

Hook yasası

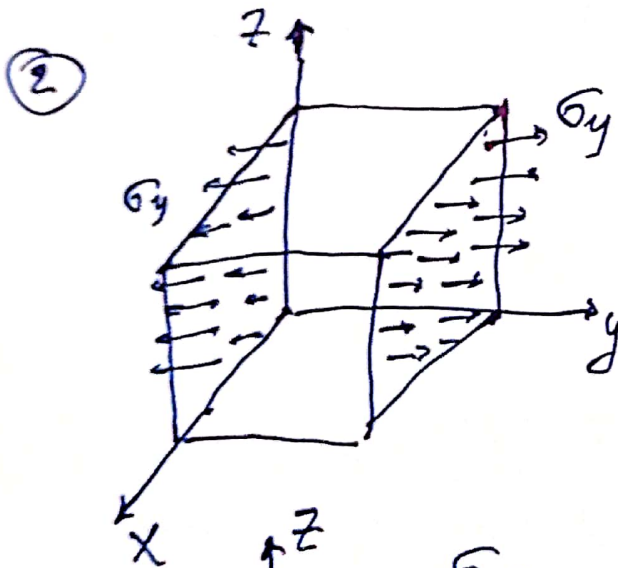
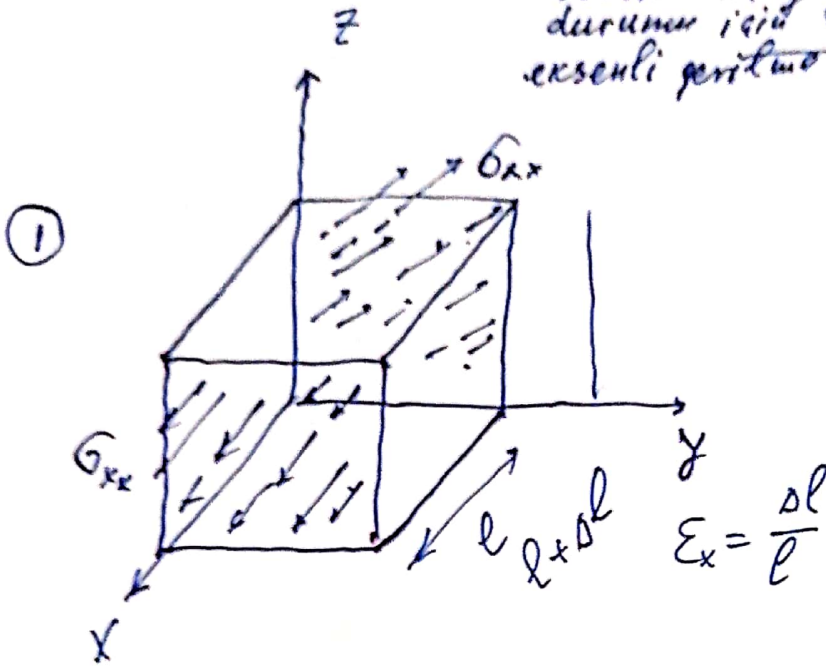
Hook yasası gerilmelerle, şekil değiştirmeler arasındaki ilişkiyi verir. Bu yasa ~~eksenli~~ gerilme durumu için verilmiştir. Bu yasa üç, eksenli gerilme durumu için geliştirilmiştir

$$\epsilon_{xx}^I = \frac{\sigma_{xx}}{E}$$

$$\epsilon_{yy}^I = -\nu \epsilon_{xx}^I$$

$$\epsilon_{zz}^I = -\nu \epsilon_{xx}^I$$

①

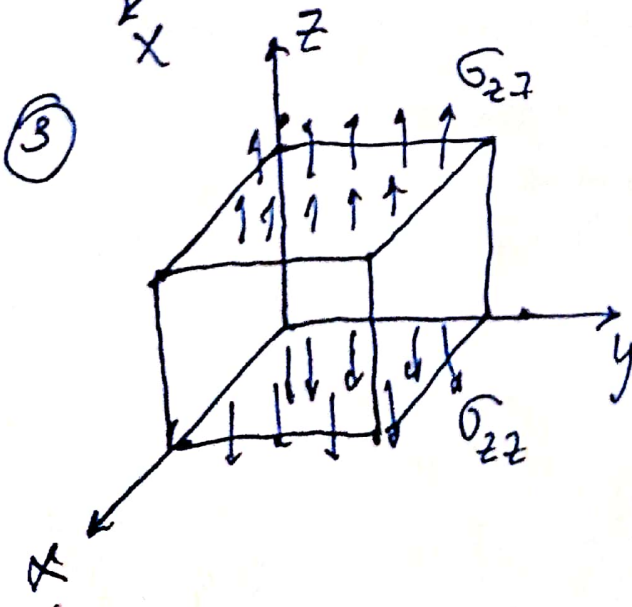


$$\epsilon_{yy}^{II} = \frac{\sigma_{yy}}{E}$$

②

$$\epsilon_{xx}^{II} = -\nu \epsilon_{yy}^{II}$$

$$\epsilon_{zz}^{II} = -\nu \epsilon_{yy}^{II}$$



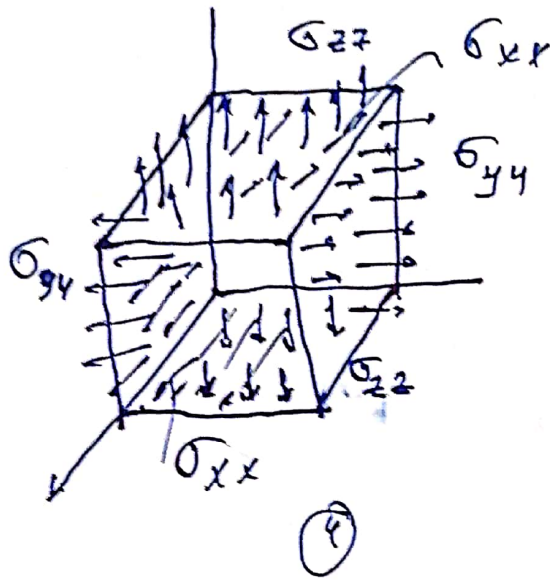
$$\epsilon_{zz}^{III} = \frac{\sigma_{zz}}{E}$$

③

$$\epsilon_{xx}^{III} = -\nu \epsilon_{zz}^{III}$$

$$\epsilon_{yy}^{III} = -\nu \epsilon_{zz}^{III}$$

(2) üçeksenli durumda Hook yasasını superpozisyon prensipi esasında elde edilir. Yani, farz edilir



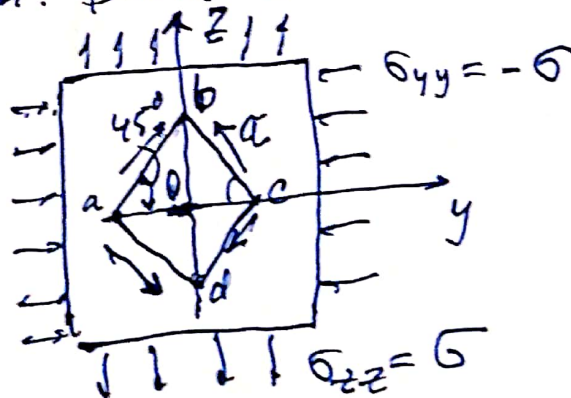
ki, üçeksenli gerilme durumundaki şekil değiştirmeler (1), (2) ve (3)-deki şekil değiştirmelerin toplamına eşittir.

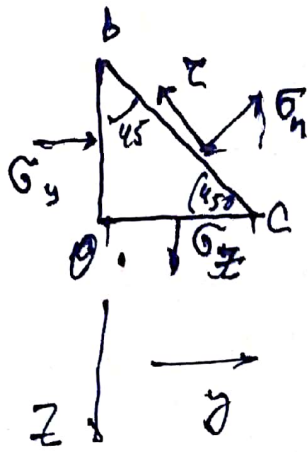
$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_{xx}^I + \epsilon_{xx}^{II} + \epsilon_{xx}^{III} \\ \epsilon_{yy} &= \epsilon_{yy}^I + \epsilon_{yy}^{II} + \epsilon_{yy}^{III} \\ \epsilon_{zz} &= \epsilon_{zz}^I + \epsilon_{zz}^{II} + \epsilon_{zz}^{III} \end{aligned} \quad (1)$$

(1), (2) ve (3)'dekileri (1) ifadesinde yerine yazarsak genelleşmiş Hook yasasını aşağıda ki gibi elde ediyoruz

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\sigma_{xx}}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\sigma_{yy}}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\sigma_{zz}}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \end{aligned} \quad (2)$$

(2) genelleşmiş Hook yasasını oluşturur. Şimdi bu yasasını kayma gerilmeleri için elde edelim. Şekil 5'deki duruma bakalım





$$\begin{aligned} \tau \cos 45^\circ - \sigma_y &= \\ \tau \cos 45^\circ &= \sigma_y = \sigma \\ \tau &= \sigma \\ \tau \cos 45^\circ &= \end{aligned}$$

$$\sigma_z \cos 45^\circ - \sigma_n \cos 45^\circ + \tau \cos 45^\circ = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma_n + \tau &= \sigma_z = \sigma \\ \sigma_y + \sigma_n - \tau &= 0 \\ \sigma_n - \tau &= \sigma_y = -\sigma \end{aligned}$$

$$+ \begin{cases} \sigma_n + \tau = \sigma \\ \sigma_n - \tau = -\sigma \end{cases} \Rightarrow 2\sigma_n = 0 \Rightarrow \sigma_n = 0$$

$$2\tau = 2\sigma \Rightarrow \tau = \sigma$$

$$\frac{OC}{OB} = \tan\left(45 - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1 + \epsilon_y}{1 + \epsilon_z} \quad (*)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu \sigma_y) = \frac{(1 + \nu)\sigma}{E}$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_z) = -\frac{(1 + \nu)\sigma}{E}$$

$$\tan \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \frac{\gamma}{2}}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan \frac{\gamma}{2}} \approx \frac{1 - \gamma/2}{1 + \gamma/2} \quad (**)$$

$$\frac{1 - \gamma/2}{1 + \gamma/2} = \frac{1 + \epsilon_y}{1 + \epsilon_z} = \frac{1 - \frac{(1 + \nu)\sigma}{E}}{1 + \frac{(1 + \nu)\sigma}{E}} \Rightarrow \gamma = \frac{2(1 + \nu)\sigma}{E}$$

$$\gamma = \frac{2(1 + \nu)\tau}{E}$$

Kayma modülü kavramı kabul edilirse, yani $\frac{1}{G}$ (4)

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

onda kayma gerilme değişimi için

Hook yasası

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad (3)$$

gibi yazılır.

Şimdi eğer, yukarıda söylenenleri
alt indeksle yaparsak, onda (3)'teki
 γ -u γ_{yz} , τ -u ise σ_{yz} yaparsak
ve $\epsilon_{yz} = \gamma_{yz}/2$ işaretlemesi kabul edersen,
ond (3) ifadesini

$$\epsilon_{yz} = \frac{\sigma_{yz}}{2G} \quad (4)$$

biçiminde yazabiliriz. ve aynı kaidde
ile

$$\epsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G}, \quad \epsilon_{xz} = \frac{\sigma_{xz}}{2G} \quad (5)$$

elde ediyoruz.

Şimdi, Hook yasasını (2), (4) ve (5)
formülleri biçiminde matematiksel olarak
ifade ediyoruz.

Şimdi (2)'deki ifadeliri toplarsak,
yani

$$\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (6)$$

buluruz

$e = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$ işaretlemesi kabul
edip, e -e hacmi gerilme değişimi adı veritsek

onda

$$\epsilon = \frac{1-2\nu}{E} \theta \quad (7)$$

yasa biliyoruz, ke burada $\theta = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$.

θ - ya hidrostatik basınç da denir

Eğer $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p$ olduğunu varsayarsak, onda (7)-den

$$\epsilon = - \frac{3(1-2\nu)}{E} p \quad (8)$$

yasa biliyoruz. $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p$ durumuna homojen hidrostatik basınç denir. (8)'deki

$\frac{E}{3(1-2\nu)}$ büyüklüğüne hacimsel elastisite modülü denir çoğu zaman bu modül K ile işaret edilir, yani

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (9)$$

Eğer (2) formüllerinde σ_{xx} , σ_{yy} ve σ_{zz} göre denklemleri kabul edip ke bu denklemleri gerilmelere göre çözersek, Hook yasasını aşağıdaki gibi de yazabiliriz

$$\sigma_{xx} = \lambda \epsilon + 2G \epsilon_{xx}$$

$$\sigma_{yy} = \lambda \epsilon + 2G \epsilon_{yy}$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \epsilon + 2G \epsilon_{zz} \quad (10)$$

Burada

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (11)$$

Çoğu zaman λ ve G inişine Lame sabitleri ^{de} denir.