

## 2 Katlı İntegral

①  $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{dx dy}{\sqrt{1+3x^3}}$  integrasyon sınısını değiştirirsek

yeni integral?

a)  $\int_{\sqrt{y}}^1 \int_0^1 \frac{dy dx}{\sqrt{1+3x^3}}$

b)  $\int_0^1 \int_0^{x^2} \frac{dy dx}{\sqrt{1+3x^3}}$

c)  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} \frac{dy dx}{\sqrt{1+3x^3}}$

②  $\int_0^1 \int_{\text{Arcsin } y}^{\pi/2} e^{\cos x} dx dy$  int. sınısını değiştirirsek  
yeni integral?

a)  $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin y} e^{\cos x} dy dx$

b)  $\int_{\text{Arcsin } y}^{\pi/2} \int_0^1 e^{\cos x} dy dx$

c)  $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin x} e^{\cos x} dy dx$

③  $\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1+\sqrt{x^2+y^2}} dy dx$  Kutupsal dönüşüm ile  
yazınca oluşan integral?

a)  $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^1 \frac{2r}{1+r} dr d\theta$

b)  $\int_{\pi}^{3\pi/2} \int_0^1 \frac{2r}{1+r} dr d\theta$

c)  $\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \int_0^1 \frac{2r}{1+r} dr d\theta$

④  $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dx dy$  int. sırasını değiştirince yeni integral?

a)  $\int_0^3 \int_0^{x/3} e^{x^2} dx dy$

b)  $\int_0^3 \int_0^{x/3} e^{x^2} dy dx$

c)  $\int_{3y}^3 \int_0^1 e^{x^2} dy dx$

⑤  $D: x^2 + y^2 = 2x$  bölgesinde  $f(x,y) = x^2 + y^2$  fonksiyonunun iki katlı integralini kutupsal koord. yazınız.

a)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 r^3 dr d\theta$

b)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^2 r^3 dr d\theta$

c)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\cos\theta} r^3 dr d\theta$

⑥  $R$  bölgesi :  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$  olmak

üzere  $\iint_R \arctan\left(\frac{y}{x}\right) dA$  integralini kutupsal koord. yazınız.

a)  $\int_0^{\pi/2} \int_1^4 \theta dr d\theta$

b)  $\int_0^{\pi/4} \int_1^2 \theta r dr d\theta$

c)  $\int_0^{\pi/4} \int_1^2 r \tan\theta dr d\theta$

⑦  $\int_1^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{e^y}{y+1} dy dx$  int. sırasını değiştirince yeni int.?

a)  $\int_1^2 \int_{y^2}^2 \frac{e^y}{y+1} dx dy$

b)  $\int_1^2 \int_1^{y^2} \frac{e^y}{y+1} dx dy$

c)  $\int_1^2 \int_0^{y^2} \frac{e^y}{y+1} dx dy$

8)  $y = \ln(1+x)$ ,  $x=0$ ,  $y=2$  ile sınırlı bölgenin alanını veren integral hangisi(leri) olabilir?

I.  $\int_0^2 \int_0^{e^y} dx dy$

II.  $\int_0^{e^2-1} \int_{\ln(1+x)}^2 dy dx$

III.  $\int_0^2 \int_0^{e^y-1} dx dy$

a) I, II, III

b) I, II

c) II, III

d) II

e) III

9)  $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2, y \leq 0\}$  bölgesinin alanını veren kutupsal integral?

a)  $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_1^e r dr d\theta$

b)  $\int_0^{\pi/2} \int_1^e r dr d\theta$

c)  $\int_{\pi}^{2\pi} \int_1^e r dr d\theta$

10)  $D$  bölgesi  $y = 2 - x^2$  ve  $y = x$  ile sınırlı bölge olsun.  $z = 2x^2y$  ile üstten,  $z=0$  daki  $D$  bölgesi ile alttan sınırlanan cismin hacmini veren integral?

a)  $\int_0^1 \int_x^{2-x^2} 2x^2y dy dx$

b)  $\int_{-2}^1 \int_x^{2-x^2} 2x^2 dy dx$

c)  $\int_{-2}^2 \int_0^{2-x^2} 2x^2y dy dx$

11) Üstten  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  yüzeyi, alttan  $z=0$  düzlemi, yandan  $x^2 + y^2 = 1$  yüzeyi ile sınırlı cismin hacmini veren integral?

a)  $\int_0^{2\pi} \int_0^1 r dr d\theta$

b)  $\int_0^{2\pi} \int_0^1 r^2 dr d\theta$

c)  $\int_0^{\pi} \int_0^1 r^2 dr d\theta$

⑫  $z = 4 - x^2 - y^2$  ve  $z = 0$  yüzeylerinin sınırladığı cismin hacmini veren int.?

a)  $\int_0^{2\pi} \int_0^4 r \, dr \, d\theta$

b)  $\int_0^{2\pi} \int_0^2 (4r - r^3) \, dr \, d\theta$

c)  $\int_0^{2\pi} \int_0^1 (4r - r^3) \, dr \, d\theta$

⑬  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $z = 4$ ,  $z = 1 - x^2 - y^2$  yüzeyleri ile sınırlı cismin hacmini veren integral?

a)  $\int_0^{2\pi} \int_0^2 (1 - r^2) r \, dr \, d\theta$

b)  $\int_0^{2\pi} \int_0^1 (3 - r^2) r \, dr \, d\theta$

c)  $\int_0^{2\pi} \int_0^1 (3 + r^2) r \, dr \, d\theta$

⑭  $5 = z + y$  düzleminin altında,  $z = 0$  düzleminin üstünde,  $x^2 + y^2 = 2$  ve  $x^2 + y^2 = 1$  silindirleri arasında kalan cismin hacmini veren int.?

a)  $\int_0^{2\pi} \int_1^{\sqrt{2}} (5 - r \sin \theta) r \, dr \, d\theta$

b)  $\int_0^{2\pi} \int_1^2 (5 - r \sin \theta) r \, dr \, d\theta$

c)  $\int_0^{2\pi} \int_1^2 r \, dr \, d\theta$

⑮  $x^2 + y^2 - 4y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  yüzeyleri arasında kalan cismin hacmini veren integral?

a)  $\int_0^{2\pi} \int_0^4 r^2 \, dr \, d\theta$

b)  $\int_0^{\pi} \int_0^{4 \sin \theta} r^2 \, dr \, d\theta$

c)  $\int_0^{\pi} \int_0^2 r^2 \, dr \, d\theta$

(16)  $R: \begin{cases} x+y=1 \\ x+y=3 \\ x-y=0 \\ x-y=1 \end{cases}$  bölgesinde  $I = \iint_R \frac{x^2-y^2}{\sqrt{1+(x-y)^2}} dA$  integralini  $u=x-y$   $v=x+y$  dönüşümü ile yeniden yazınız.

a)  $\int_0^1 \int_1^3 \frac{uv}{2\sqrt{1+u^2}} dv du$  b)  $\int_1^3 \int_0^3 \frac{uv}{2\sqrt{1+u^2}} dv du$  c)  $\int_0^1 \int_1^3 \frac{uv}{2\sqrt{1+u^2}} du dv$

(17)  $D: \begin{cases} y=x^2 \\ y=2x^2 \\ x=y^2 \\ x=3y^2 \end{cases}$  bölgesinin alanını 1 veren integrali:  $u = \frac{y}{x^2}$   $v = \frac{x}{y^2}$  dönüşümü ile yazarsak integral?

a)  $\int_1^2 \int_1^3 \frac{1}{3u^2v^2} dv du$  b)  $\int_1^2 \int_1^3 dv du$  c)  $\int_1^3 \int_1^3 \frac{1}{3u^2v^2} du dv$

(18)  $\int_0^1 \int_0^{1-x} \frac{(y-2x)^2}{\sqrt{x+y}} dy dx$  integralini  $u=x+y$   $v=y-2x$  dönüşümü ile yeniden yazarsak yeni int.?

a)  $\int_0^1 \int_{2u}^u \frac{\sqrt{u} \cdot v^2}{3} dv du$  b)  $\int_0^1 \int_{-2u}^u \frac{\sqrt{u} v^2}{3} dv du$

c)  $\int_0^1 \int_{-2u}^u \sqrt{u} \cdot v^2 dv du$

19)  $R: \begin{cases} xy=1 \\ xy=9 \\ y=x \\ y=4x \end{cases} \rightarrow 1. \text{ Bölgedeki } R \text{ bölgesinin alanını, veren integrali } xy=u, \frac{y}{x}=v \text{ d\u00f6n. ile yazınız.}$

a)  $\int_1^9 \int_1^4 dv du$

b)  $\int_1^9 \int_1^4 \frac{1}{2v} dv du$

c)  $\int_1^3 \int_1^2 \frac{1}{2v} dv du$

20)  $R: y=x, y=x^3, x \geq 0, y \geq 0$  olsun.  $f(x,y)=e^{2x^2-x^4}$  fonksiyonunun  $R$  bölgesindeki ortalama de\u011feri?

a)  $e$  b)  $e-1$  c)  $e-2$  d)  $e+1$

21) Kö\u015fe noktaları  $(0,0)$ ,  $(2,0)$  ve  $(2,2)$  olan \u00fc\u011fen b\u00f6lge \u00fczerinde  $f(x,y)=x$  fonksiyonunun ortalama de\u011feri nedir?

a)  $\frac{4}{3}$

b)  $4$

c)  $2$

d)  $\frac{2}{3}$

e)  $\frac{1}{3}$

22)  $D$  b\u00f6lgesi; 1. b\u00f6lgede,  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$  do\u011frusu,  $x$ -ekseni ve  $x^2 + y^2 = 1$  \u00e7emberi ile sınırlı b\u00f6lge olmak \u00fczere  $D$  b\u00f6lgesi \u00fczerinde  $\int \int \cos(x^2 + y^2) dA$  integralinin kutupsal formu a\u015fa\u011fidakilerden hangisidir?

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \int_0^1 \cos(r^2) r dr d\theta$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^1 \cos(r^2) r dr d\theta$

c)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^1 \cos(r^2) r dr d\theta$

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^{\sqrt{2}} \cos(r^2) r dr d\theta$

e)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 \cos(r^2) r dr d\theta$

23

$z = x^2 + y^2$  yüzeyi ve  $z = 3$  düzlemi arasında kalan hacmi veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $\int_0^\pi \int_0^3 (9 - r^2) r dr d\theta$

b)  $\int_0^\pi \int_0^3 (3 - r^2) r dr d\theta$

c)  $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{3}} (9 - r^4) r dr d\theta$

d)  $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{3}} (3 - r^2) r dr d\theta$

e)  $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{3}} \left(3 - \frac{r^2}{4}\right) r dr d\theta$

24

Alttan  $xy$ -düzlemindeki  $x \leq 1$ ,  $y \geq 0$ ,  $y \leq x$  eşitsizlikleri ile tanımlanan bölge ve üstten  $z = 4 - 4(x^2 + y^2)$  yüzeyi ile sınırlanan katı cismin hacmini veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $\int_0^1 \int_0^x (4 - 4(x^2 + y^2)) dy dx$

b)  $\int_0^1 \int_x^1 (4 - 4(x^2 + y^2)) dy dx$

c)  $\int_0^1 \int_y^1 (y - x) dx dy$

d)  $\int_0^1 \int_0^y (y - x) dx dy$

e)  $\int_0^1 \int_y^1 [(4 - 4(x^2 + y^2)) - (y - x)] dx dy$

25

$R$  bölgesi,  $x = 0$ ,  $y = 0$  ve  $x - y = 1$  doğruları ile sınırlı bölge olmak üzere  $\int \int_R e^{(x-y)(x+y)} dx dy$  integrali,  $x - y = u$ ,  $x + y = v$  dönüşümleri altında aşağıdaki integrallerden hangisiyle ifade edilebilir?

a)  $\frac{1}{2} \int_0^1 \int_{-v}^v e^{uv} du dv$

b)  $\frac{1}{2} \int_0^1 \int_{-u}^u e^{uv} dv du$

c)  $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \int_{-u}^u e^{uv} dv du$

d)  $\int_0^1 \int_{-v}^v e^{uv} du dv$

e)  $\int_0^1 \int_{-u}^u e^{uv} dv du$