

①

$f(x,y) = \arccos\left(\frac{y}{x^2}\right) + \ln(1-x^2)$ fonksiyonunun tanım bölgesi aşağıdakilerden hangisidir?

①

$$\arccos\left(\frac{y}{x^2}\right) \Rightarrow -1 \leq \frac{y}{x^2} \leq 1 \Rightarrow \boxed{-x^2 \leq y \leq x^2} *$$

②

$$\ln(1-x^2) \Rightarrow 1-x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow \boxed{-1 < x < 1}$$

③

$$\frac{y}{x^2} \Rightarrow \boxed{x \neq 0} \rightarrow \boxed{-1 < x < 0, 0 < x < 1} *$$

$$* \Rightarrow D(x,y) = \{(x,y) \mid -x^2 \leq y \leq x^2, -1 < x < 0, 0 < x < 1\}$$

Cevap C

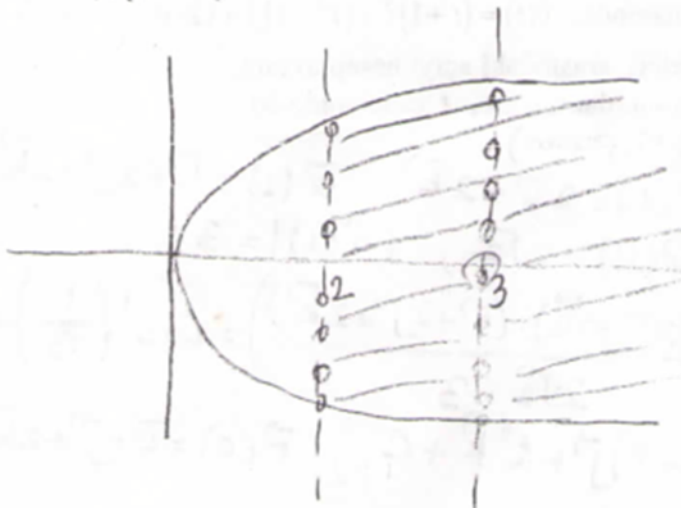
②

$f(x,y) = \frac{\sqrt{x-y^2}}{\ln(x-2)}$ tanım bölgesini çiziniz.

$$\sqrt{x-y^2}: x-y^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq y^2 \checkmark$$

$$\ln(x-2): x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

$$\frac{1}{\ln(x-2)}: \ln(x-2) \neq 0 \quad x-2 \neq 1 \quad x \neq 3$$

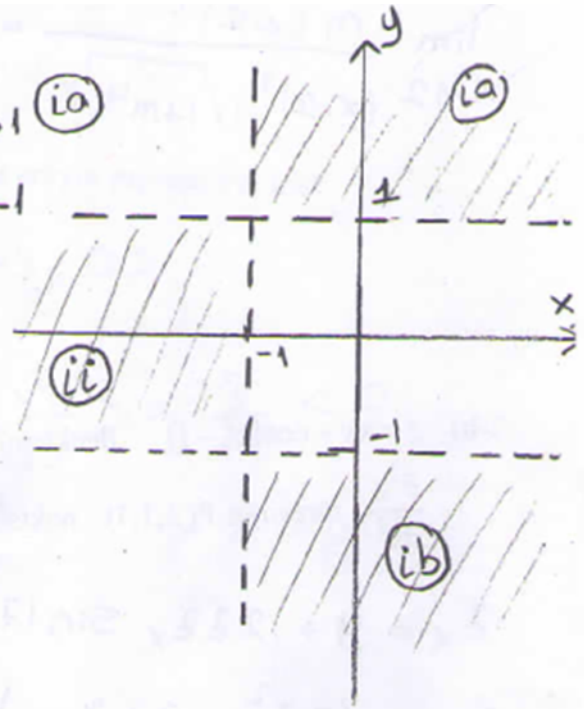


3) $f(x,y) = \ln(y^2x - 1 + y^2 - x)$ fonksiyonunun tanım bölgesini çiziniz.

$$y^2x - 1 + y^2 - x > 0 \rightarrow (y^2 - 1)(x + 1) > 0$$

$$\begin{aligned} \text{i) } y^2 - 1 > 0 ; x + 1 > 0 & \Rightarrow x > -1 ; y > 1 \quad \textcircled{ia} \\ y^2 > 1 & \\ |y| > 1 & \\ y > 1 \quad y < -1 & \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} x > -1 \\ x > -1 \end{array} \right\} \Rightarrow x > -1 ; y < -1 \quad \textcircled{ib}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } y^2 - 1 < 0 ; x + 1 < 0 & \Rightarrow x < -1 ; -1 < y < 1 \\ y^2 < 1 & \\ |y| < 1 & \\ -1 < y < 1 & \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} x < -1 \\ x < -1 \end{array} \right\} \Rightarrow x < -1 ; -1 < y < 1$$



$$\begin{aligned} \text{4) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0^+, 2^-)} \frac{x+y-2}{\sqrt{x} + \sqrt{2-y}} &= \lim_{(x,y) \rightarrow (0^+, 2^-)} \frac{x+y-2}{x-2+y} \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2-y}}{\sqrt{x} - \sqrt{2-y}} \\ &= \boxed{0} \end{aligned}$$

Cevap A

$$\begin{aligned} \text{5) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y^2}{1 - \sqrt{1+x^2+y^2}} &= \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y^2}{1 - (1+x^2+y^2)} \cdot \frac{1 + \sqrt{1+x^2+y^2}}{1 + \sqrt{1+x^2+y^2}} \\ &= \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y^2}{-(x^2+y^2)} \cdot \frac{(1 + \sqrt{1+x^2+y^2})}{1} \\ &= \boxed{-2} \end{aligned}$$

Cevap B

6) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \cdot \ln(1+y)}{x^2+y^2}$ limitinin mevcudiyetini araştırınız.

$$y=kx \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \ln(1+kx)}{x^2+k^2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+kx)}{(1+k^2)x} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ L'H.}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{k}{1+kx}}{1+k^2} = \frac{k}{1+k^2} \rightarrow k'ye \text{ bağımlı}$$

Limit yok

7) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x-2y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ I. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x-2y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ II. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x+y}}{1+e^{\frac{x-y}{2}}}$ III. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2+y^2) \cdot \sin \frac{1}{x^2+y^2}$

Limit yok

$y=mx$

$x \rightarrow 0^+ = \frac{3-3m}{\sqrt{1+m^2}}$

$x \rightarrow 0^- = \frac{3m-3}{\sqrt{1+m^2}}$

$\frac{e^0}{1+e^0} = \frac{1}{2}$

$\frac{0}{\sin \infty} = 0$

$-1 \leq A \leq 1$

limitleri ile ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangisi doğrudur?

(a) I: Limit mevcut değildir

II: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{2}$ 'dir

III: Limit mevcuttur, değeri 1'dir

(b) I: Limit mevcut değildir

II: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{2}$ 'dir

III: Limit mevcuttur, değeri 0'dir

(c) I: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 'dir

II: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{2}$ 'dir

III: Limit mevcuttur, değeri 0'dir

(d) I: Limit mevcut değildir

II: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{2}$ 'dir

III: Limit mevcut değildir

(e) I: Limit mevcut değildir

II: Limit mevcut değildir

III: Limit mevcut değildir

8

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{\tan(xy)}{x^2y+x} = ?$$

(a) 0

(b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

(e) 1

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{\tan xy}{xy} \cdot \frac{xy}{x(xy+1)} = 1$$

9

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy} \sin(xy)}{xy} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy} \sin(xy)}{xy} = 1$$

$e^0 = 1$

$$\left(\frac{\sin 0}{0} = \frac{\tan 0}{0} \rightarrow 1 \right)$$

Cevap B

Hatırlatma: $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = 0$ ise

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} \frac{\sin(f(x,y))}{f(x,y)} = \lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} \frac{\tan f(x,y)}{f(x,y)} = 1$$

10 $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\tan(xy)}{y+2xy} = ?$

- (a) 0 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$ (e) 1

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\tan xy}{xy} \cdot \frac{x}{y(1+2x)} = \frac{1}{3}$$

11 $f(x,y) = \arcsin(x^2 + y^2 - 1) + \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$ fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- (a) $D(x,y) = \{(x,y) \mid 1 < x^2 + y^2 < 2\}$
 (b) $D(x,y) = \{(x,y) \mid 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$
 (c) $D(x,y) = \{(x,y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$
 (d) $D(x,y) = \{(x,y) \mid 1 < x^2 + y^2 \leq 2\}$
 (e) $D(x,y) = \{(x,y) \mid 0 < x^2 + y^2 \leq 1\}$

★ $\arcsin(x^2 + y^2 - 1)$

↓

$$-1 \leq x^2 + y^2 - 1 \leq 1$$

↓

$$0 \leq x^2 + y^2 \leq 2$$

→

★ $\sqrt{x^2 + y^2 - 1}$

↓

$$x^2 + y^2 - 1 \geq 0$$

↓

$$x^2 + y^2 \geq 1$$

↙

$$1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$$

12

$f(x, y) = \arccos \frac{x}{y^2} + \sqrt{\ln(1 - xy)}$ fonksiyonunun tanım bölgesi aşağıdakilerden hangisidir?

- (a) $\mathcal{D} = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}$
 (b) $\mathcal{D} = \{(x, y) | -x^2 \leq y \leq x^2, 0 \leq y \leq x\}$
 (c) $\mathcal{D} = \{(x, y) | -x^2 \leq y \leq x^2, xy > 1\}$
 (d) $\mathcal{D} = \{(x, y) | -y^2 \leq x \leq y^2, xy \geq 2\}$
 (e) $\mathcal{D} = \{(x, y) | -y^2 \leq x \leq y^2, xy \leq 0, y \neq 0\}$

①

$$-1 \leq \frac{x}{y^2} \leq 1 \Rightarrow -y^2 \leq x \leq y^2$$

② $\frac{x}{y^2} \Rightarrow y \neq 0$

③ $\ln(1 - xy) \geq 0 \Rightarrow 1 - xy \geq 1$
 $xy \leq 0$

④ $1 - xy > 0 \Rightarrow 1 \geq xy$
 $xy \leq 0$

Cevap E

13

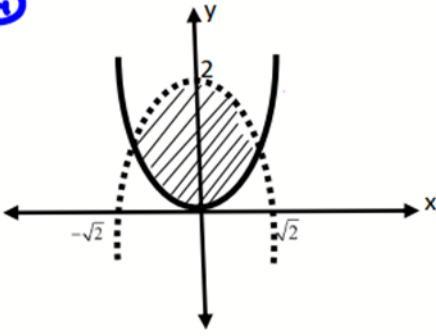
$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4} - 2} = ? \rightarrow \frac{0}{0} \rightarrow \text{cebirsel işl.} \checkmark$

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 9

Estenik soru çözelim

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4} - 2} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + 4 - 4} \cdot \frac{(\sqrt{x^2 + y^2 + 4} + 2)}{2 + 2} = 4$$

14



Sıkları deneyerek çözebilirsiniz.

A) $\ln(2-y-x^2)$ için $\rightarrow 2-y-x^2 > 0$
 $\boxed{y < 2-x^2}$

$\sqrt{y-x^2}$ için $\rightarrow y-x^2 > 0$
 $\boxed{y > x^2}$

$\boxed{x^2 \leq y < 2-x^2}$

Yukarıda taralı olarak verilen tanım bölgesine sahip fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $f(x, y) = \ln(2-y-x^2) + \sqrt{y-x^2}$

B) $f(x, y) = \ln(x+y) + \sqrt{x+y}$

C) $f(x, y) = \ln(y-x^2) + \sqrt{2-x^2-y}$

D) $f(x, y) = \ln(2-x-y^2) + \sqrt{x-y^2}$

E) $f(x, y) = \ln(x-y^2) + \sqrt{2-x-y^2}$

15

İki değişkenli gerçel değerli bir f fonksiyonu

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4) + \arccos\left(\frac{1 - x^2 - y^2}{8}\right)$$

kuralı ile tanımlanıyor.

$x^2 + y^2 - 4 > 0$

$-1 \leq \frac{1-x^2-y^2}{8} \leq 1$

Buna göre, f fonksiyonunun tanım kümesinin düzlemde belirttiği bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 3π

B) 5π

C) 8π

D) 10π

E) 12π

$\boxed{x^2 + y^2 > 4}$

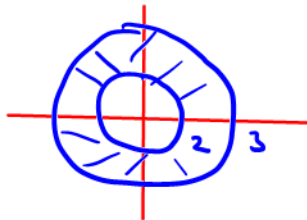
$-8 \leq 1 - x^2 - y^2 \leq 8$

$-9 \leq -x^2 - y^2 \leq 7$

$4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$

$\boxed{-7 \leq x^2 + y^2 \leq 9}$

Tanım bölgesi



Büyük alan = $\pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$

Küçük alan = $\pi r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$

Tanım Bölgesi = Büyük - Küçük
 $= 9\pi - 4\pi = 5\pi$

16)
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3xy}{x^2+y^2} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

I. $f(x,y)$ $(0,0)$ da tanımlıdır

II. $(0,0)$ 'a $y=x^2$ eğrisi ile yaklaşıırken alınan limit değeri 0'dır

III. $(0,0)$ daki limiti 0'dır

IV. $(0,0)$ da sürekli'dir

ifadelerinden hangileri doğrudur?

a) I, II, III, IV b) I, II, IV c) I, II d) I, III, IV

I. Doğru ✓ $f(0,0)=0$ tanımlanmış ✓

II. $y=x^2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot x^2}{x^2 + x^4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3}{x^2(1+x^2)} = 0 \checkmark$
Doğru

III. $y=kx \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot kx}{x^2 + k^2 x^2} = \frac{3k}{1+k^2} \rightarrow k$ 'ya bağlı
limit yok (Yanlış)

IV. Limit olmadığından SÜREKLİ DEĞİL (Yanlış)

I ve II Doğru

Cevap C