temel büyüklüğün boyutları cinsinden ifade edilir. Örneğin:

$$[\text{Hız}] = L/T$$

$$[\text{İvme}] = (L/T)/T = L/T^2$$

$$[\text{Kuvvet}] = [\text{Kütle} \times \text{İvme}] = M.(L/T^2)$$

$$[\text{Özgöl Kütle}] = M/L^3$$

$$[\text{Özgöl Ağırlık}] = (M.(L/T^2))/L^3 = M/(L^2.T^2)$$

2.2.1 Viskoz Akışkan Yüzeyinde Hareket Eden Bir Geminin Direnci

Burada direncin değişik faktörlere göre nasıl değiştiği araştırılacaktır. Gemi formuna ait boyutsuz oranlar benzer gemilerde aynı olacağından, bunlar direnç analizinde dikkate alınmazlar. Bir geminin direnci için,

$$R = f(\rho^a v^b L^c \mu^d g^e p^f) \text{ yazılabilir.}$$

$$R: \text{Gemi Direnci ve } [R] = M.(L/T^2)$$

$$\rho: \text{Özgöl Kütle ve } [\rho] = M/L^3$$

$$v: \text{Gemi Hızı ve } [v] = L/T$$

$$L: \text{Gemi Boyu ve } [L] = L$$

$$\mu: \text{Dinamik Viskozite ve } [\mu] = M/(L.T)$$

$$g: \text{Yerçekimi İvmesi ve } [g] = L/T^2$$

$$p: \text{Statik Basınç ve } [p] = M/(L.T^2)$$

$$F = \mu \frac{du}{dy} S \quad \text{ve} \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

ν : Kinematik Viskozite ve $[\nu] = L^2/T$

Yukarıdaki **R** denkleminde bu boyutlar yerine koyulduğunda, aşağıdaki denklem sistemi elde edilir:

$$M.(L/T^2) = f((M/L^3)^a.(L/T)^b.L^c.(M/(L.T))^d.(L/T^2)^e.(M/(L.T^2))^f)$$

$$M \rightarrow 1 = a+d+f$$

$$L \rightarrow 1 = -3a+b+c-d+e-f$$

$$T \rightarrow 2 = b+d+2e+2f$$

Elde edilen bu denklem sistemi, 6 bilinmeyenli ve 3 denklemden ibarettir. Söz konusu bu denklem sistemi **a**, **b** ve **c**'ye göre çözülür ise aşağıdaki bağıntılar elde edilir:

$$a = 1-d-f$$

$$b = 2-d-2e-2f$$

$$c = 2-d+e$$

Bulunan bu değerler **R** denkleminde yerine koyulduğunda, aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$R = f(\rho^{1-d-f} \nu^{2-d-2e-2f} L^{2-d+e} \mu^d g^e p^f) = \rho \nu^2 L^2 f((\rho \nu L / \nu)^{-d}, (g L / \nu^2)^e, (p / \rho \nu^2)^f)$$

$\rho \nu^2 L^2$; kuvvet boyutunda olup, parantez içindekiler ise boyutsuzdur.

$\nu = \mu/\rho$ ve $L^2 = S$ olarak yazılır ise

$$R/\left(\frac{\rho}{2} S v^2\right) = f((vL/\nu), (gL/v^2), (p/(\rho v^2))) \text{ elde edilir.}$$

$$R/\left(\frac{\rho}{2} S v^2\right) = C, \quad \mathbf{C}: \text{Boyutsuz Direnç Katsayısı}$$

Denklemdaki boyutsuz sayılar farklı gemilerde aynı olur ise gemilerin etrafındaki akım hatları birbirine benzer ve **C** direnç katsayısı da her biri için aynı olur.

$\frac{vL}{\nu}$, sürtünme direnci ile ilgilidir.

$\frac{gL}{v^2}$, **g'**den dolayı, ağırlık kuvveti altındaki hareketle oluşan dalga yapma direnci ile ilgilidir.

$\frac{p}{\rho v^2}$ de statik basıncın dinamik basınca oranıdır. Bu oran pervanede önemli iken, gemide ihmal edilir.

$$C = R/\left(\frac{\rho}{2} S v^2\right) = f(vL/\nu, gL/v^2) = f(Rn, Fn)$$

2.2.2 İdeal Akışkan Yüzeyinde Hareket Eden Bir Geminin Direnci

Bu durumda, sürtünme ve viskoz basınç dirençleri olmaz. Yüzey dalgalarının hareketi sadece $(gL)/v^2$ değerine bağlı olacaktır.

Artık direnç katsayısı: $C_R = C_T - C_F$

$$C_R = R_R / \left(\frac{1}{2} \rho v^2 S \right) = f \left(\frac{gL}{v^2} \right) = f(Fn)$$

Aynı Froude sayılarında yüzen geometrik benzer gemilerin C_R değerleri de aynıdır:

$$C_{Rs} = C_{Rm}$$

$$\frac{R_{Rs}}{R_{Rm}} = \frac{\frac{1}{2} \rho_s v_s^2 S_s C_{Rs}}{\frac{1}{2} \rho_m v_m^2 S_m C_{Rm}} = \frac{\rho_s}{\rho_m} \frac{L_s}{L_m} \frac{L_s^2}{L_m^2} = \frac{\rho_s}{\rho_m} \frac{L_s^3}{L_m^3} = \frac{\Delta_s}{\Delta_m}$$

$$\frac{v_s^2}{gL_s} = \frac{v_m^2}{gL_m} \rightarrow \frac{v_s^2}{v_m^2} = \frac{L_s}{L_m}$$

Froude Mukayese Kanunu: Geometrik benzer gemilerin hızları, lineer boyutlarının kareköküyle değişmek koşulu ile artık dirençlerinin oranı, deplasmanları oranına (veya lineer boyutlarının küpleri oranına) eşittir:

$$\frac{R_{Rs}}{\Delta_s} = \frac{R_{Rm}}{\Delta_m}, \quad Fn = \frac{v}{\sqrt{gL}}$$

Geometrik benzer gemi ve modeli, Froude kanunu ile gerçekleşen hızlarda seyrediyor ise bu hızlara **karşıt hızlar** denilir.

2.2.3 Viskoz Akışkan İçine Dalmış Bir Denizaltının Direnci

Bu durumda, dalga yapma direnci olmaz. Denizaltının hareketini, $\frac{VL}{\nu}$ kontrol eder.

$$Rn = \frac{VL}{\nu}, \quad C_F = R_F / \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S \right) = f(VL/\nu) = f(Rn)$$

Geometrik benzer ve Reynolds sayıları aynı olan denizaltıların C_F sürtünme direnç katsayıları da aynı olur:

$$C_{Fs} = C_{Fm}$$

$$\frac{R_{Fs}}{R_{Fm}} = \frac{\frac{1}{2} \rho_s V_s^2 S_s C_{Fs}}{\frac{1}{2} \rho_m V_m^2 S_m C_{Fm}} = \frac{L_m^2 L_s^2}{L_s^2 L_m^2} = 1 \quad (\rho_s = \rho_m),$$

$$V_s L_s = V_m L_m \rightarrow \frac{V_s}{V_m} = \frac{L_m}{L_s} \rightarrow V_m = \frac{V_s L_s}{L_m} \quad (V_s = V_m)$$

Reynolds sayıları aynı olan geometrik benzer denizaltıların sürtünme dirençleri birbirine eşit olur. Ancak Reynolds benzerliği için, modelin çekme hızı çok daha fazla olmalıdır.

Reynolds ve Froude Benzerlikleri Aynı Anda Gerçekleştirilebilir mi?

Bu durum, pratik olarak mümkün değildir.

Örnek:

$L_s = 100$ m, $V_s = 15$ knot, $L_m = 4$ m olsun.

Froude Benzerliğinden:

$$\frac{V_s}{\sqrt{gL_s}} = \frac{V_m}{\sqrt{gL_m}} \rightarrow V_m = \frac{V_s}{\sqrt{L_s/L_m}} = \frac{15 \times 0.5144}{\sqrt{100/4}} = \frac{7.716}{5} = 1.543 \text{ m/s}$$

Reynolds Benzerliğinden:

$$\frac{V_m L_m}{\nu_m} = \frac{V_s L_s}{\nu_s}, \quad \nu_m = \nu_s \rightarrow V_m = \frac{V_s L_s}{L_m} = \frac{7.716 \times 100}{4} = 192.9 \text{ m/s}$$

Bu hızı elde etmek, pratikte mümkün değildir.

$$\lambda = \frac{L_s}{L_m} = \frac{100}{4} = 25 \rightarrow$$

Froude benzerliğinde $\frac{V_m}{V_s} = \frac{1}{5}$ iken,

Reynolds benzerliğinde $\frac{V_m}{V_s} = 25$ olur.

Reynolds ve Froude Benzerliklerini Aynı Deneyde Sağlayacak Akışkanın Kinematik Viskozitesi Ne Olmalıdır?

Froude Benzerliğinden: $\lambda = \frac{L_s}{L_m}$ $v_m = \frac{v_s}{\sqrt{\lambda}}$

Reynolds Benzerliğinden: $v_m = v_s \lambda (v_m / v_s)$

$$\frac{v_s}{\sqrt{\lambda}} = v_s \lambda (v_m / v_s) \quad \rightarrow \quad v_m = v_s / (\lambda \sqrt{\lambda}) = v_s / \lambda^{3/2}$$

$\lambda = 25 \rightarrow \frac{v_s}{v_m} = \lambda^{3/2} = 125$ olur. $v_m = \frac{v_s}{125}$ olduğu takdirde tek deneyde her iki

benzerlik sağlanır. Ancak doğada böyle bir akışkan mevcut değildir.

Aynı akışkanda ise ancak $L_m = L_s$ için her iki benzerlik sağlanır.

Gemilerin artık direncini bulmak için Froude benzerliğinden yararlanılır. Denizaltılar gibi yerçekimi kuvvetinin etkin olmadığı hallerde ise Reynolds benzerliği kullanılır.

Froude benzerliğinde, önce model direnç deneyinden modelin toplam direnci ölçülür. Daha sonra modelin sürtünme direnci ve modelin artık direnci hesaplanır. Bu noktadan itibaren geminin artık direnci ve sürtünme direnci (dolayısıyla geminin toplam direnci) elde edilir.