

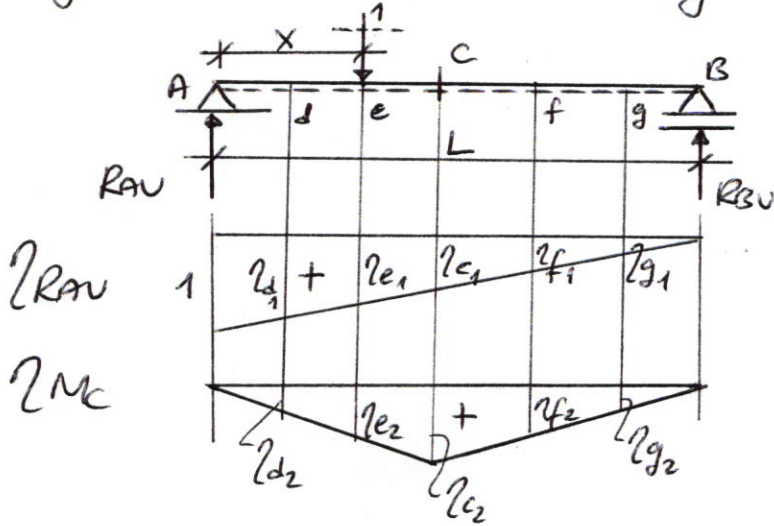
YAPI STATİĞİ I DERS NOTLARI

BÖLÜM II. TESİR ÇİZGİLERİ

VII - SİSTEMLERİN HAREKETLİ YÜKLERE GÖRE HESABI

VII-1 - TESİR GİZGİLERİ

Bir sistem üzerinde belirli doğrultuda hareket eden bir birimlik kuvvetten, verilen bir kesitte meydana gelen kesit tesirlerinin (veya mesnet tepkilerinin) değerini bir birimlik yük hızında koordinat olarak göstererek elde edilen diyagrama o kesite ait kesit tesiri (veya mesnet tepkisi) tesir çizgisi diyagramı denir. η ile gösterilir.



η_{d1} = Bir birimlik yük d noktasında
İken R_{AV} 'nin değeri

η_{e1} = Bir birimlik yük e noktasında
İken R_{AV} 'nin değeri

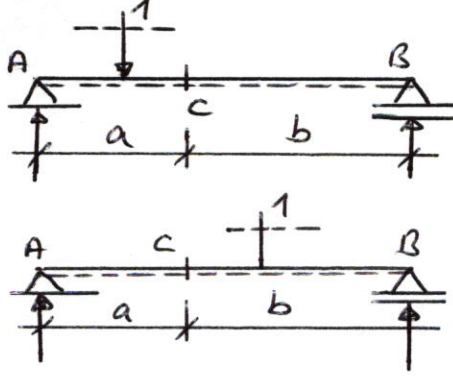
η_{d2} = Bir birimlik yük d noktasında
İken M_c 'nin değeri

η_{e2} = Bir birimlik yük e noktasında
İken M_c 'nin değeri

VII-2 - TESİR GİZGİSİNİN TAYINI

Belirli bir kesitteki bir kesit tesirine veya mesnet tepkisine ait tesir çizgisini elde etmek için sistem üzerinde belirli bir doğrultuya paralel 1 birim değerindeki sabit bir kuvvet π 'e bağlı olarak gezdirilir. Sabit yük durumunda kesit tesiri hesaplarında yapıldığı gibi, belirli kesitte bir birimlik yükten meydana gelen kesit tesiri ve mesnet tepkisi π 'e bağlı olarak ifade edilir. Bunlara o kesit tesiri veya mesnet tepkisine ait tesir fonksiyonu denir. Diyagramına da tesir çizgisi diyagramı denir.

"1. Birimlik kuvvet kendisine paralel olarak hareket ettiği zaman x değişken olacağından x 'e bağlı kesit tesiri' veya mesnet tepkisi' tesir çizgisinin fonksiyonunu verecektir. Bu fonksiyon çizilerek de tesir çizgisi elde edilir. Goga kez kesit tesiri veya mesnet tepkisi' bütün sistem için bir tek fonksiyonla ifade edilemez. Bundan dolayı bu fonksiyonun yürürlükte olduğu her bölge için ifadeler ayrı ayrı yazılmalıdır.



Yük A-C arasında $f(R_A, M_c, \dots)$

Yük C-B arasında $f(R_A, M_c, \dots)$

Tesir çizgilerinin belirlenmesinde dikkat edilecek Hususlar

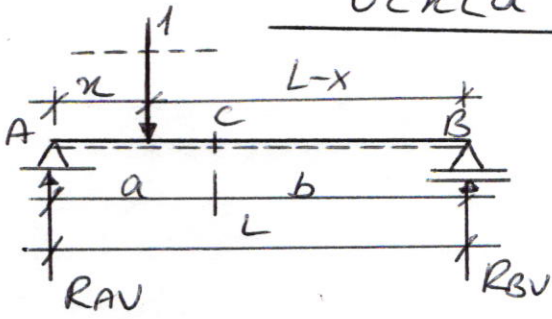
1- İspatlardan da görüleceği gibi İstatik sistemlerin tesir çizgileri lineer (doğrusal) fonksiyonlardır. Bu nedenle tesir çizgilerinin belirlenmesi için birkaç özel noktanın hesaplanması yeterlidir.

2- Verilmiş olan bir kesitte kesit tesirlerinin hesabı için önce tepkilerin bulunması gerekli' ise bu tip tesir çizgilerinin hesabına da önce tepkilerin tesir çizgilerini belirlemekle başlamak kolaylık sağlar.

3- Belirli bir kesitte kesit tesirlerinin tesir çizgileri belirlenirken sistem söz konusu kesitte ikiye ayrılır gibi düşünülür. Bu durumda;

a) Düz etki' kesim yapılan kesitin solunda ise; denge sağda kalan kısım üzerinde düşünülür ve böylece sol parçanın tesir çizgisi koordinatları bulunur.

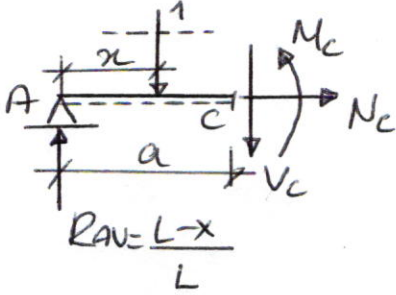
$$0 < x < a$$



Mesnet Tepkilerinin Hesabı

$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_{AV} = 1 \cdot \frac{(L-x)}{L} = \frac{L-x}{L}$$

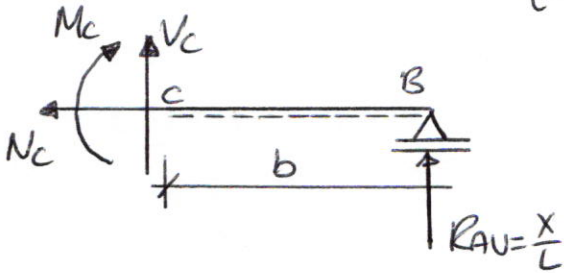
$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{BV} = 1 \cdot \frac{x}{L} = \frac{x}{L}$$



$$\sum V_c = \frac{L-x}{L} - 1 = -\frac{x}{L}$$

$$\sum M_c = \frac{L-x}{L} \cdot a - 1(a-x) = a - \frac{x}{L} \cdot a - a + x$$

$$\sum M_c = x - \frac{x}{L} a = \frac{x(L-a)}{L} = \frac{x}{L} \cdot b$$

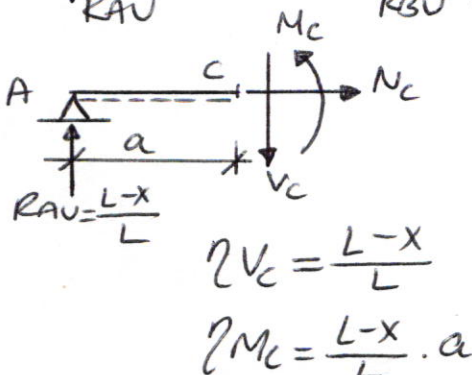
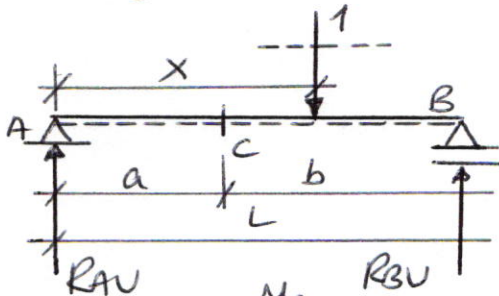


$$\sum V_c = -\frac{x}{L} ; \sum M_c = \frac{x}{L} \cdot b$$

Hesaplardan da görüldüğü gibi yüksüz olan bölgede hesap yapılması işlemleri kısaltmaktadır. Ancak hesap sonucu bulunan değerler bütün yükün A-C arasında gezinmesi durumu içindir ve x değişkeni $0-a$ arası değerler alacaktır.

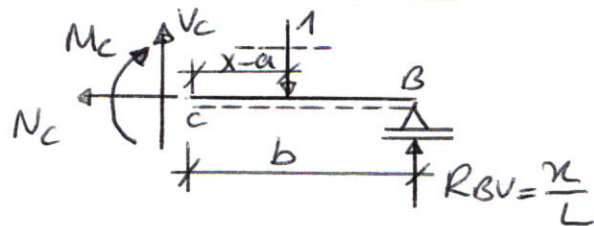
b) Dış etki' kesim yapılan kesitin sağında ise; denge solda kalan parça üzerinde düşünülür ve böylece sağ parçanın tesir gizgiri koordinatları bulunur.

$$a < x < L$$



$$\sum V_c = \frac{L-x}{L}$$

$$\sum M_c = \frac{L-x}{L} \cdot a$$



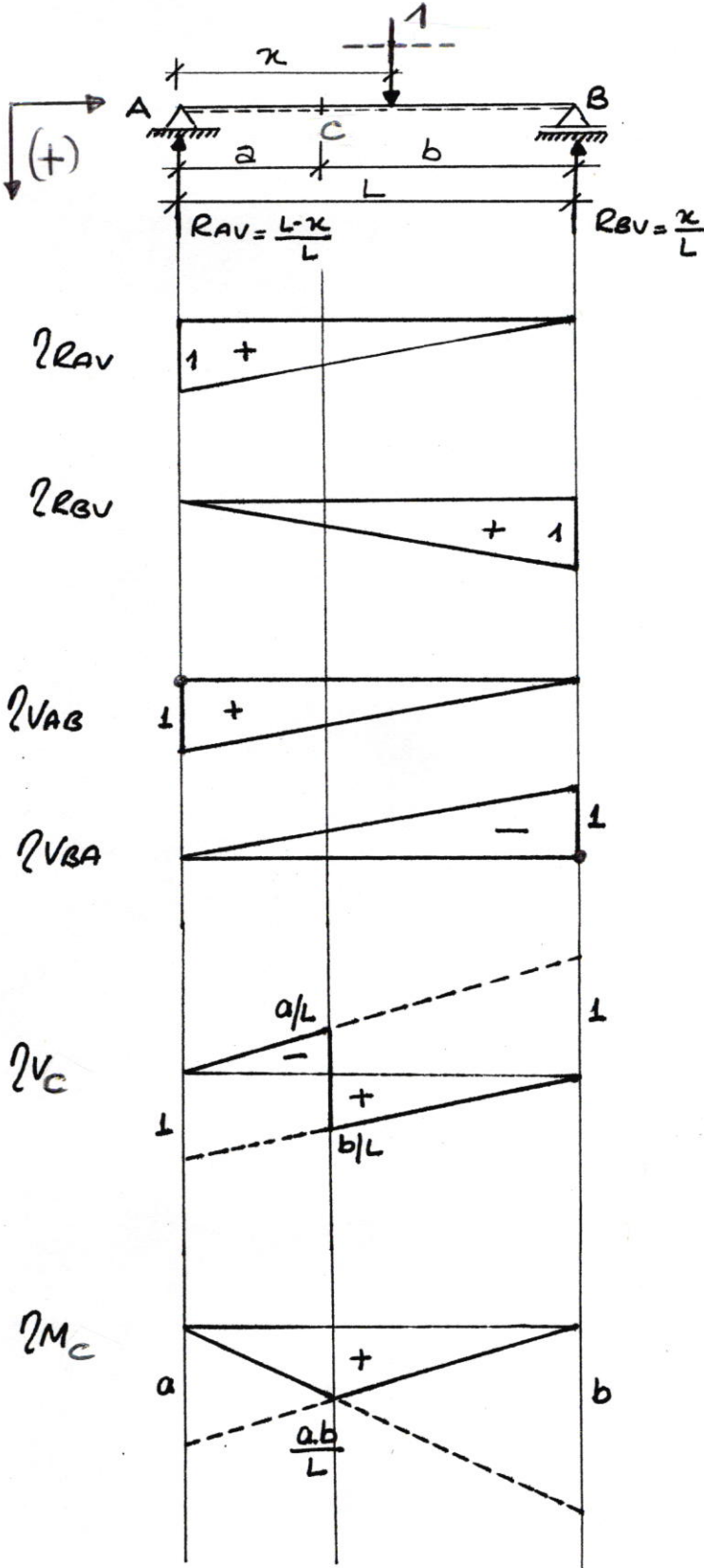
$$\sum V_c = 1 - \frac{x}{L} = \frac{L-x}{L}$$

$$\sum M_c = \frac{x}{L} \cdot b - 1(x-a) = \frac{x}{L} b - x + a$$

$$\sum M_c = x \left(\frac{b-L}{L} \right) + a = -\frac{xa}{L} + \frac{aL}{L} = \frac{L-x}{L} \cdot a$$

VII 3) BASİT KİRİŞ TESİR ÇİZGİSİ

a) Düşey Yük Etkisi



$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_{AV} = \frac{L-x}{L} \cdot 1 = \frac{L-x}{L}$$

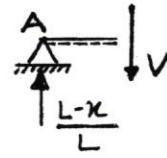
$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{BV} = \frac{x}{L} \cdot 1 = \frac{x}{L}$$

Moment Tepkisi Tesir Çizgisi

$$I_{RAV} = \frac{L-x}{L} \begin{cases} x=0 \rightarrow I_{RAV} = 1 \\ x=L \rightarrow I_{RAV} = 0 \end{cases}$$

$$I_{RBV} = \frac{x}{L} \begin{cases} x=0 \rightarrow I_{RBV} = 0 \\ x=L \rightarrow I_{RBV} = 1 \end{cases}$$

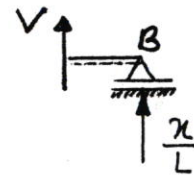
Kesit Tesiri Tesir Çizgileri



$$V_{AB} = \frac{L-x}{L}$$

$$x=0 \rightarrow I_{VAB} = 1$$

$$x=L \rightarrow I_{VAB} = 0$$

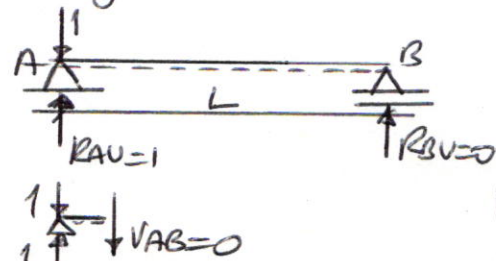


$$V_{BA} = -\frac{x}{L}$$

$$x=0 \rightarrow I_{VBA} = 0$$

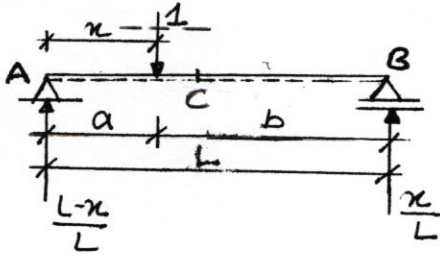
$$x=L \rightarrow I_{VBA} = -1$$

I_{VAB} tesir çizgisi çizilirken birim yük A noktası üzerinde iken $I_{VAB} = 0$ olacağı dikkate alınmalıdır.

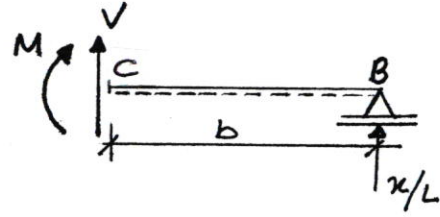


I_{VAB} 'nin A mesnedinde sıfır olması durumu I_{VBA} 'nin de B mesnedinde sıfır olması durumu ile aynıdır.

"c" noktası tesir q'z'gileri:



$0 < x < a$ (yük A - C arasında)



$$?V_C = -x/L$$

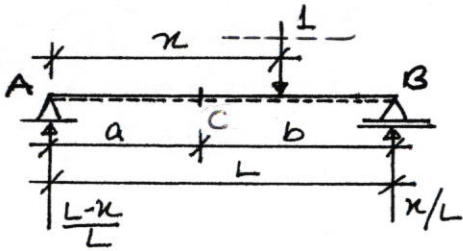
$$?M_C = \frac{x}{L} \cdot b$$

$$x=0 \begin{cases} ?V_C = 0 \\ ?M_C = 0 \end{cases}$$

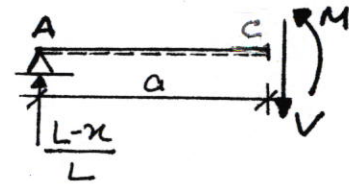
$$x=a \begin{cases} ?V_C = -a/L \\ ?M_C = \frac{a \cdot b}{L} \end{cases}$$

$$x=L \begin{cases} ?V_C = -1 \\ ?M_C = b \end{cases}$$

Not: Herhangi' bir "c" noktasında ki kesit tesiti' tesir q'z'gilerini bulmak için; tıpkı kesit tesirlerinde olduğu gibi' sistem bu "c" noktasından ikiye ayrılır. Sol veya sağ parça üzerinde denge denklemleri yazılarak tesir q'z'gisi' değeri' x'e bağlı olarak bulunur. Kolaylık olması bakımından yükün olmadığı kısım üzerinde denge denklemini yazmak daha pratiktir.



$a < x < L$ (yük C - B arasında)



$$?V_C = \frac{L-x}{L}$$

$$?M_C = \frac{L-x}{L} \cdot a$$

$$x=a \begin{cases} ?V_C = b/L \\ ?M_C = \frac{a \cdot b}{L} \end{cases}$$

$$x=L \begin{cases} ?V_C = 0 \\ ?M_C = 0 \end{cases}$$

$$x=0 \begin{cases} ?V_C = 1 \\ ?M_C = a \end{cases}$$

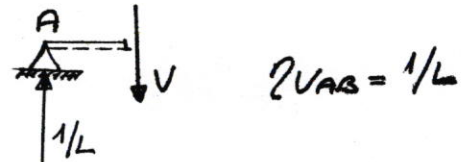
b) Birim Moment Etkisi'

	$R_{AV} = \frac{1}{L}$	$R_{BV} = \frac{1}{L}$
$\mathcal{Q}_{RAV}$	+	$\frac{1}{L}$
$\mathcal{Q}_{RBV}$	-	$\frac{1}{L}$
$\mathcal{Q}_{VAB} = \mathcal{Q}_{VBA}$	+	$\frac{1}{L}$
$\mathcal{Q}_{VC}$	+	$\frac{1}{L}$
$\mathcal{Q}_{MC}$	$-\frac{b}{L}$	$+\frac{a}{L}$

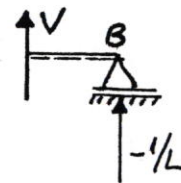
$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_{AV} = \frac{1}{L}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{BV} = -\frac{1}{L}$$

Kesit Tesiri Tesir Güzgileri

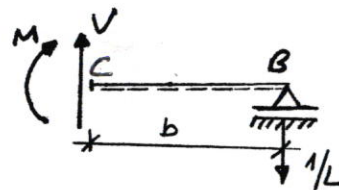
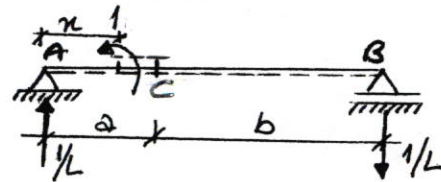


$$\mathcal{Q}_{VAB} = \frac{1}{L}$$



$$\mathcal{Q}_{VBA} = \frac{1}{L}$$

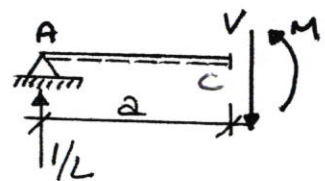
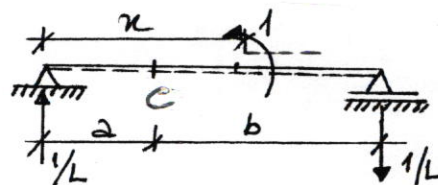
$$0 < x < a$$



$$\mathcal{Q}_{VC} = \frac{1}{L}$$

$$\mathcal{Q}_{MC} = -\frac{b}{L}$$

$$a < x < L$$

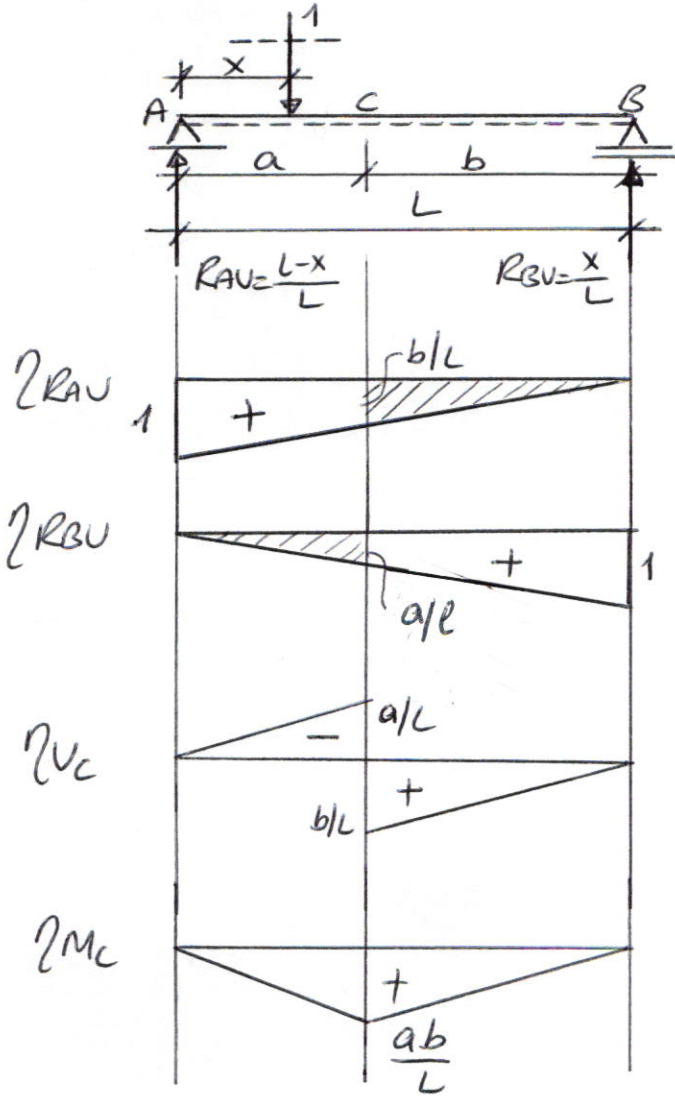


$$\mathcal{Q}_{VC} = \frac{1}{L}$$

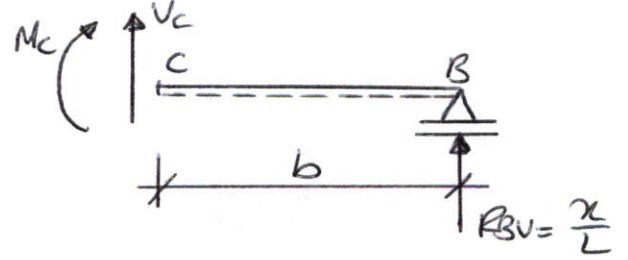
$$\mathcal{Q}_{MC} = \frac{a}{L}$$

c) Testir Güzgilerinin Mesnet Tepkileri Yardımıyla Hesabı

c.1) Bıkım Düşey Yık Etkisi



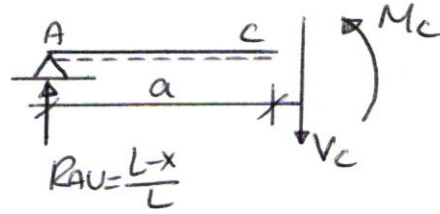
Birim yük A-C arasında
 $0 < x < a$



$$\sum V_C = -R_{BU}$$

$$\sum M_C = R_{BU} \cdot b$$

Birim yük C-B arasında
 $a < x < L$

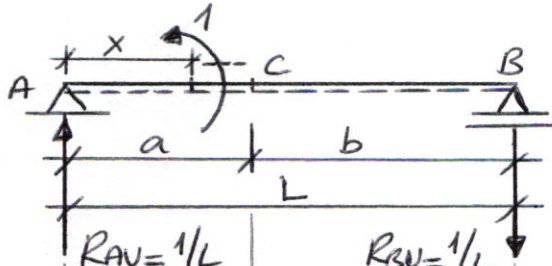


$$\sum V_C = R_{AU}$$

$$\sum M_C = R_{AU} \cdot a$$

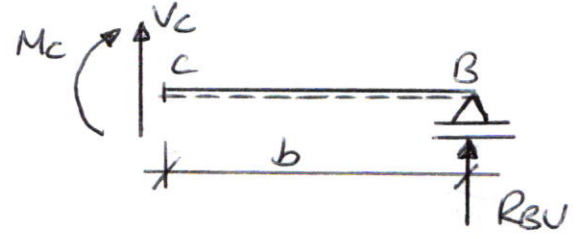
Birim yük 0-a arasında iken $\sum V_C = -R_{BU}$ olduğundan $\sum V_C$ 'nin 0-a arasındaki değeri 0 ve $-\frac{a}{L}$ olacaktır. Benzer şekilde birim yük a-L arasında iken $\sum V_C = R_{AU}$ 'ye eşit olduğundan $\sum V_C$ 'nin a-L arasındaki değeri $x=a$ 'da ya da C noktasında $\frac{b}{L}$, $x=L$ 'de ya da B noktasında sıfır olacaktır.

c.2) Bittim moment etkisi



	$R_{AV} = 1/L$	$R_{BV} = 1/L$
		$1/L$
$\sum R_{AV}$		+
		$1/L$
$\sum R_{BV}$		-
		$1/L$
$\sum V_C$		+
	b/L	
$\sum M_C$	-	
		+
		a/L

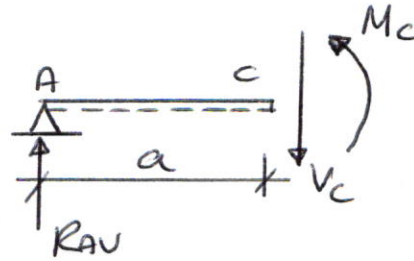
Bittim yük A-C arasında
 $0 < x < a$



$$\sum V_C = -R_{BV}$$

$$\sum M_C = +R_{BV} \cdot b$$

Bittim yük C-B arasında
 $a < x < L$



$$\sum V_C = R_{AV}$$

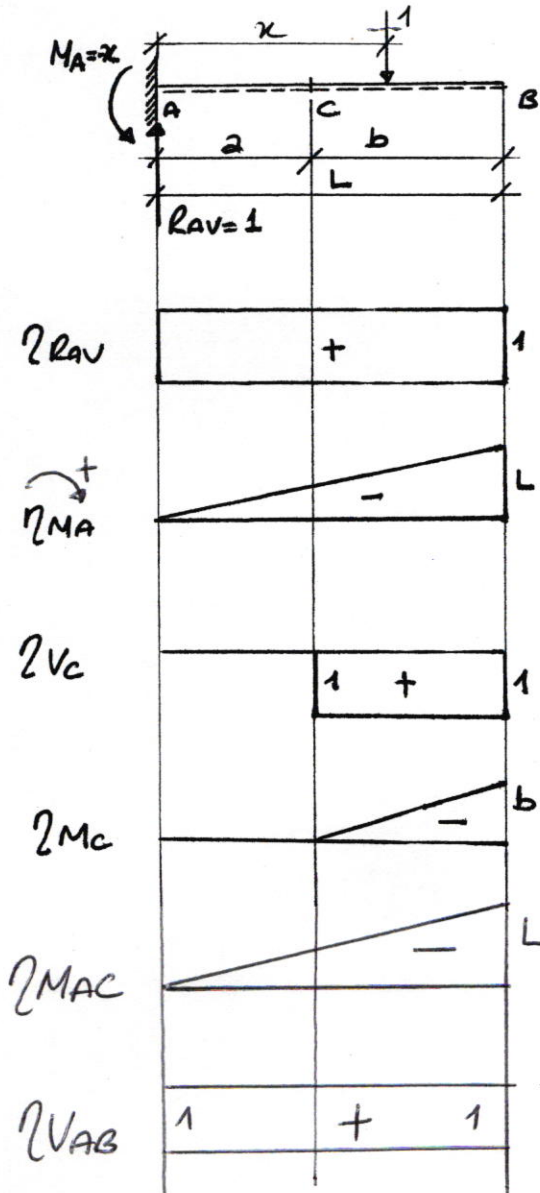
$$\sum M_C = R_{AV} \cdot a$$

Bittim moment A-C arasında iken $\sum V_C = -R_{BV}$ olduğundan $\sum V_C$ 'nin A-C arasındaki değeri $\sum V_C = -(-1/L) = 1/L$, C-B arasındaki değeri de $\sum V_C = 1/L$ olacaktır.

4

VII. 4) KONSOL KIRIŞ TEJİR GİZGİSİ

a) Düşey yük etkisi



Mesnet Tepkisi Teor GİZGİSİ

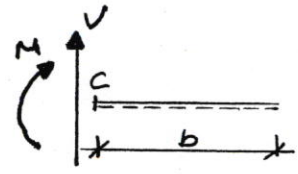
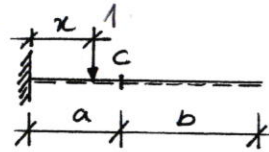
$$R_{AV} = 1$$

$$M_A = x$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow R_{NA}=0 \\ x=L \rightarrow R_{NA}=-x \rightarrow R_{NA}=-L \end{cases}$$

Kesit Teorisi Teor GİZGİLERİ

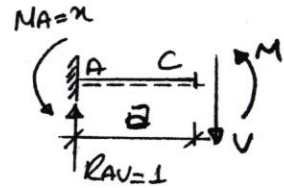
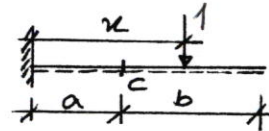
$$0 < x < a$$



$$V_C = 0$$

$$M_C = 0$$

$$a < x < L$$



$$V_C = 1$$

$$M_C = -x + a$$

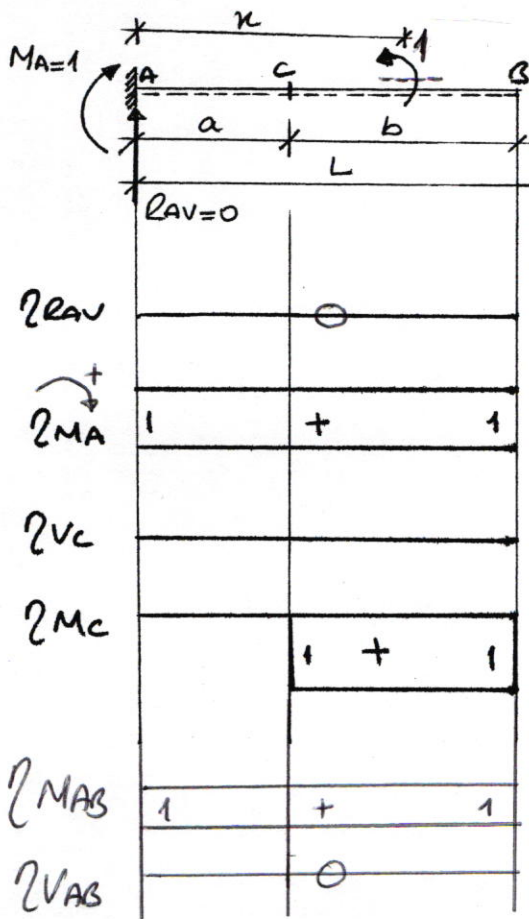
$$\begin{cases} x=a \rightarrow M_C=0 \\ x=L \rightarrow M_C=-b \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=L \rightarrow M_C=-b \end{cases}$$

$$M_{AB} = -x$$

$$V_{AB} = 1$$

b) Moment Etkisi



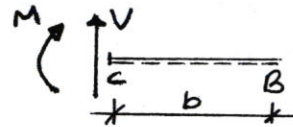
Moment Tepkisi Teor Güzgisi

$$\delta R_{AV}=0$$

$$\delta M_A=1$$

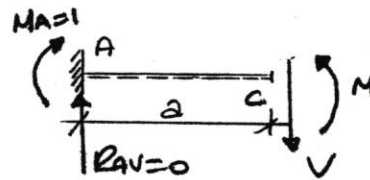
Kesit Tepkisi Teor Güzgileri

$$0 < x < a$$



$$\delta V_C=0, \delta M_C=0$$

$$a < x < L$$



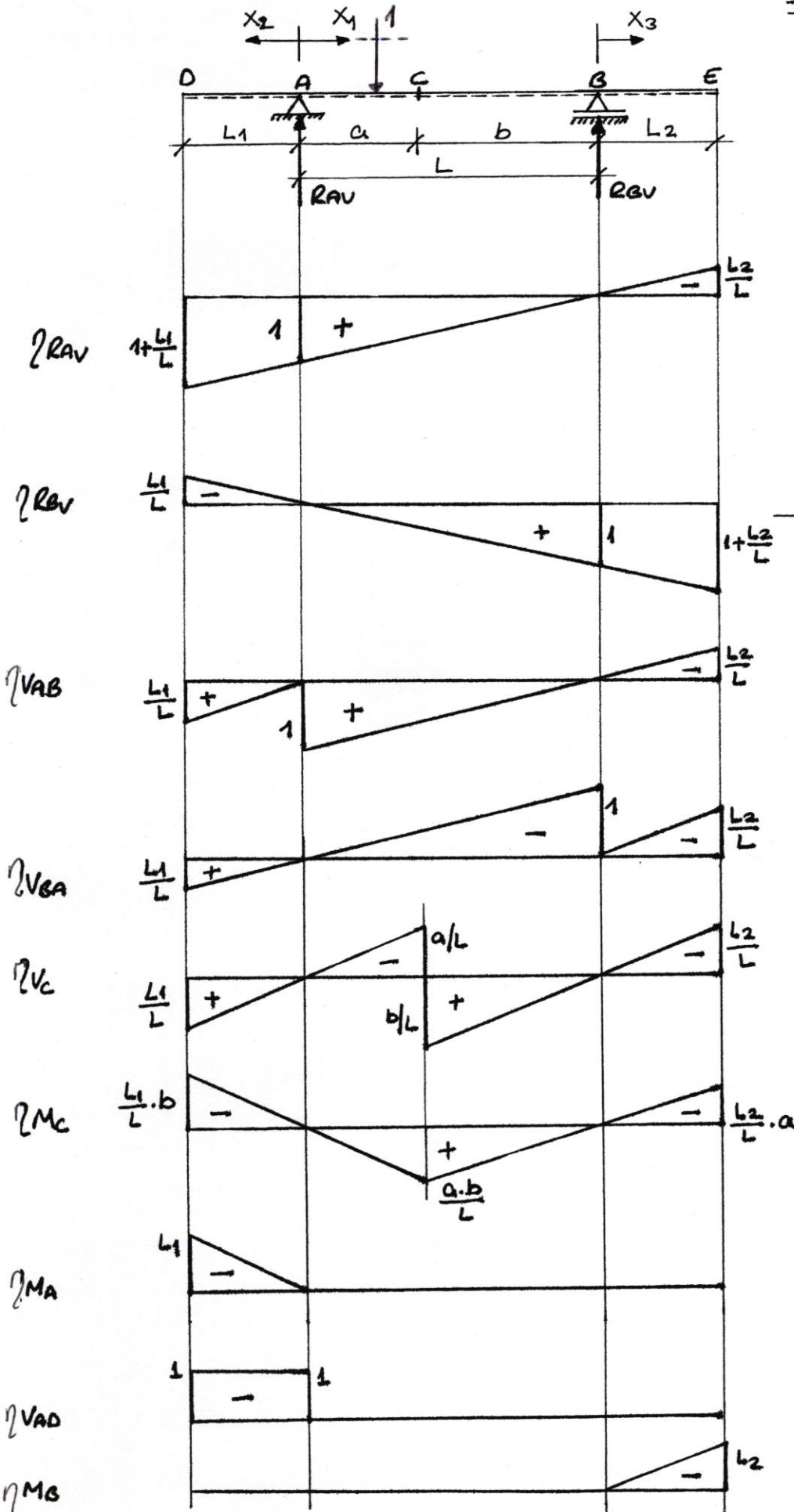
$$\delta V_C=0, \delta M_C=1$$

$$\delta M_{AB}=1$$

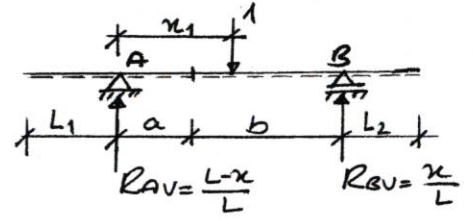
$$\delta V_{AB}=0$$

VII.5) GIKMALI KIRIŞ TESİR GİZGİLERİ

a) Düşey Yük Etkisi

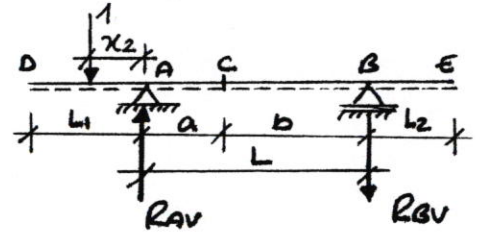


- Birim Yük A-B arasında



Not: Gıkmalı kırış A-B arası tesir gizgisi basit kırış tesir gizgisi gibidir. Konsol kısımlar ayrıca incelenecektir.

- Birim Yük A-D arasında



$$0 < x_2 < L_1$$

Manet Tepkisi Tesir Gizgisi

$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_{AV} = \frac{L+x_2}{L}$$

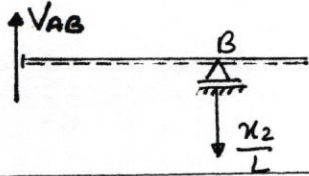
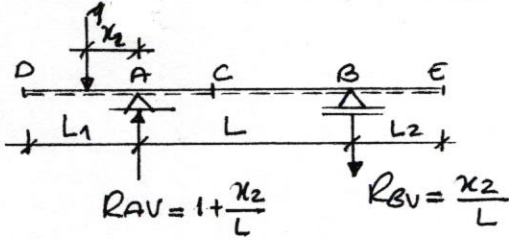
$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{BV} = -\frac{x_2}{L}$$

$$x_2 = 0 \begin{cases} R_{AV} = 1 \\ R_{BV} = 0 \end{cases}$$

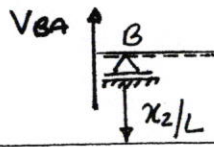
$$x_2 = L_1 \begin{cases} R_{AV} = 1 + \frac{L_1}{L} \\ R_{BV} = -\frac{L_1}{L} \end{cases}$$

$$0 < x_2 < L_1$$

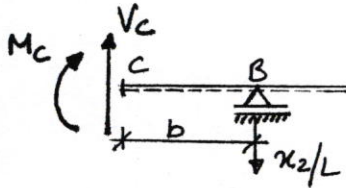
Kesit Tesiri Tesir Güzgileri



$$V_{AB} = \frac{x_2}{L} \Rightarrow \begin{cases} x_2=0 \rightarrow V_{AB}=0 \\ x_2=L_1 \rightarrow V_{AB}=L_1/L \end{cases}$$

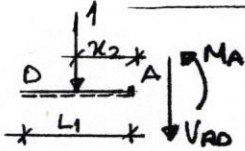


$$V_{BA} = \frac{x_2}{L} \Rightarrow \begin{cases} x_2=0 \rightarrow V_{BA}=0 \\ x_2=L_1 \rightarrow V_{BA}=L_1/L \end{cases}$$



$$V_C = \frac{x_2}{L} \Rightarrow \begin{cases} x_2=0 \rightarrow V_C=0 \\ x_2=L_1 \rightarrow V_C=L_1/L \end{cases}$$

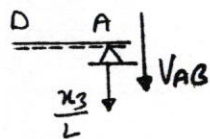
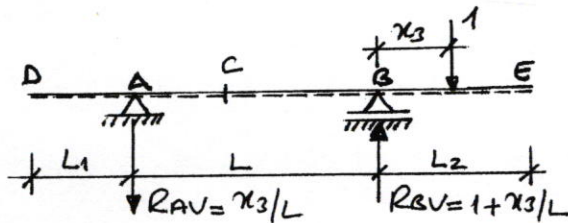
$$M_C = -\frac{x_2}{L} \cdot b \Rightarrow \begin{cases} x_2=0 \rightarrow M_C=0 \\ x_2=L_1 \rightarrow M_C=-\frac{L_1}{L} \cdot b \end{cases}$$



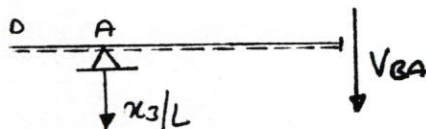
$$V_{AD} = -1$$

$$M_{AD} = -x_2 \Rightarrow \begin{cases} x_2=0 \rightarrow M_{AD}=0 \\ x_2=L_1 \rightarrow M_{AD}=-L_1 \end{cases}$$

- Birim Yök B-E arasında



$$V_{AB} = -\frac{x_3}{L} \Rightarrow \begin{cases} x_3=0 \rightarrow V_{AB}=0 \\ x_3=L_2 \rightarrow V_{AB}=-L_2/L \end{cases}$$



$$V_{BA} = -\frac{x_3}{L} \Rightarrow \begin{cases} x_3=0 \rightarrow V_{BA}=0 \\ x_3=L_2 \rightarrow V_{BA}=-\frac{L_2}{L} \end{cases}$$

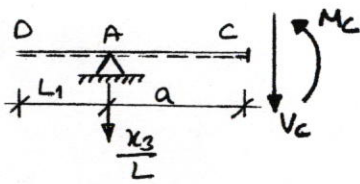
$$0 < x_3 < L_2$$

Menet Tepkisi Tesir Güzgisi

$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_{AV} = -x_3/L$$

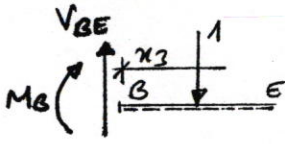
$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{BV} = 1 + x_3/L$$

$$x_3=0 \begin{cases} R_{AV}=0 \\ R_{BV}=1 \end{cases} \quad x_3=L_2 \begin{cases} R_{AV}=-L_2/L \\ R_{BV}=1+L_2/L \end{cases}$$



$$2V_C = -x_3/L \Rightarrow \begin{cases} x_3=0 \rightarrow 2V_C=0 \\ x_3=L_2 \rightarrow 2V_C=-\frac{L_2}{L} \end{cases}$$

$$2M_C = -\frac{x_3}{L} \cdot a \Rightarrow \begin{cases} x_3=0 \rightarrow 2M_C=0 \\ x_3=L_2 \rightarrow 2M_C=-\frac{L_2 \cdot a}{L} \end{cases}$$



$$2V_{BE} = 1$$

$$2M_B = -x_3 \begin{cases} x_3=0 \rightarrow 2M_B=0 \\ x_3=L_2 \rightarrow 2M_B=-L_2 \end{cases}$$

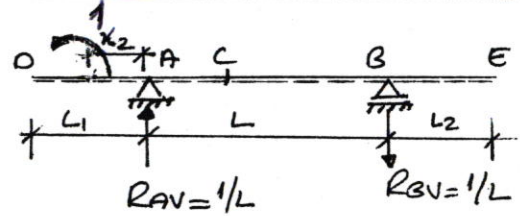
b) Birim Moment Etkisi

	0	A	C	B	E
	L1	a	b	L2	
			L		
$2R_{AV}$		$1/L$	+	$1/L$	
$2R_{BV}$		$1/L$	-	$1/L$	
$2V_{AB}=2V_{BA}$		$1/L$	+	$1/L$	
$2V_C$		$1/L$	+	$1/L$	
$2M_C$			b/L	-	
			a/L	+	
$2M_A$		-1			
$2V_{AO}$					0
$2V_{BE}$					0
$2M_B$				1	+

- Birim Moment A-B arasında

A-B arası testir çizgisi basit bir testir çizgisinin aynısıdır.

- Birim moment A-O arasında

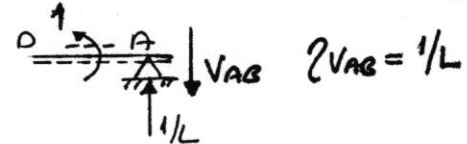


$$0 < x_2 < L_1$$

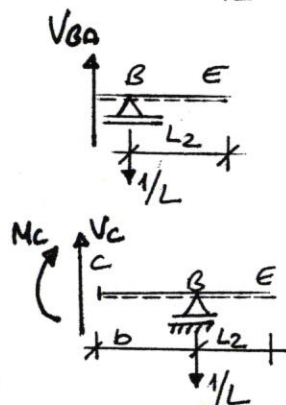
Moment Tepkisi Testir Çizgisi

$$2R_{AV} = 1/L, 2R_{BV} = -1/L$$

Keşit Testir Testir Çizgileri



$$2V_{BA} = 1/L$$



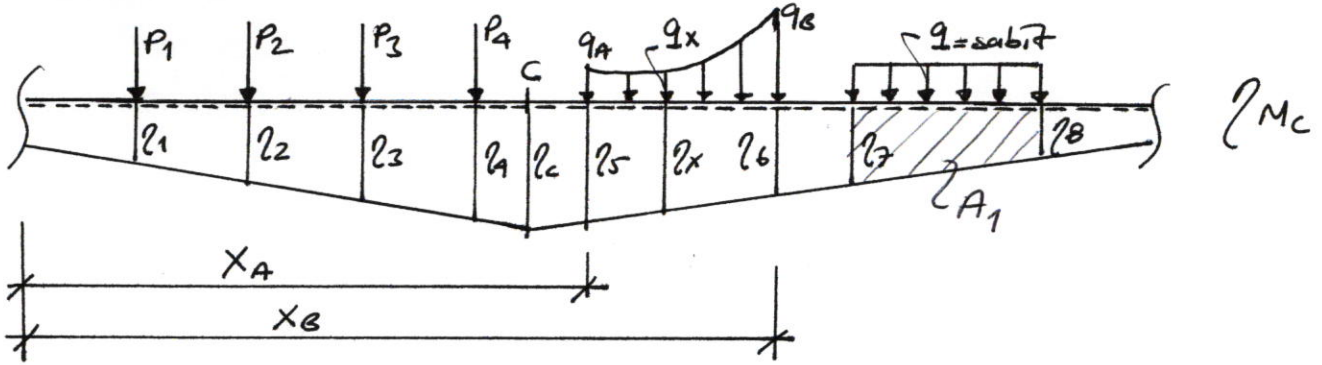
$$2V_C = 1/L$$

$$2M_C = -b/L$$

VII 6) Tesir Güzgisi'ni Koordinatı Boyutları

Dış Etki	TEPKİLER		Kesit Tesirleri		
	R	M	M	N	V
Düsey Yük (↓)	Boyutsuz	metre	metre	Boyutsuz	Boyutsuz
Moment (↺)	1/m	Boyutsuz	Boyutsuz	1/m	1/m

VII. 7) TESİR GÜZGİLERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ

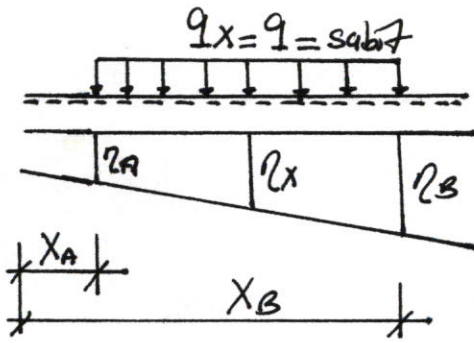


$$M_C = P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2 + P_3 \cdot l_3 + P_4 \cdot l_4 + \int_{X_A}^{X_B} q(x) \cdot l_x dx + q \cdot A_1$$

Tesir Güzgisi;

- Verilen bir kesitte sabit yüklere dayanarak meydana gelen kesit tesirleri veya mesnet tepkilerinin hesaplanması,
- Verilen bir kesitte kesit tesirleri veya mesnet tepkilerini minimum veya maksimum yapan katar durumunu belirleyerek statik büyüklüklerin en büyük ve en küçük değerlerinin hesaplanması için kullanılır.

Dolayısıyla sabit yüklerin etkimesi durumunda belirli yüklerde, belirli yükün etkilediği noktadaki tesir güzgisi değeri ile belirli yükün carpımı, yayılı yüklerde yayılı yükler altında tesir güzgisinin integrasyonu sonucunda kesit tesiri değeri hesaplanır. Ancak düzgün yayılı yük durumunda düzgün yayılı yükler yükün altında yer alan tesir güzgisi'ni alanı carpılır.



$$M = \int_{x_A}^{x_B} q_x \cdot z_x dx$$

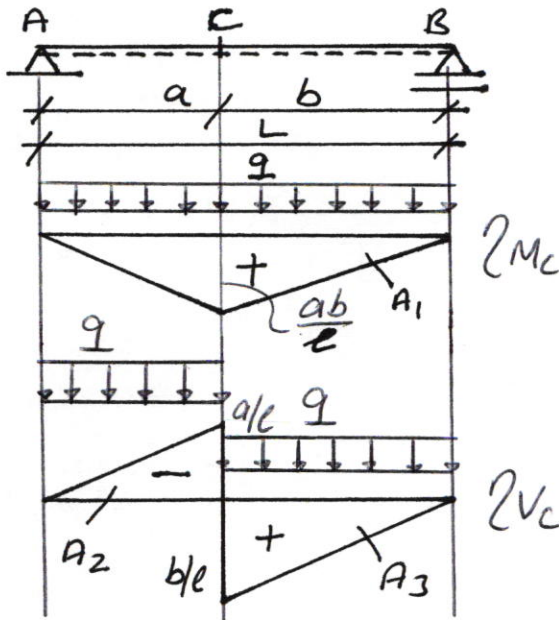
$$M = \int_{x_A}^{x_B} q \cdot z_x dx = q \int_{x_A}^{x_B} z_x dx$$

$\underbrace{\int_{x_A}^{x_B} z_x dx}_{A_m(A)}$

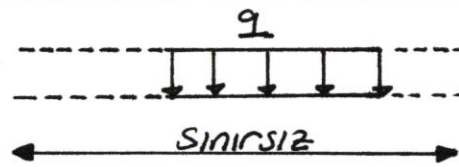
$$M = q \cdot A$$

VIII - B) MAKSİMUM VE MİNİMUM DEĞERLERİ VEREN HAREKETLİ YÜK DURUMLARI

1) Düzgün Yayılı Yük Durumu



Yayılı hareketli yük



$$A_1 = \frac{ab}{l} \cdot \frac{l}{2}$$

$$A_2 = -\frac{a}{l} \cdot \frac{a}{2}$$

$$A_3 = \frac{b}{l} \cdot \frac{b}{2}$$

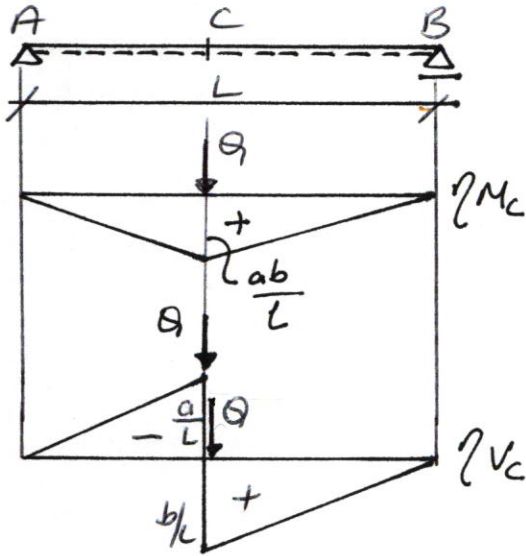
$$\max M_{Cq} = q \cdot A_1$$

$$\min M_{Cq} = 0$$

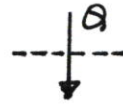
$$\max V_{Cq} = q \cdot A_3$$

$$\min V_{Cq} = -q \cdot A_2$$

2) Tekil Yük Durumu



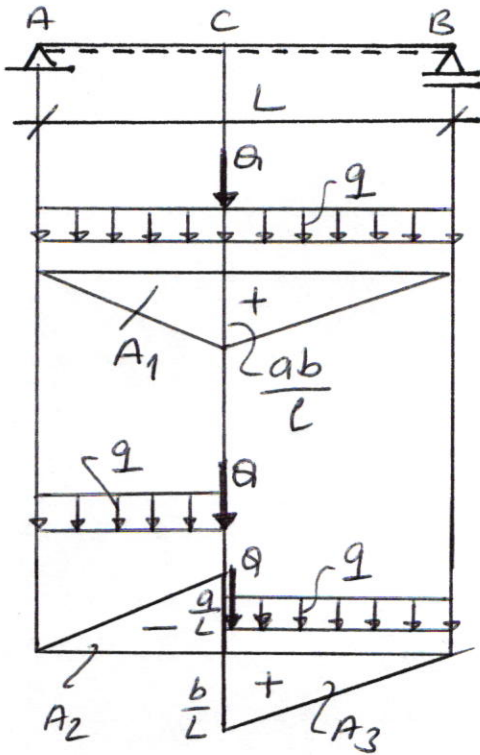
Tekil Hareketli yük



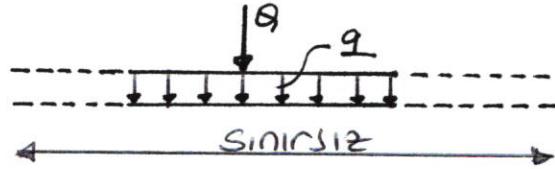
$$\min M_{Cg} = 0, \max M_{Cg} = Q \cdot \frac{ab}{L}$$

$$\min V_{Cg} = -Q \cdot \frac{a}{L}; \max V_{Cg} = +Q \cdot \frac{b}{L}$$

3) Düzgün Yayılı Yük + Tekil Yük Durumu



Yayılı hareketli yük + Tekil yük



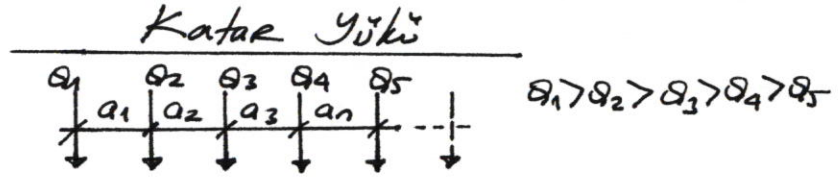
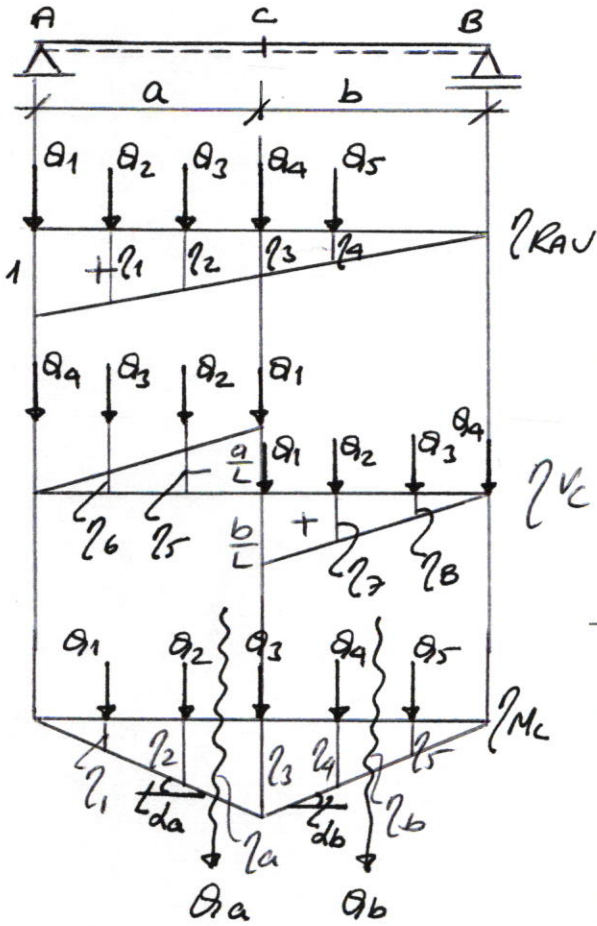
$$\min M_{Cg} = 0$$

$$\max M_{Cg} = q \cdot A_1 + Q \cdot \frac{ab}{L}$$

$$\min V_{Cg} = -q \cdot A_2 - Q \cdot \frac{a}{L}$$

$$\max V_{Cg} = +q \cdot A_3 + Q \cdot \frac{b}{L}$$

4) Aralık ve Şiddetleri Sabit (Katar Yüki) Yük Durumu



$$R_{AVg} = Q_1 \cdot 1 + Q_2 \cdot l_1 + Q_3 \cdot l_2 + Q_4 \cdot l_3 + Q_5 \cdot l_4$$

$$V_{cg1} = -Q_1 \cdot \frac{a}{L} - Q_2 \cdot l_5 - Q_3 \cdot l_6$$

$$V_{cg2} = Q_1 \cdot \frac{b}{L} + Q_2 \cdot l_3 + Q_3 \cdot l_8$$

$$Q_1 \cdot l_1 + Q_2 \cdot l_2 + Q_3 \cdot l_3 = Q_a \cdot l_a \rightarrow a \text{ bölgesi}$$

$$Q_4 \cdot l_4 + Q_5 \cdot l_5 = Q_b \cdot l_b \rightarrow b \text{ bölgesi}$$

$$M_c = Q_a \cdot l_a + Q_b \cdot l_b$$

$$\frac{dM_c}{dx} = Q_a \cdot \frac{dl_a}{dx} + Q_b \cdot \frac{dl_b}{dx}$$

$$\frac{dl_a}{dx} = -\tan \alpha_a ; \quad \frac{dl_b}{dx} = \tan \alpha_b$$

$$\tan \alpha_a = \frac{b}{L} ; \quad \tan \alpha_b = \frac{a}{L}$$

$$\frac{dM_c}{dx} = -Q_a \cdot \tan \alpha_a + Q_b \cdot \tan \alpha_b$$

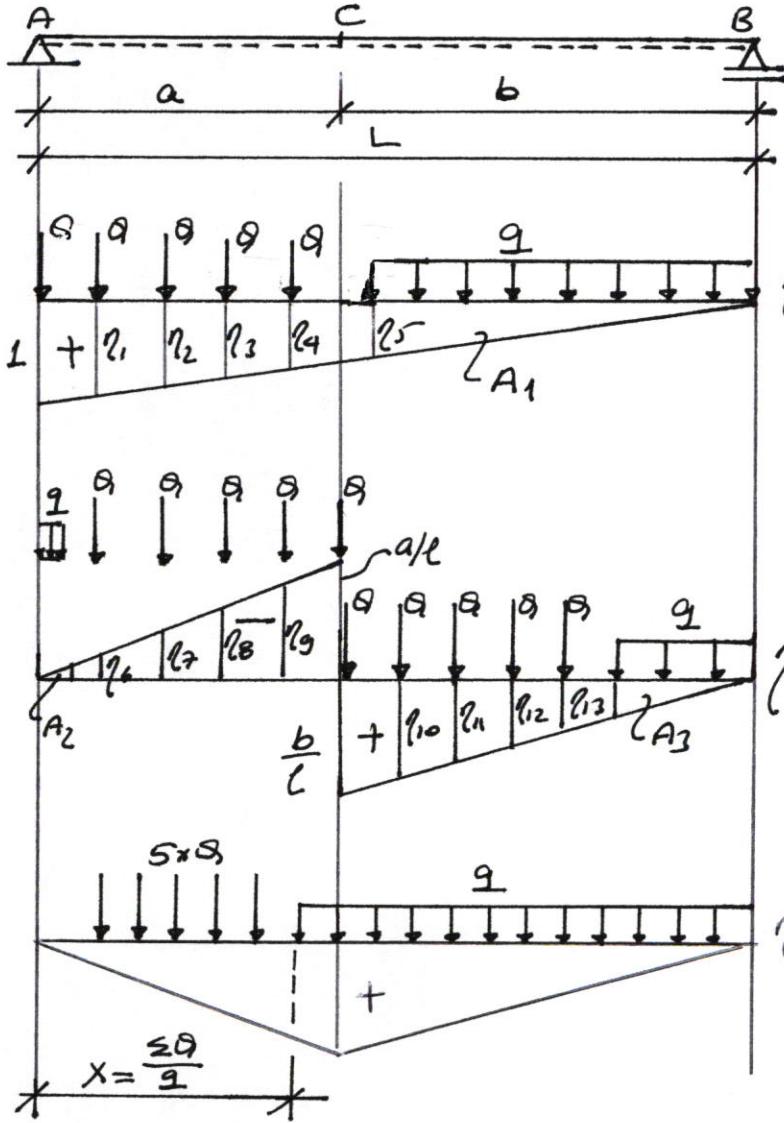
$$\frac{dM_c}{dx} > 0 ; \quad -Q_a \tan \alpha_a + Q_b \tan \alpha_b > 0 \rightarrow \frac{Q_a}{a} < \frac{Q_b}{b}$$

$$\frac{dM_c}{dx} < 0 ; \quad -Q_a \tan \alpha_a + Q_b \tan \alpha_b < 0 \rightarrow \frac{Q_a}{a} > \frac{Q_b}{b}$$

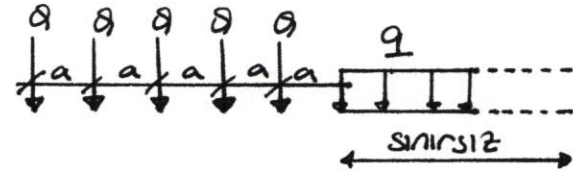
$$\text{biraz önce} \quad \frac{Q_a}{a} < \frac{Q_b}{b}$$

$$\text{biraz sonra} \quad \frac{Q_a}{a} > \frac{Q_b}{b}$$

5) Tekil ve Yayılı Yükle Olusan Yük Katarı



Yük Katarı



R_{AV}

$$R_{AV} = q(1 + \sum q) + q \cdot A_1$$

$$V_{cmin} = -q \cdot A_2 - q(\sum q)$$

V_c

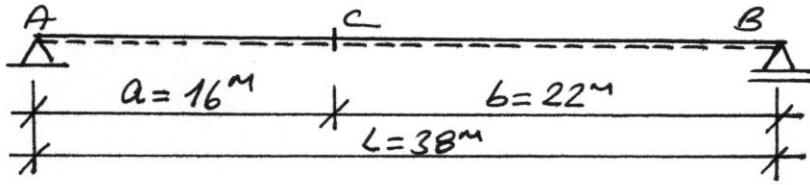
$$V_{cmax} = q \cdot A_3 + q(\sum q)$$

1) $\frac{\sum q}{q} = x < a$ ise yüklene sisteme direkt yapılır.

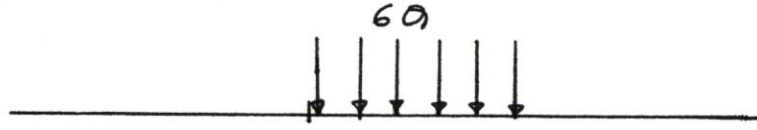
2) $\frac{\sum q}{q} = x > a$ ise yüklene

tan araştırma yapılır.

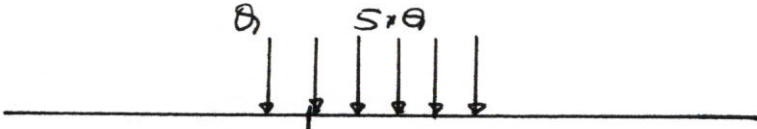
ÖRNEK:1)



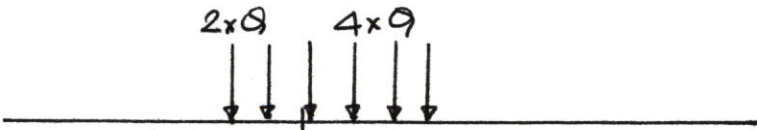
$$6 \times \theta = 6 \times 200 \text{ kN}$$



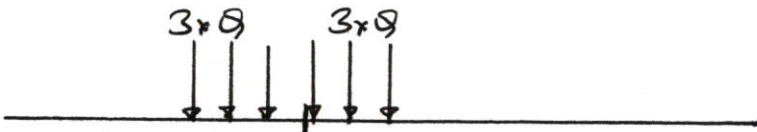
$$\frac{0}{16} < \frac{6 \times 200}{22}$$



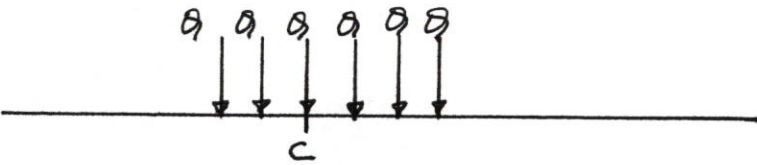
$$\frac{200}{16} < \frac{5 \times 200}{22} \rightarrow 12.5 < 45.45$$



$$\frac{2 \times 200}{16} < \frac{4 \times 200}{22} \rightarrow 25 < 36.36$$

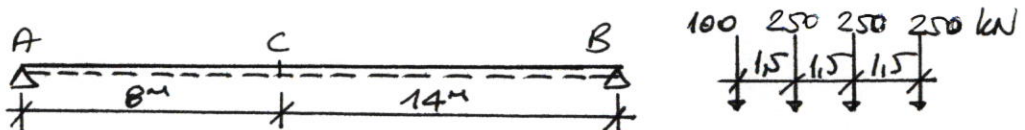


$$\frac{3 \times 200}{16} > \frac{3 \times 200}{22} \rightarrow 37.5 > 27.27$$



SONUÇ YÜKLEMESİ

ÖRNEK:2)



$$100 \text{ kN}, 250 \text{ kN}, 250 \text{ kN}, 250 \text{ kN}$$

a)

$$\frac{0}{8} < \frac{850}{14}$$

$$\frac{100}{8} < \frac{750}{14}$$

$$\frac{350}{8} > \frac{500}{14}$$

$$43.75 > 35.71$$

b)

$$\frac{0}{8} < \frac{850}{14}$$

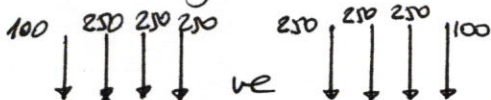
$$\frac{250}{8} < \frac{600}{14}$$

$$\frac{500}{8} > \frac{350}{14}$$

$$62.5 > 25 \checkmark$$

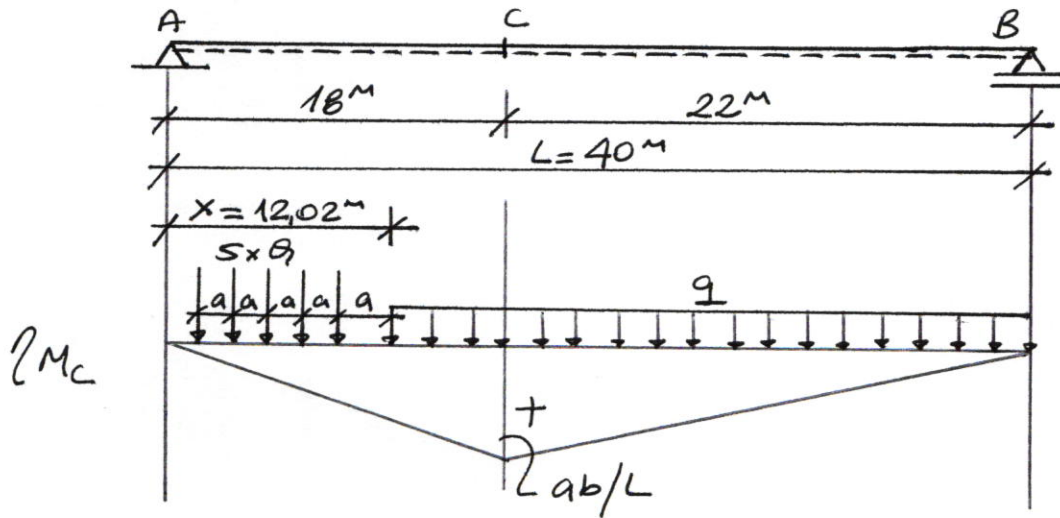
SONUÇ YÜKLEMESİ

* Katar yükü verilen kiriş üzerinde



ve şeklinde gezdirtmiştir. Birinci yüklemde sonuç $43.75 > 35.71$, 2. yüklemde $62.5 > 25$ olarak bulunmuştur.

ÖRNEK: 3)



$$a=1,6\text{m}$$

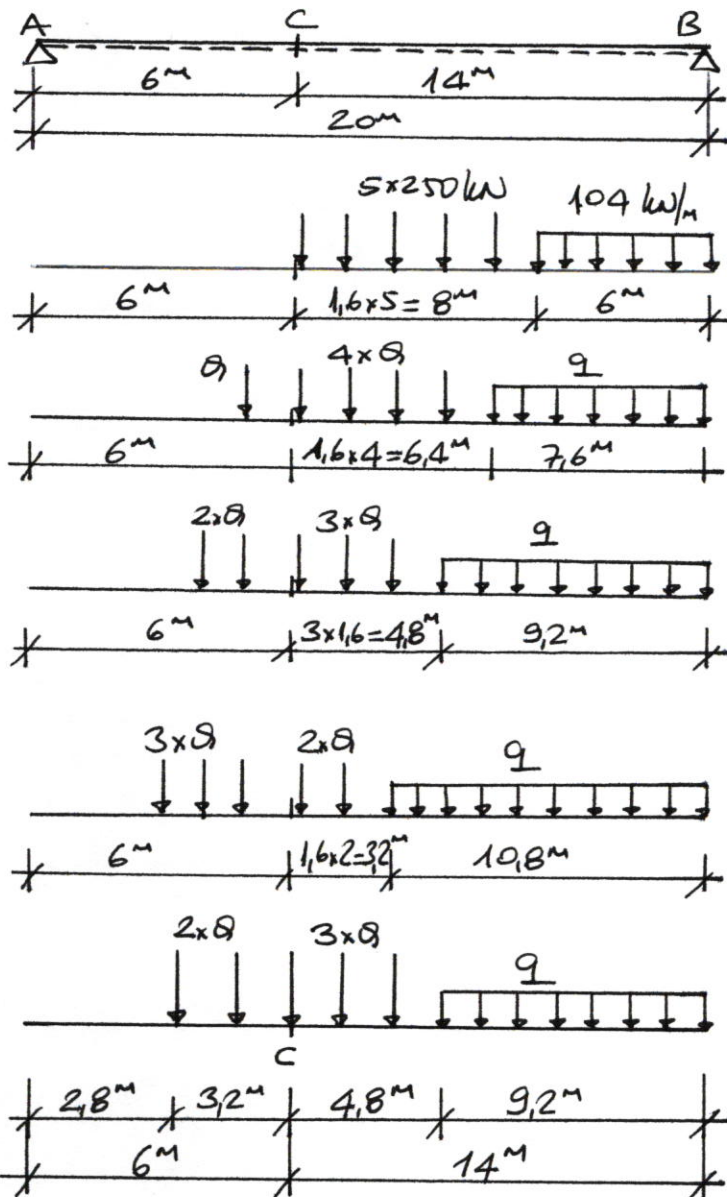
$$Q=250\text{ kN}$$

$$q=104\text{ kN/m}$$

$$x = \frac{5 \times 250}{104} = 12,02\text{m}$$

$$x=12,02\text{m} < a=18\text{m}$$

ÖRNEK: 4)



$$\frac{\sum Q}{q} = \frac{5 \times 250}{104} = 12,02\text{m} > a=6\text{m}$$

$$\frac{Q_a}{a} < \frac{Q_b}{b} \rightarrow \frac{Q_a}{a} > \frac{Q_b}{b}$$

$$\frac{0}{6} < \frac{5 \times 250 + 104 \times 6}{14} = 133,86$$

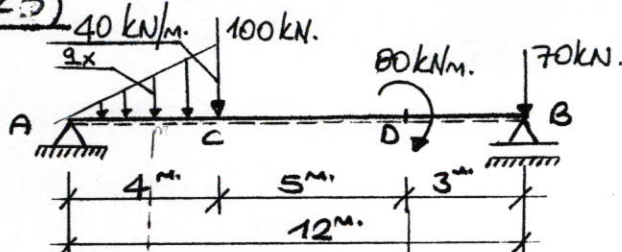
$$\frac{250}{6} < \frac{4 \times 250 + 104 \times 7,6}{14} = 127,89$$

$$\frac{2 \times 250}{6} = 83,33 < \frac{3 \times 250 + 104 \times 9,2}{14} = 121,91$$

$$\frac{3 \times 250}{6} = 125 > \frac{2 \times 250 + 104 \times 10,8}{14} = 115,94$$

SONUÇ YÜKLEMESİ

ÖRNEK 5)



a)

$R_{AV}(\downarrow) 1,00$

$R_{AV}(\curvearrowright) 1/2$

$R_{BV}(\downarrow)$

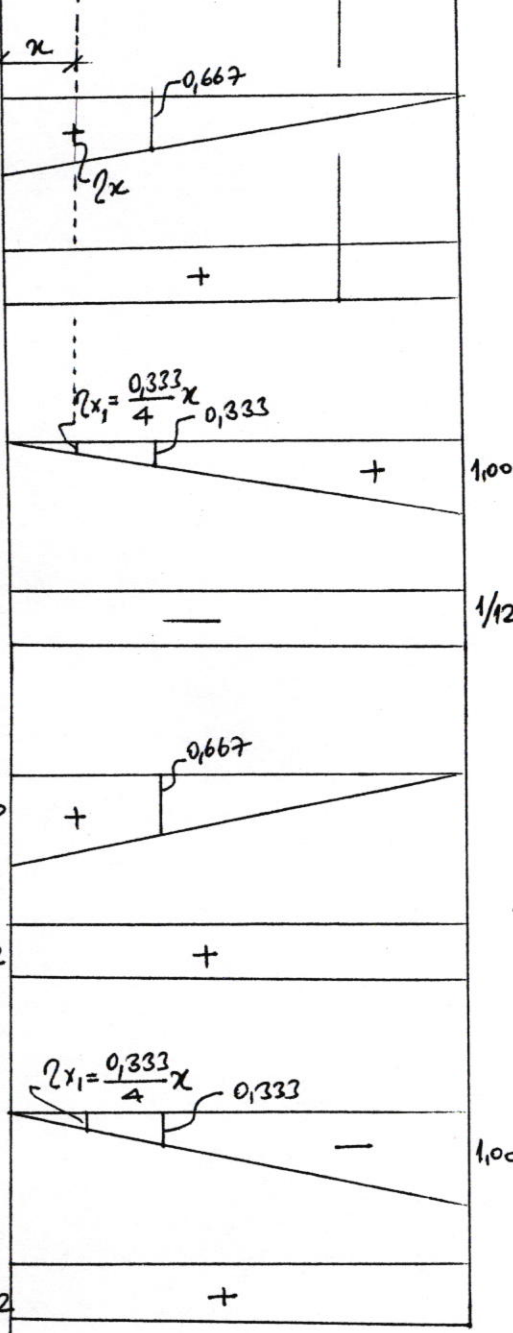
$R_{BV}(\curvearrowright)$

$V_{AB}(\downarrow) 1,00$

$V_{AB}(\curvearrowright) 1/2$

$V_{BA}(\downarrow)$

$V_{BA}(\curvearrowright) 1/2$

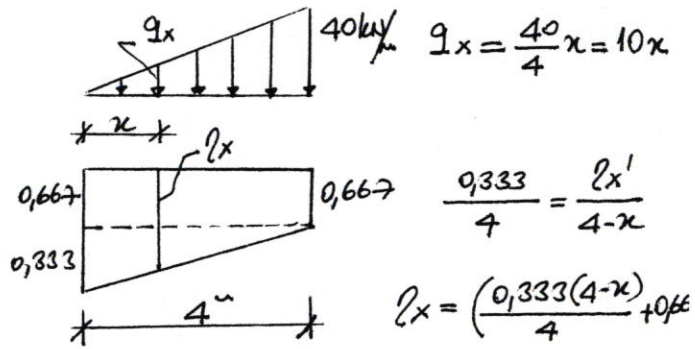


Şekilde verilen basit kirişin;

a) R_{AV} , R_{BV} , V_{AB} , V_{BA} , V_{CA} ve M_c teki kesit değerlerini bulunuz.

b) R_{AV} , R_{BV} , V_{AB} , V_{CA} , V_{CB} ve M_c kesit değerlerini kesit değerlerinden faydalanarak bulunuz.

c) $q = 20 \text{ kN/m}$ hareketli yükten dolayı oluşan $\max_{min} V_{CA}$ değerlerini bulunuz.



$$b) \quad R_{AV} = \int_0^4 q(x) \cdot l(x) + 100 \cdot 0,667 - 80 \cdot 1/12 =$$

$$= \int_0^4 10x \left(\frac{0,333(4-x)}{4} + 0,667 \right) dx + 60,033$$

$$= 122,27 \text{ kN.}$$

$$R_{BV} = \int_0^4 10x \cdot \frac{0,333}{4} x dx + 100 \cdot 0,333 + 80 \cdot 1/12$$

$$+ 70 \cdot 1,00 =$$

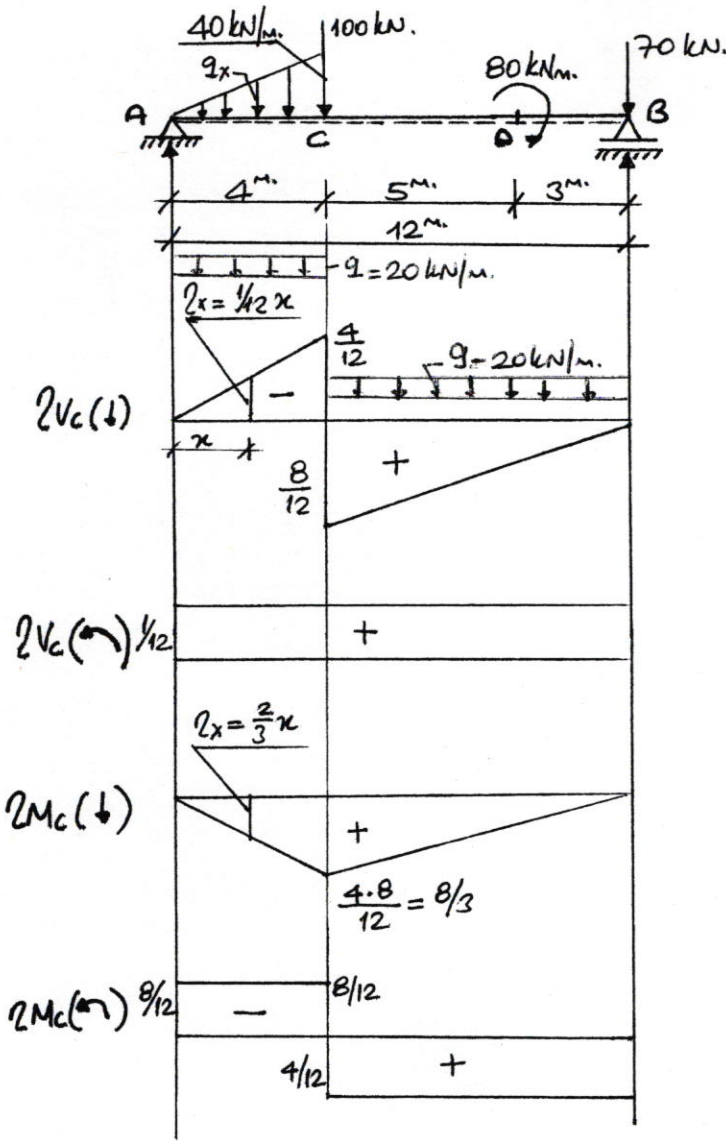
$$= 127,73 \text{ kN.}$$

$$V_{AB} = R_{AV} = 122,27 \text{ kN.}$$

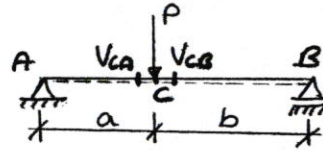
$$V_{BA} = - \int_0^4 10x \cdot \frac{0,333}{4} x dx - 100 \cdot 0,333 - 80 \cdot 1/12$$

$$- 70 \cdot 1,00 =$$

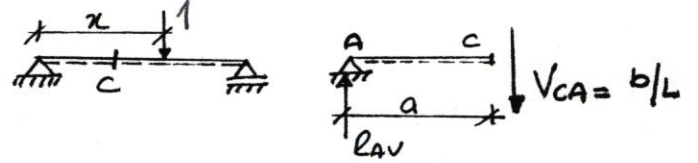
$$V_{BA} = -127,73 \text{ kN.}$$



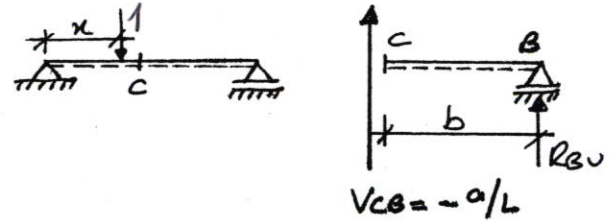
NOT:



- V_{CA} kesme kuvveti değeri sisteme soldan yaklaşım durumunda yükün dahil olmadığı durumdur. Yani yükün C-B arasında ($a < x < L$) olması durumudur



- V_{CB} kesme kuvveti değeri sisteme soldan yaklaşım durumunda yükün dahil olduğu durumdur. Yani yükün A-C ($0 < x < a$) arasında olması durumudur



c) $V_{CAg} = 42,22 \text{ kN}$

$V_{CAg_1} = -20 \cdot \left(\frac{\frac{4}{12} \cdot 4}{2} \right) = -13,33 \text{ kN}$

$V_{CAg_2} = 20 \cdot \left(\frac{\frac{8}{12} \cdot 8}{2} \right) = 53,33 \text{ kN}$

$\min V_{CA} = 42,22 - 13,33 = 28,89 \text{ kN}$

$\max V_{CA} = 42,22 + 53,33 = 95,55 \text{ kN}$

b) $V_{CA} = -\int_0^4 10x \cdot \frac{1}{12} x dx + 100 \cdot \frac{8}{12} - 80 \cdot \frac{1}{12}$

$V_{CA} = 42,22 \text{ kN}$

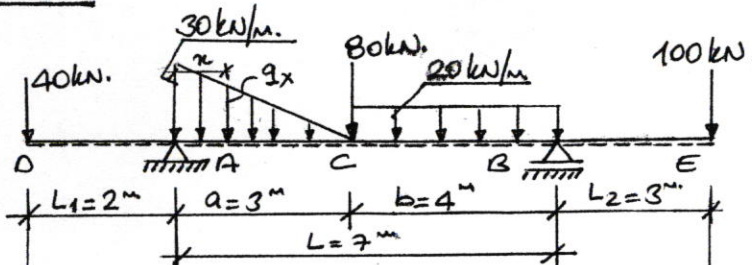
$V_{CB} = -\int_0^4 10x \cdot \frac{1}{12} x dx - 100 \cdot \frac{4}{12} - 80 \cdot \frac{1}{12}$

$V_{CB} = -57,78 \text{ kN}$

$M_C = \int_0^4 10x \cdot \frac{2}{3} x dx + 100 \cdot \frac{8}{3} - 80 \cdot \frac{4}{12}$

$M_C = 382,22 \text{ kNm}$

ÖRNEK: 6)

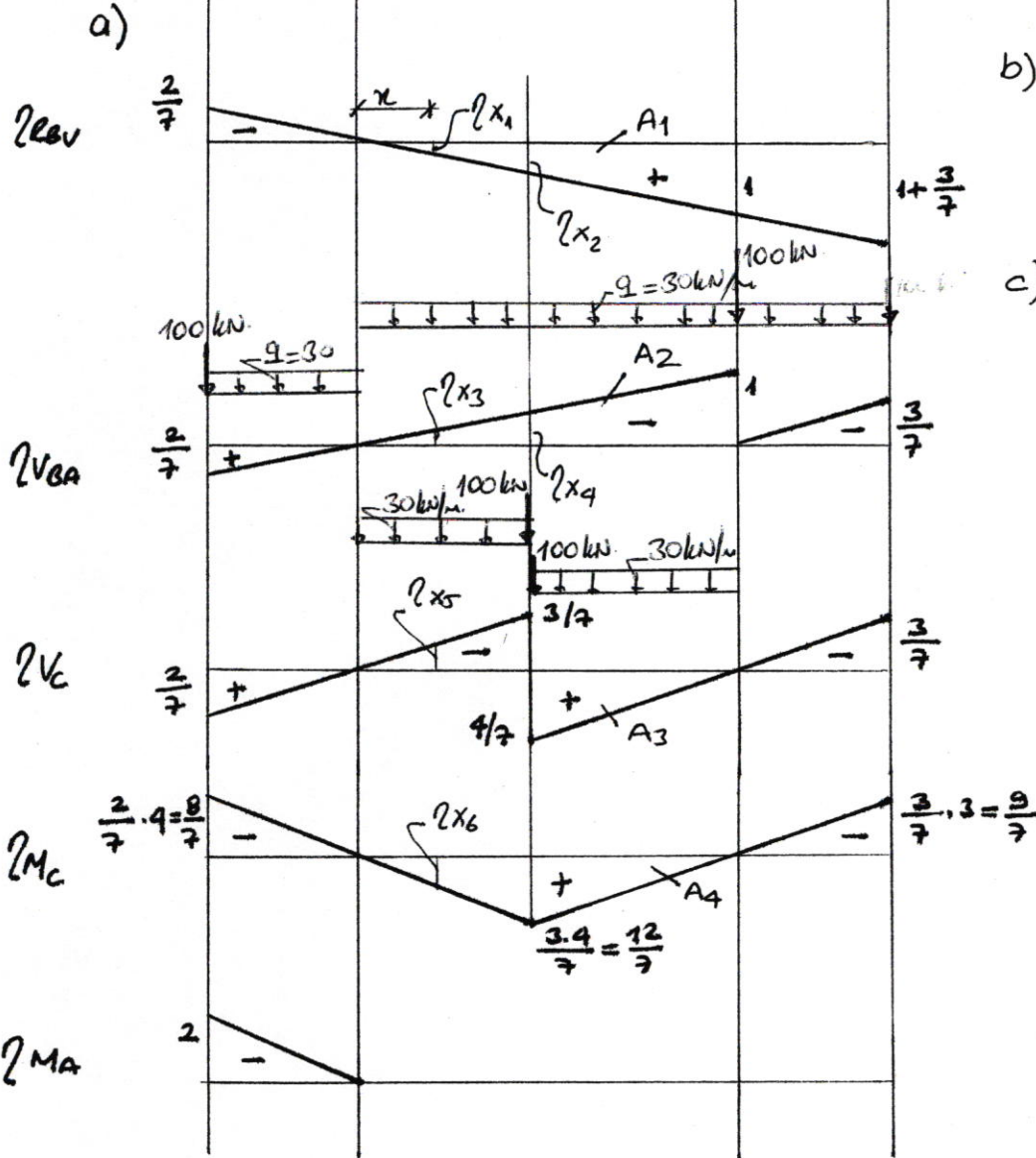


Şekilde verilen cıkmalı kıltsın;

a) R_{Bv} , V_{BA} , V_C , M_C , M_A kesit tesirlerini çiziniz.

b) Şekildeki sabit yüklerden oluşan R_{Bv} , V_{BA} , V_C , M_C , M_A kesit tesirlerini bulunuz.

c) Hareketli yüklerden oluşan V_{BA} , V_C değerlerini bulunuz



$$\frac{30}{3} = \frac{q(x)}{3-x}$$

$$q(x) = 10(3-x)$$

$$\frac{1}{7} = \frac{q(x)}{x} \Rightarrow q(x) = \frac{1}{7}x$$

$$q(x) = \frac{3}{7}$$

$$q(x) = \frac{1}{7}x$$

$$q(x) = \frac{3}{7}$$

$$\frac{3/7}{3} = \frac{q(x)}{x} \Rightarrow q(x) = \frac{1}{7}x$$

$$\frac{12/7}{3} = \frac{q(x)}{x} \Rightarrow q(x) = \frac{4}{7}x$$

$$A_1 = \left(1 + \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{4}{2} = \frac{20}{7}$$

$$A_2 = \left(1 + \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{4}{2} = \frac{20}{7}$$

$$A_3 = \left(\frac{4}{7} \cdot 4\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{7}$$

$$A_4 = \left(\frac{12}{7} \cdot 4\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{24}{7}$$

$$b) R_{Bv} = \int_0^3 10(3-x) \cdot \frac{x}{7} dx - 40 \cdot \frac{2}{7} + 80 \cdot \frac{3}{7} + 20 \cdot \frac{20}{7} + 100 \cdot \left(1 + \frac{3}{7}\right)$$

$$R_{Bv} = 229,29 \text{ kN.}$$

$$V_{BA} = \int_0^3 10(3-x) \cdot \frac{x}{7} dx + 40 \cdot \frac{2}{7} - 80 \cdot \frac{3}{7} - 20 \cdot \frac{20}{7} - 100 \cdot \frac{3}{7}$$

$$V_{BA} = -129,29 \text{ kN.}$$

$$V_{CA} = -\int_0^3 10(3-x) \cdot \frac{x}{7} dx + 40 \cdot \frac{2}{7} + 80 \cdot \frac{4}{7} + 20 \cdot \frac{8}{7} - 100 \cdot \frac{3}{7} = 30,71 \text{ kN.}$$

$$V_{CB} = -\int_0^3 10(3-x) \cdot \frac{x}{7} dx + 40 \cdot \frac{2}{7} - 80 \cdot \frac{3}{7} + 20 \cdot \frac{8}{7} - 100 \cdot \frac{3}{7} = -49,29 \text{ kN.}$$

$$M_C = \int_0^3 10(3-x) \cdot \frac{4}{7} x dx - 40 \cdot \frac{8}{7} + 80 \cdot \frac{12}{7} + 20 \cdot \frac{24}{7} - 100 \cdot \frac{9}{7} = 57,14 \text{ kNm.}$$

$$M_A = -40 \cdot 2 = -80 \text{ kNm.}$$

$$c) V_{BAq_1} = -30 \cdot \left(\frac{1 \cdot 7}{2} + \frac{3 \cdot 7 \cdot 3}{2} \right) - 100 \cdot 1 = -224,29 \text{ kN.}$$

$$V_{BAq_2} = 30 \cdot \left(\frac{2 \cdot 7 \cdot 2}{2} \right) + 100 \cdot \frac{2}{7} = 37,14 \text{ kN.}$$

$$\min V_{BA} = -129,29 - 224,29 = -353,58 \text{ kN.}$$

$$\max V_{BA} = -129,29 + 37,14 = -92,15 \text{ kN.}$$

$$V_{Cq_1} = -30 \cdot \left(\frac{3 \cdot 7 \cdot 3}{2} \right) - 100 \cdot \frac{3}{7} = -62,14 \text{ kN.}$$

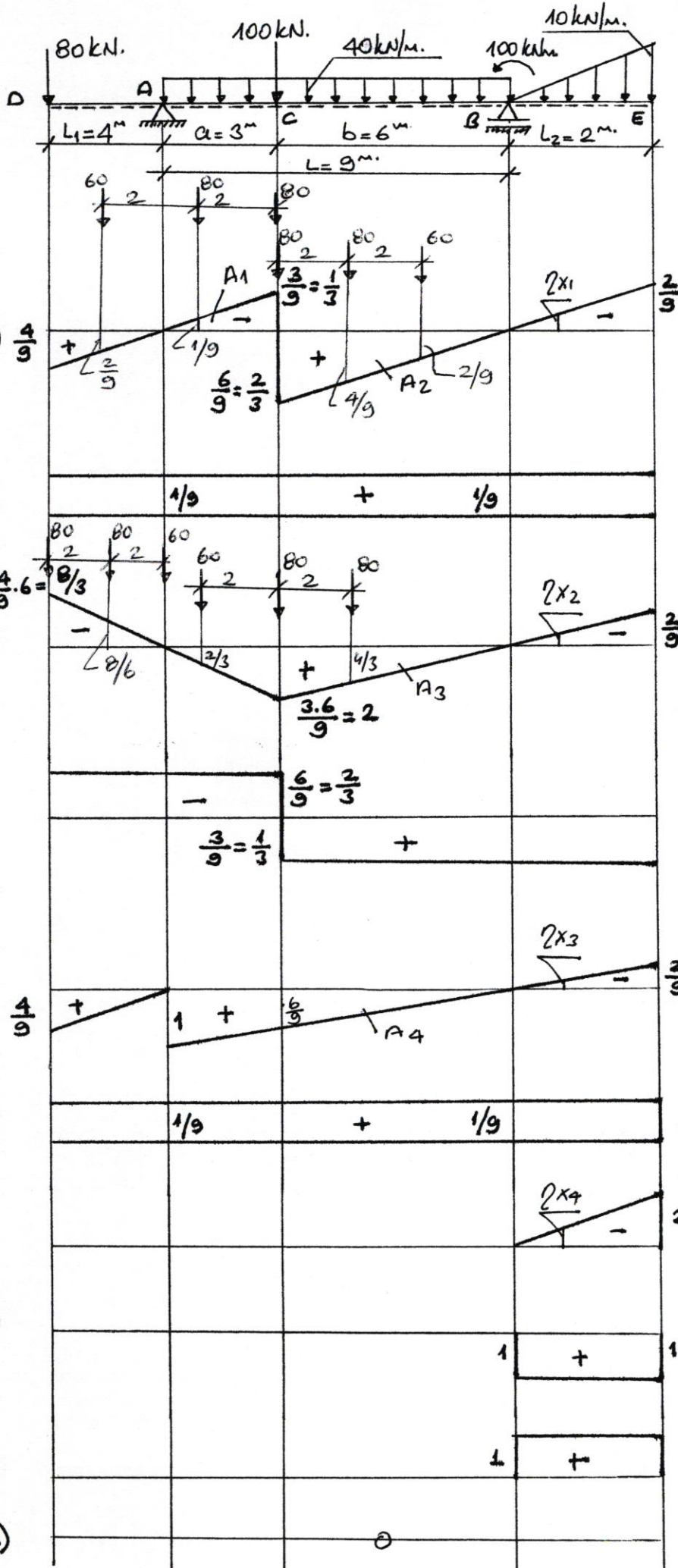
$$V_{Cq_2} = 30 \cdot \left(\frac{4 \cdot 7 \cdot 4}{2} \right) + 100 \cdot \frac{4}{7} = 91,43 \text{ kN.}$$

$$\min V_{CA} = 30,71 - 62,14 = -31,43 \text{ kN.}$$

$$\max V_{CA} = 30,71 + 91,43 = 122,14 \text{ kN.}$$

~~~~~

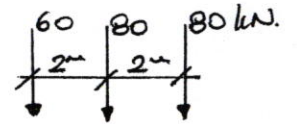
# ÖRNEK: 7)



Şekilde verilen kısım;

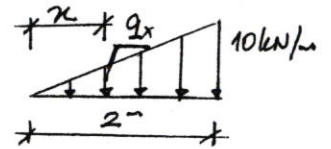
a)  $V_C, M_C, V_{AB}, M_B, V_{BE}$  kesit değerlerini yazınız.

b)  $V_C, M_C, V_{AB}, M_B, V_{BE}$  kesit değerlerini bulunuz.

c) 

Hareketli yük için;

max  $V_C$ , max  $M_C$  değerleri hesaplayınız.



$$\frac{10}{2} = \frac{q(x)}{x} \rightarrow q(x) = 5x$$

$$\frac{2/9}{2} = \frac{q(x)}{x} \rightarrow q(x) = \frac{1}{9}x$$

$$\frac{2/3}{2} = \frac{q(x)}{x} \rightarrow q(x) = \frac{1}{3}x$$

$$q(x) = \frac{1}{9}x$$

$$\frac{2}{2} = \frac{q(x)}{x} \rightarrow q(x) = 1x$$

$$A_1 = -\frac{1/3 \cdot 3}{2} = -0,5$$

$$A_2 = \frac{2/3 \cdot 6}{2} = 2$$

$$A_3 = \frac{2 \cdot 9}{2} = 9$$

$$A_4 = \frac{1 \cdot 9}{2} = 4,5$$

$$b) \quad V_{CA} = 80 \cdot \frac{4}{9} - 40 \cdot 0,5 + 100 \cdot \frac{2}{3} + 40 \cdot 2 - \int_0^2 5x \cdot \frac{1}{9} x dx + 100 \cdot \frac{1}{9} = 171,85 \text{ kN}$$

$$V_{CB} = 80 \cdot \frac{4}{9} - 40 \cdot 0,5 - 100 \cdot \frac{1}{3} + 40 \cdot 2 - \int_0^2 5x \cdot \frac{1}{9} x dx + 100 \cdot \frac{1}{9} = 71,85 \text{ kN}$$

$$M_C = -80 \cdot \frac{8}{3} + 40 \cdot 9 + 100 \cdot 2 - \int_0^2 5x \cdot \frac{1}{3} x dx + 100 \cdot \frac{1}{3} = 375,55 \text{ kNm}$$

$$V_{AB} = 80 \cdot \frac{4}{9} + 100 \cdot \frac{6}{9} + 40 \cdot 4,5 - \int_0^2 5x \cdot \frac{1}{9} x dx + 100 \cdot \frac{1}{9} = 291,85 \text{ kN}$$

$$M_{BE} = - \int_0^2 5x \cdot x dx = -13,33 \text{ kNm}$$

$$M_{BC} = -13,33 + 100 \cdot 1 = 86,67 \text{ kNm}$$

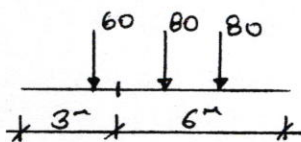
$$V_{BE} = \frac{10 \cdot 2}{2} \cdot 1 = 10 \text{ kN}$$

$$c) \quad V_{c1} = -80 \cdot \frac{1}{3} - 80 \cdot \frac{1}{9} + 60 \cdot \frac{2}{9} = -22,22 \text{ kN}$$

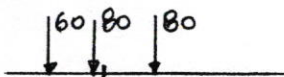
$$V_{c2} = 80 \cdot \frac{2}{3} + 80 \cdot \frac{4}{9} + 60 \cdot \frac{2}{9} = 102,22 \text{ kN}$$

$$V_{CA_{min}} = 171,85 - 22,22 = 149,63 \text{ kN}; \quad V_{CA_{max}} = 171,85 + 102,22 = 274,07 \text{ kN}$$

$$V_{CB_{min}} = 71,85 - 22,22 = 49,63 \text{ kN}; \quad V_{CB_{max}} = 71,85 + 102,22 = 174,07 \text{ kN}$$



$$\frac{Q_a}{a} < \frac{Q_b}{b} \Rightarrow \frac{60}{3} < \frac{160}{6} \Rightarrow 20 < 26,67 \checkmark$$



$$\frac{Q_a}{a} > \frac{Q_b}{b} \Rightarrow \frac{140}{3} > \frac{80}{6} \Rightarrow 46,67 > 13,33 \checkmark$$

$$M_{c1} = -80 \cdot \frac{8}{3} - 80 \cdot \frac{8}{6} = -320 \text{ kNm}$$

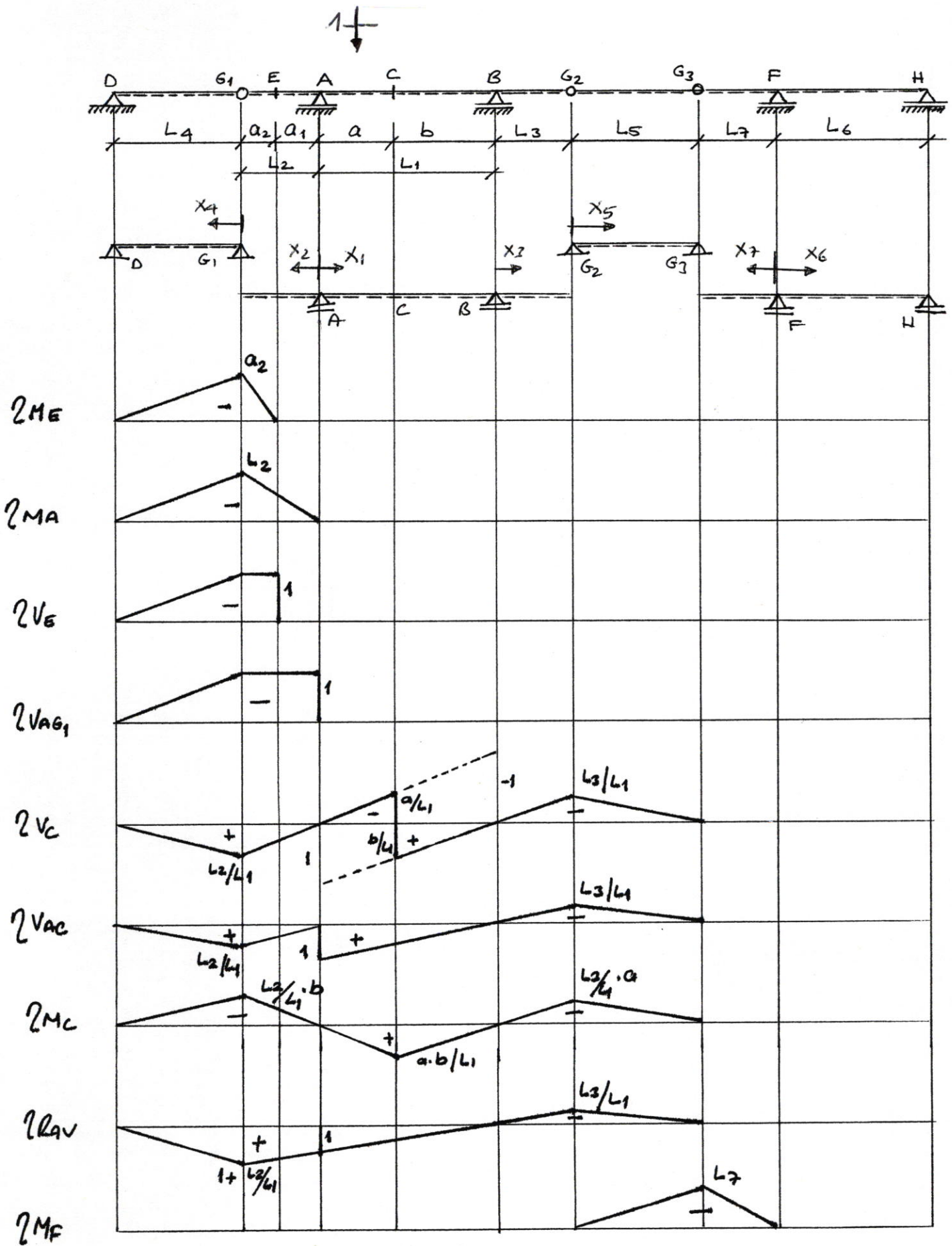
$$M_{c2} = 60 \cdot \frac{2}{3} + 80 \cdot 2 + 80 \cdot \frac{4}{3} = 306,67 \text{ kNm}$$

$$M_{C_{min}} = 375,55 - 320 = 55,55 \text{ kNm}$$

$$M_{C_{max}} = 375,55 + 306,67 = 682,22 \text{ kNm}$$

# VII.9) GERBER KIRIŞ TESİR GİZGİSİ

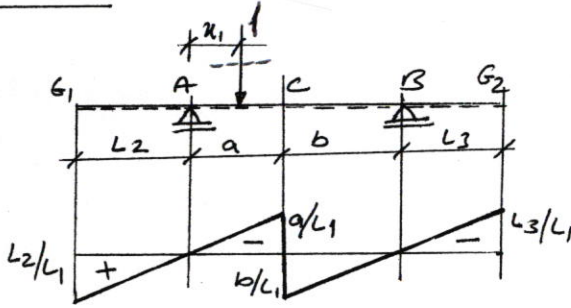
## a) Düşey yük etkisi



## 2Vc kesit testinin bulunusu:

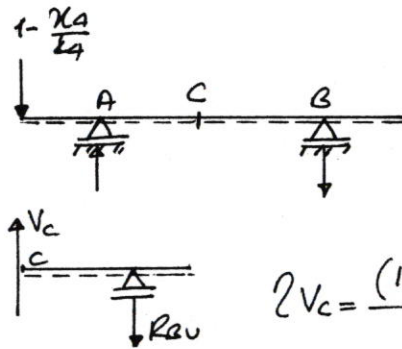
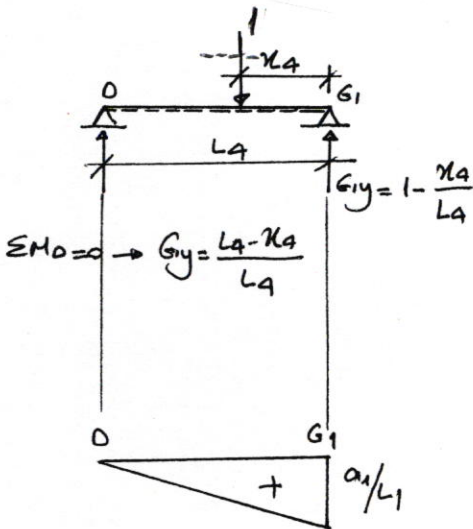
Not: Gerber kırışta testir ağızısı çizilirken önce taşıma senası çizilir.  
Böylece bütün yükün gezinmesinde sıfır olan bölgeler tayin edilir.  
Bütün yük her kırış üzerinde geçdirtilerek kesit testir testir ağızısı çizilmiştir olur.

G<sub>1</sub> - G<sub>2</sub> arası:



- Bütün kuvvetin G<sub>1</sub> - G<sub>3</sub> arasında gezinmesinde C noktasında oluşan kesme kuvveti' testir ağızısı diyagramı sıkmalı kırışlarda anlatıldığı gibi çizilir.

D - G<sub>1</sub> arası:



$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_{AV} = \frac{(1 - \frac{x_4}{L_4})(L_1 + L_2)}{L_1}$$
$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{BV} = \frac{(1 - \frac{x_4}{L_4}) \cdot a_1}{L_1}$$

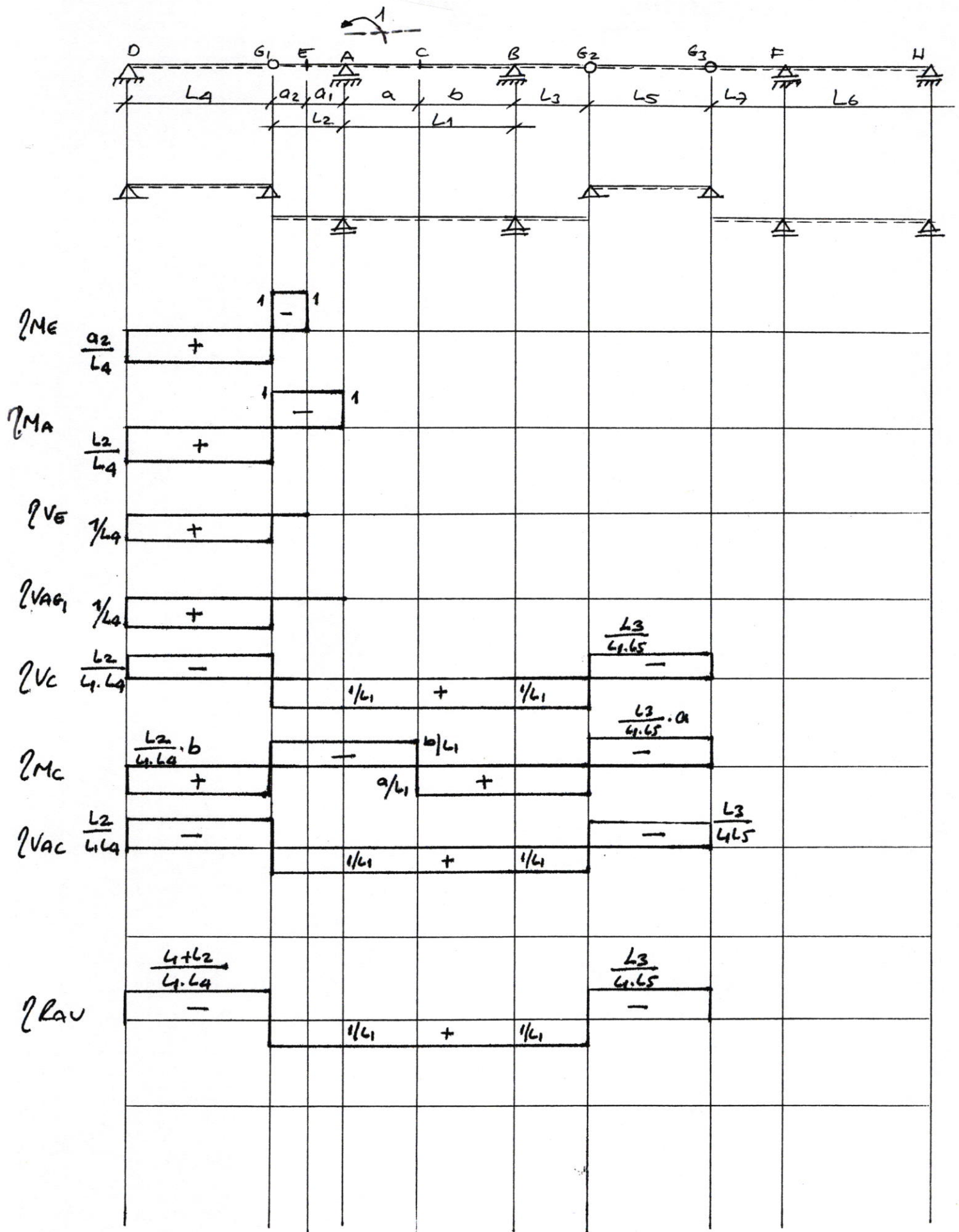
$$2V_c = \frac{(1 - \frac{x_4}{L_4}) \cdot a_1}{L_1}$$

$$x_4 = 0 \rightarrow 2V_c = a_1/L_1$$

$$x_4 = L_4 \rightarrow 2V_c = 0$$

- Benzer şekilde G<sub>2</sub> - G<sub>3</sub> arası testir ağızısı değeri elde edilir.

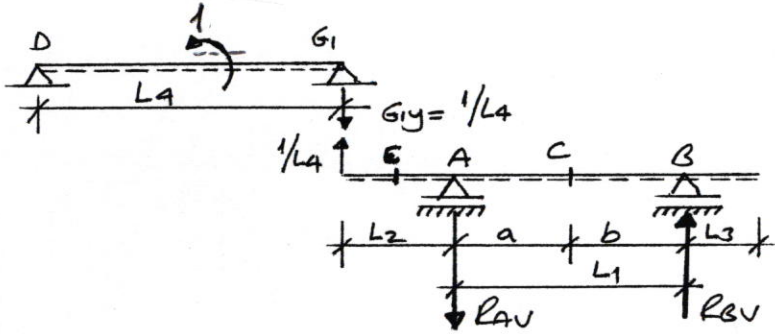
# b) Moment Ethisi'



Birim moment testinde kesit testiri testir atlagilerinin bulunusu:

Not: Birim momentin  $G_1 - G_2$  arasında gezinmesinden oluzan testir atlagisi sikmal kine te anlatildiği gibidir.

D -  $G_1$  arasi :

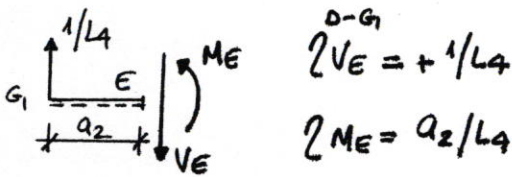


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_{AV} = \frac{1/L_4 (L_1 + L_2)}{L_1}$$

$$2 R_{AV} = \frac{L_1 + L_2}{L_1 \cdot L_4}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_{BV} = \frac{1/L_4 \cdot L_2}{L_1}$$

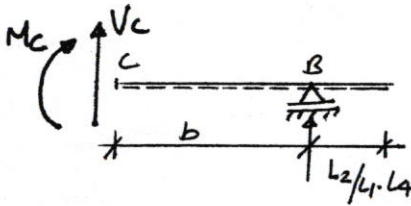
$$2 R_{BV} = \frac{L_2}{L_1 \cdot L_4}$$



$$\begin{aligned} \sum V_{E-G_1} &= +1/L_4 \\ \sum M_E &= L_2/L_4 \end{aligned}$$



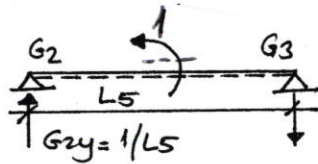
$$\begin{aligned} \sum V_{AG_1} &= 1/L_4 \\ \sum M_A &= L_2/L_4 \end{aligned}$$



$$\sum V_{AC} = -\frac{L_2}{L_1 \cdot L_4}, \quad \sum V_C = -\frac{L_2}{L_1 \cdot L_4}$$

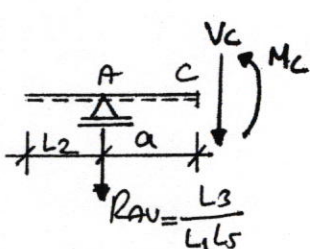
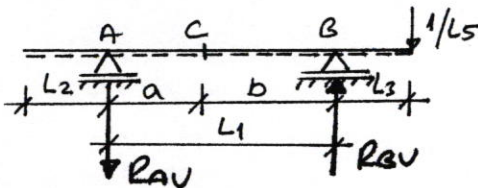
$$\sum M_C = \frac{L_2}{L_1 \cdot L_4} \cdot b, \quad \sum R_{AV} = \frac{L_1 + L_2}{L_1 \cdot L_4}$$

$G_2 - G_3$  arasi :



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_{AV} = \frac{L_3 \cdot 1/L_5}{L_1} = \frac{L_3}{L_1 \cdot L_5}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_{BV} = \frac{1/L_5 (L_1 + L_3)}{L_1} = \frac{L_1 + L_3}{L_1 \cdot L_5}$$



$$\sum V_C = -\frac{L_3}{L_1 \cdot L_5}; \quad \sum V_{AC} = -\frac{L_3}{L_1 \cdot L_5}$$

$$\sum M_C = -\frac{L_3}{L_1 \cdot L_5} \cdot a; \quad \sum R_{AV} = -\frac{L_3}{L_1 \cdot L_5}$$

Gerber kütüphanelerinde tesir çizgilerinin çiziminde izlen sırası;

1- Sistemin tazima seması tayin edilir.

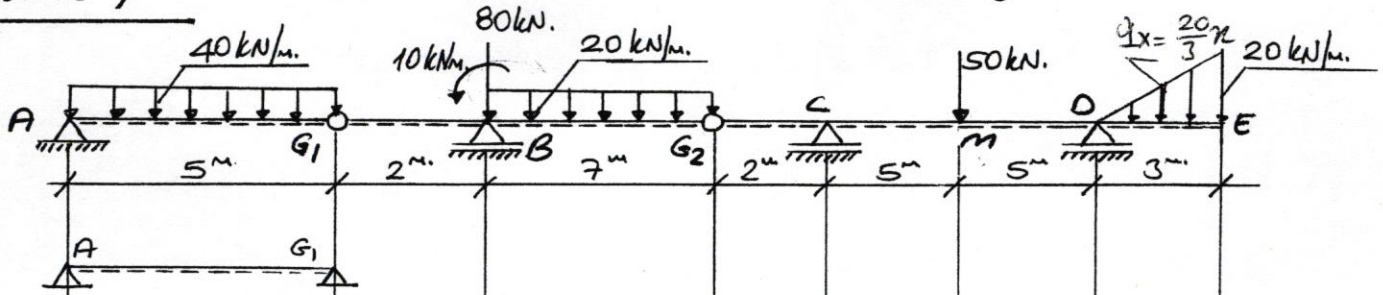
2- Bir birimlik kuvvet sistemi üzerinde belirli doğrultuda hareket ederken tesir çizgisi' çizilecek olan kesitte kesit tesirinin sıfır olduğu bölgeler tazima seması yardımıyla tayin edilir.

3- Tesir çizgisinin sıfır olduğu noktalar tespit edilir. Gerber kütüphanesinde bu noktalar genellikle ara mesnet hizalarıdır. Çizilen mesnet tepkisine ait tesir çizgisi' diyagramı ise 0 mesnette tesir çizgisi' sıfır olmayacaktır.

4- Tesir çizgisi' tayin edilecek kesitin bulunduğu aşık-likta gerber kütüphanesinde tesir hattı ile basit kütüphane veya konsol kütüphanesinde tesir çizgileri' birbirinin aynıdır. Tesir çizgilerinin sıklıkla üzerindeki kısımları basit kütüphanesinde tesir çizgileri' uzatılarak bulunur.

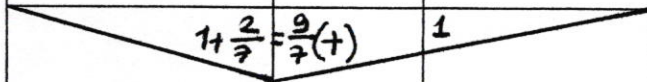
5- Tesir çizgilerinin çiziminde sürekliliğe dikkat edilmelidir.

ÖRNEK: 8) a)  $\mathcal{R}_{BV}$ ,  $\mathcal{V}_{BG_2}$ ,  $\mathcal{M}_C$ ,  $\mathcal{M}_m$ ,  $\mathcal{V}_m$  tevir çizgi/lerini çiziniz.

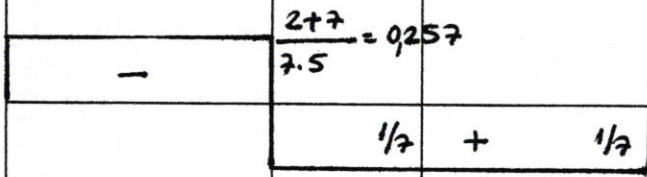


a)

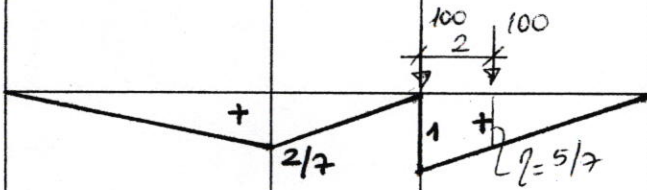
$\mathcal{R}_{BV} (\downarrow)$



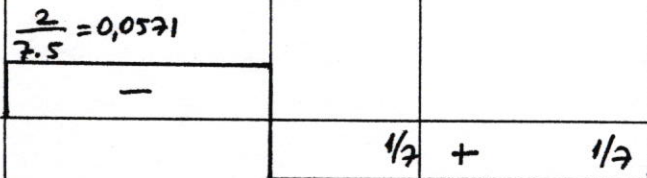
$\mathcal{R}_{BV} (\curvearrowright)$



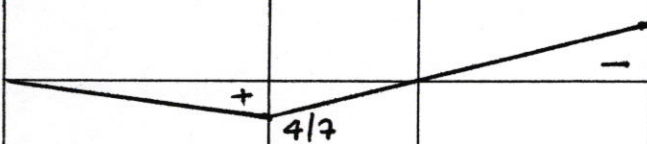
$\mathcal{V}_{BG_2} (\downarrow)$



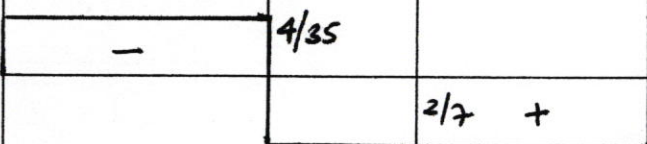
$\mathcal{V}_{BG_2} (\curvearrowright)$



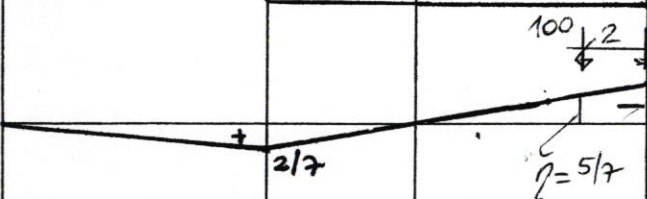
$\mathcal{M}_C (\downarrow)$



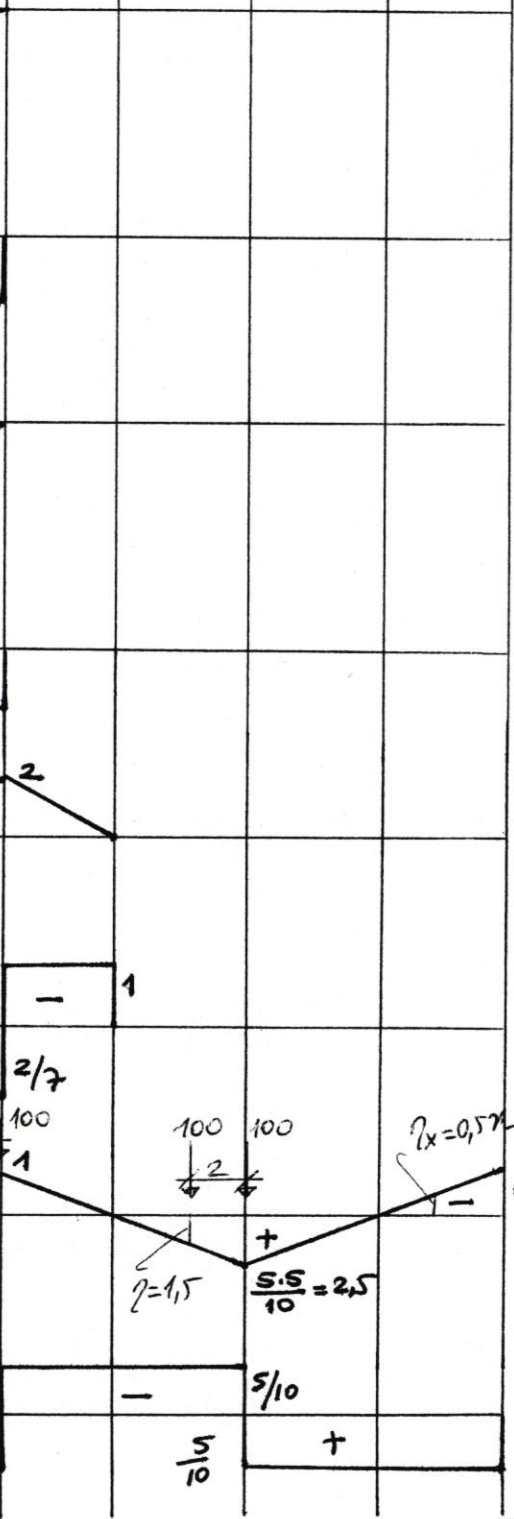
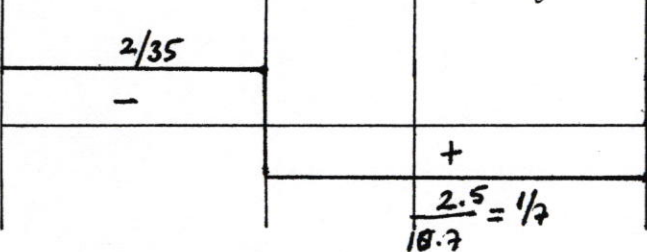
$\mathcal{M}_C (\curvearrowright)$

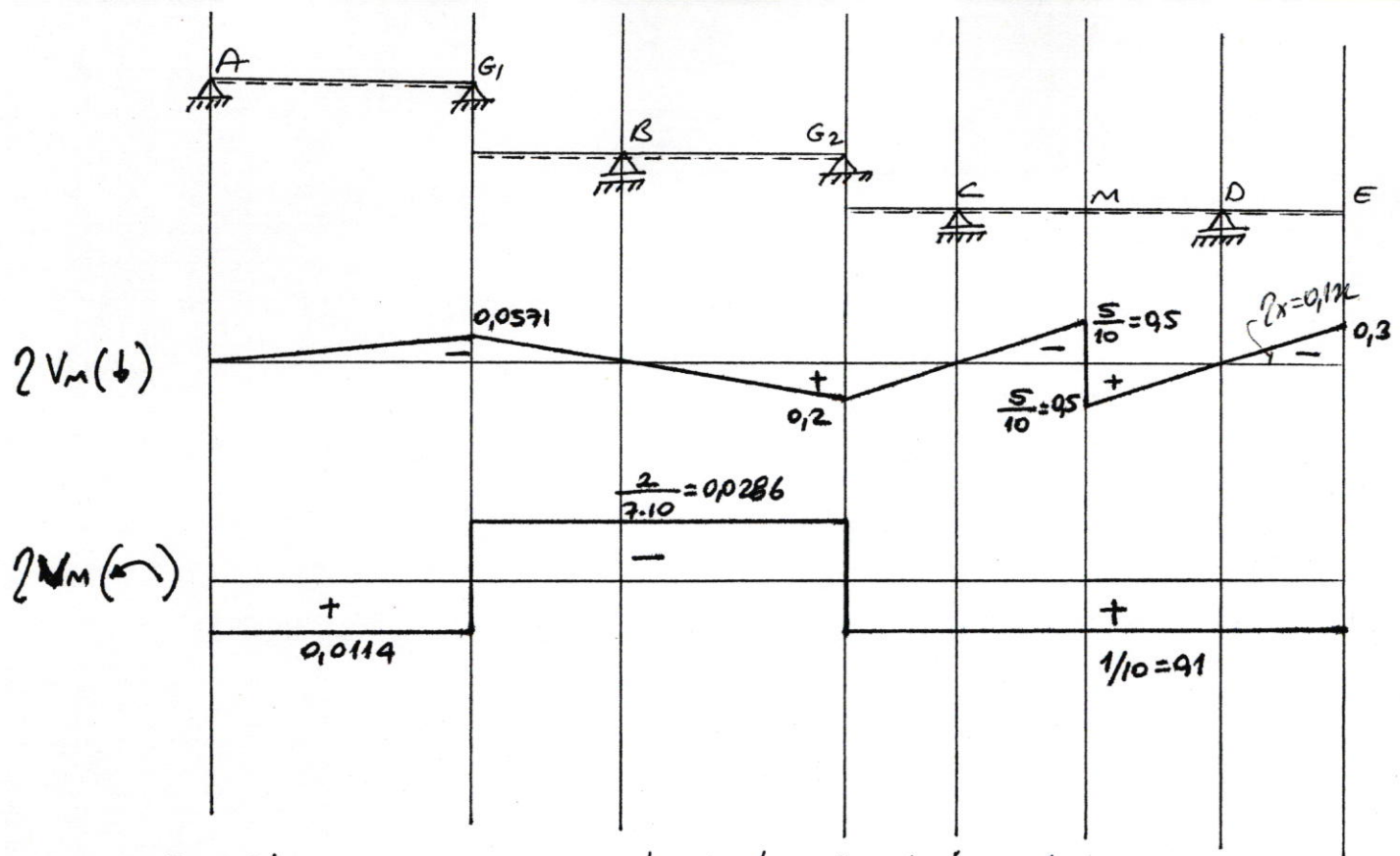


$\mathcal{M}_m (\downarrow)$



$\mathcal{M}_m (\curvearrowright)$





b)  $R_{BV}$ ,  $V_{BG_2}$ ,  $M_C$ ,  $M_M$ ,  $V_M$  kesit testirlemleri hesaplayınız.

$$R_{BV} = 40 \cdot \left( \frac{9/2 \cdot 5}{2} \right) + 80 \cdot 1 + 20 \cdot (1 \cdot 7/2) + 10 \cdot 1/2 = 280 \text{ kN.}$$

$$V_{BG_2} = 40 \cdot \left( \frac{2/2 \cdot 5}{2} \right) + \underbrace{80 \cdot 1}_{\text{alanmaz}} + 20 \cdot (1 \cdot 7/2) + 10 \cdot 1/2 = 100 \text{ kN.}$$

$$M_C = 40 \cdot \left( \frac{4/2 \cdot 5}{2} \right) - 20 \cdot (2 \cdot 7/2) + 10 \cdot 2/2 = -80 \text{ kNm.}$$

$$M_M = 40 \cdot \left( \frac{2/2 \cdot 5}{2} \right) - 20 \cdot (1 \cdot 7/2) + 50 \cdot 2,5 - \int_0^3 \frac{20}{3} x \cdot 0,5x dx + 10 \cdot 1/2 = 55 \text{ kNm.}$$

$$V_{M_2} = -40 \cdot (0,0571 \cdot 5/2) + 20 \cdot (0,2 \cdot 7/2) + 50 \cdot 0,5 - \int_0^3 \frac{20}{3} x \cdot 0,1x dx - 10 \cdot 0,0286 = 27 \text{ kN.}$$

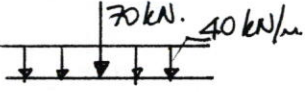
c) yayılı yük durumunda  $\max$   $\min$   $V_{BG_2}$ ,  $\max$   $\min$   $M_M$  değerlerini hesaplayınız.

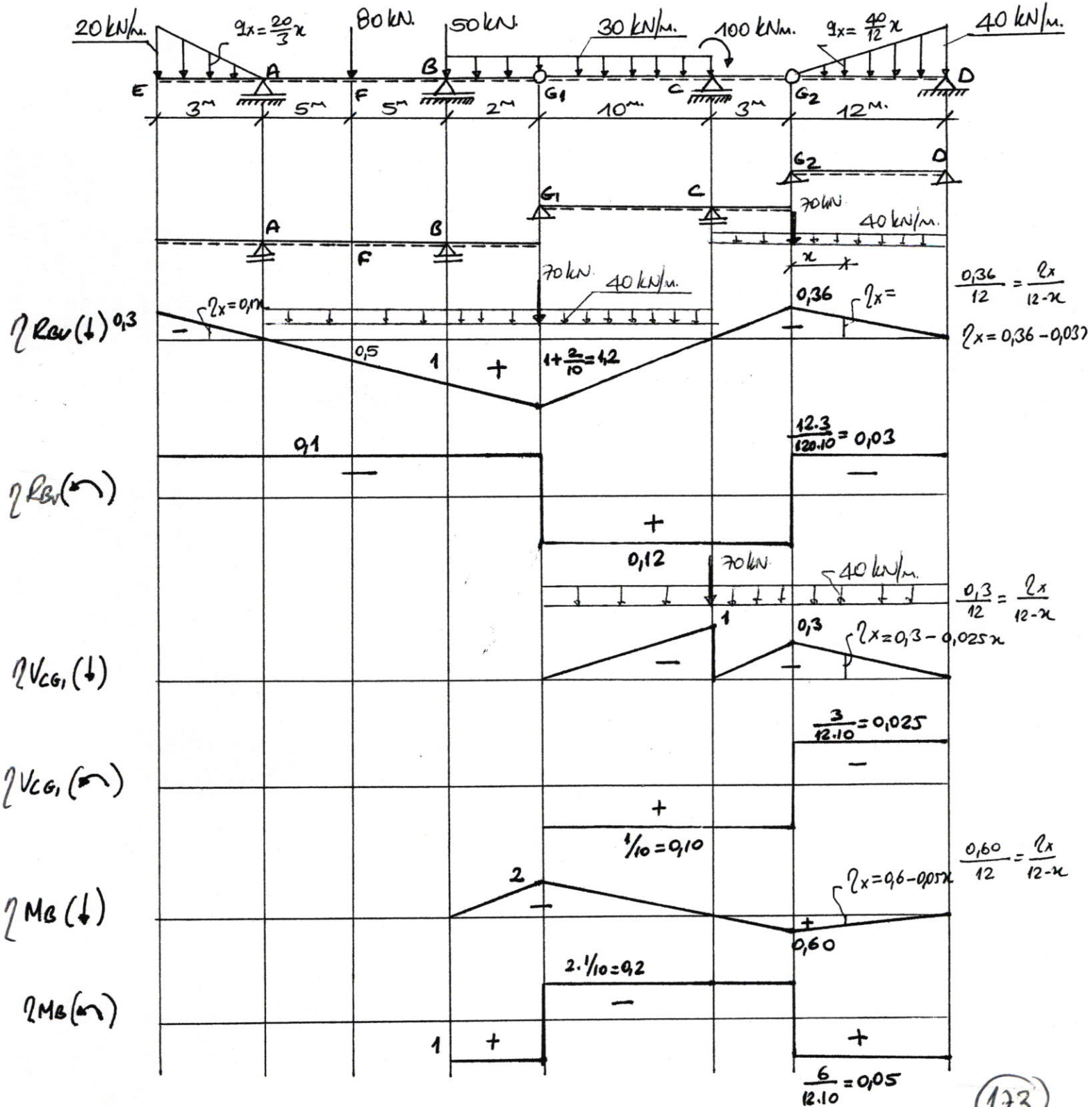
$$V_{BG_2g} = 100 \cdot 1 + 100 \cdot 5/7 = 171,43 \text{ kN.} \quad \begin{cases} \min V_{BG_2} = 100 \text{ kN.} \\ \max V_{BG_2} = 100 + 171,43 = 271,43 \text{ kN.} \end{cases}$$

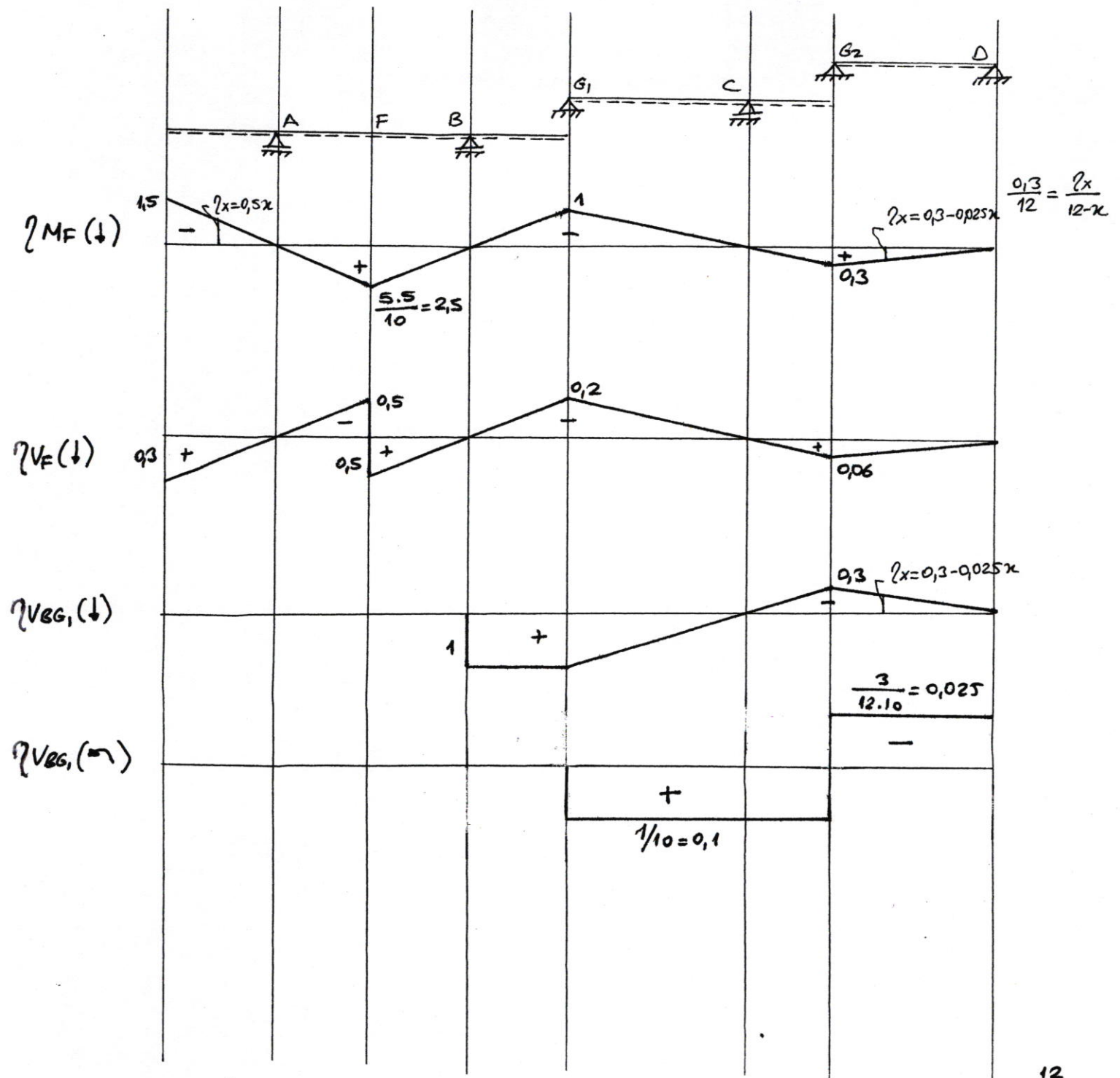
$$M_{Mg_1} = 100 \cdot 1,5 + 100 \cdot 2,5 = 400 \text{ kNm.} \quad \begin{cases} \min M_M = 55 - 171,43 = -116,43 \text{ kNm.} \\ \max M_M = 55 + 400 = 455 \text{ kNm.} \end{cases}$$

$$M_{Mg_2} = -100 \cdot 1 - 100 \cdot 5/7 = -171,43 \text{ kNm.}$$

# ÖRNEK : 9)

- a) Şekildeki mütemadi kırıse cüt  $\mathcal{R}_{Bv}$ ,  $\mathcal{V}_{G1}$ ,  $\mathcal{M}_B$ ,  $\mathcal{M}_F$ ,  $\mathcal{V}_F$ ,  $\mathcal{V}_{G1}$ ,  
tesir qızgılarını qızınız.
- b) Tesir qızgılarından faydalanarak  $\mathcal{R}_{Bv}$ ,  $\mathcal{V}_{G1}$ ,  $\mathcal{M}_B$ ,  $\mathcal{V}_{G1}$ , kırı tesirlerini  
hesaplayınız.
- c)  Hareketli yükünden faydalanarak  $\max \mathcal{R}_{Bv}$ ,  $\max \mathcal{V}_{G1}$ ,  
değerlerini hesaplayınız.





$$b) R_{BV} = - \int_0^3 \frac{20}{3} x \cdot 0.1 x dx + 80 \cdot 0.5 + 50 \cdot 1 + 30 \cdot \left( \frac{1+1.2}{2} \right) \cdot 2 + 30 \cdot \frac{1.2 \cdot 10}{2} + 100(-0.12) - \int_0^{12} \frac{40}{12} x (0.36 - 0.03x) dx$$

$$R_{BV} = 289.20 \text{ kN.}$$

$$V_{CG_1} = -30 \cdot \frac{1 \cdot 10}{2} - 100 \cdot 0.10 - \int_0^{12} \frac{40}{12} x (0.3 - 0.025x) dx = -184.0 \text{ kN.}$$

$$M_B = -30 \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} - 30 \cdot \frac{2 \cdot 10}{2} + 100 \cdot 0.2 + \int_0^{12} \frac{40}{12} x (0.6 - 0.05x) dx = -292 \text{ kNm.}$$

$$V_{BG_1} = \underbrace{50 \cdot 1}_{\text{katılmıyor}} + 30 \cdot 2 + 30 \cdot \frac{1 \cdot 10}{2} - 100 \cdot 0.1 - \int_0^{12} \frac{40}{12} x (0.3 - 0.025x) dx = 176 \text{ kN.}$$

$$c) R_{BVg} = 289,20 \text{ kN}$$

$$R_{BVg_1} = 70 \cdot 1,2 + 40 \cdot \left( \frac{1,2 \cdot 22}{2} \right) = 612,0 \text{ kN}$$

$$R_{BVg_2} = -70 \cdot 0,36 - 40 \cdot \left( \frac{0,36 \cdot 15}{2} \right) = -130,2 \text{ kN}$$

$$\min R_{BV} = 289,20 - 130,20 = 159,0 \text{ kN}$$

$$\max R_{BV} = 289,20 + 612,0 = 901,2 \text{ kN}$$

$$V_{CG,g} = -184,0 \text{ kN}$$

$$V_{CG,g_1} = -70 \cdot 1 - 40 \left( \frac{1 \cdot 10}{2} + \frac{0,3 \cdot 15}{2} \right) = -360 \text{ kN}$$

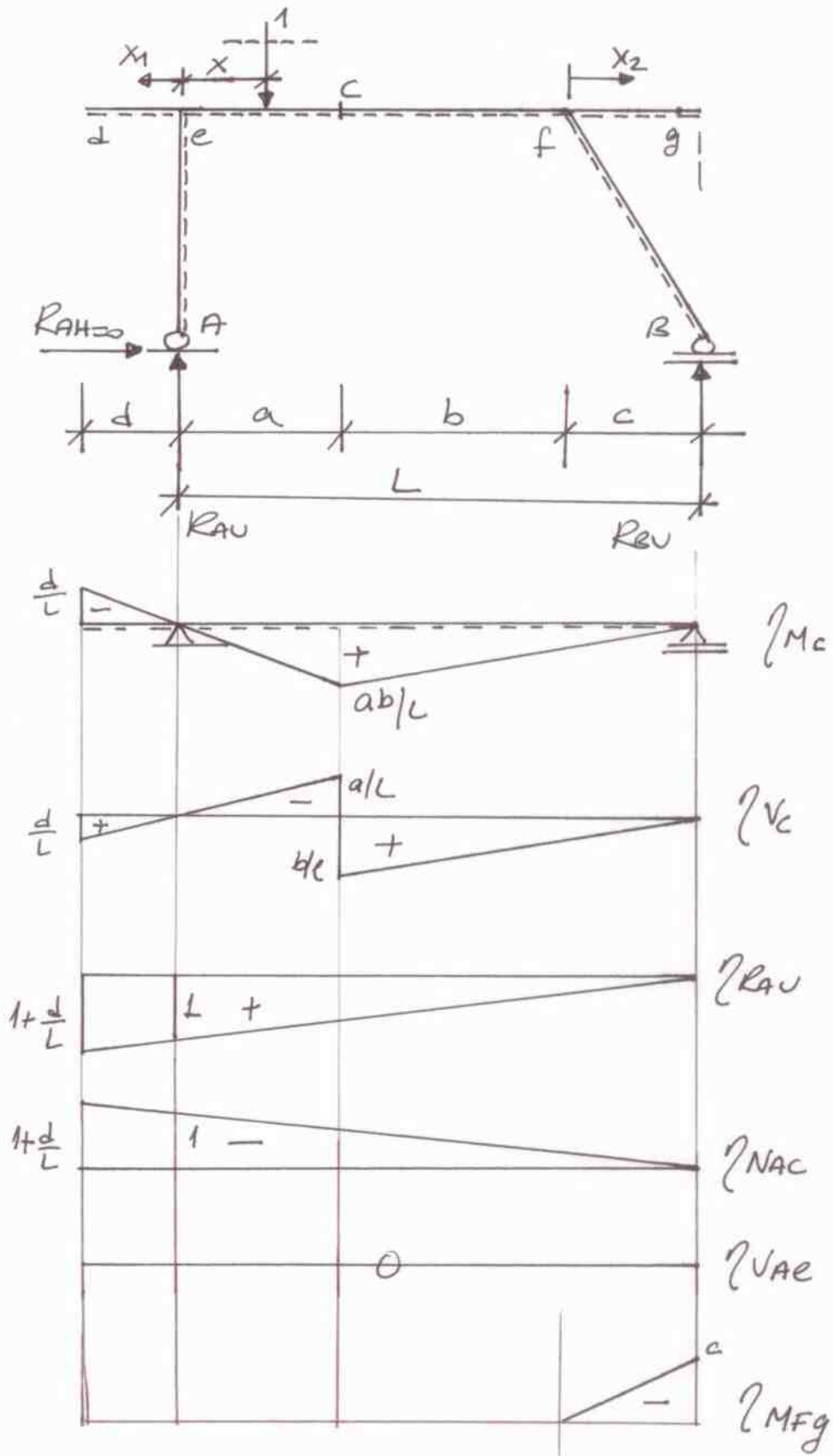
$$V_{CG,g_2} = 0$$

$$\min V_{CG} = -184,0 - 360 = -544,0 \text{ kN}$$

$$\max V_{CG} = -184,0 \text{ kN}$$

~~~~~4~~~~~

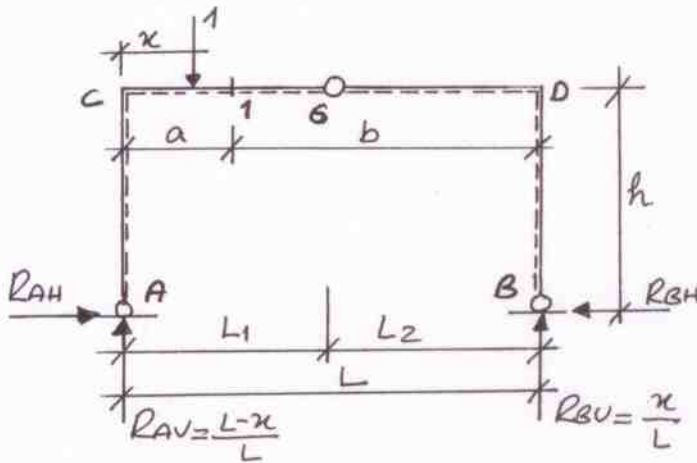
VIII-10) BASIT GERGEVEDE TEJIK GIZGILIKI'



VIII-12) ÜÇ MAFJALI GERÇEVE SİSTEMLERDE TESİR GİZGİLİLERİ

a) DÜŞEY YÜK ETKİSİ

Gerçeve sistemlerin birinci düşey kuvvet etkisi altında tesir çizgileri diyagramları, kesit tesiri diyagramlarının çizim tekniğinden faydalanarak çizilir. Basit kiriş tesir çizgisinde olduğu gibi birinci kuvvetin x 'e bağlı değişimini inceleriz. Burada gerçeveri basit kiriş analogjisinden faydalanarak sözeceğiz.

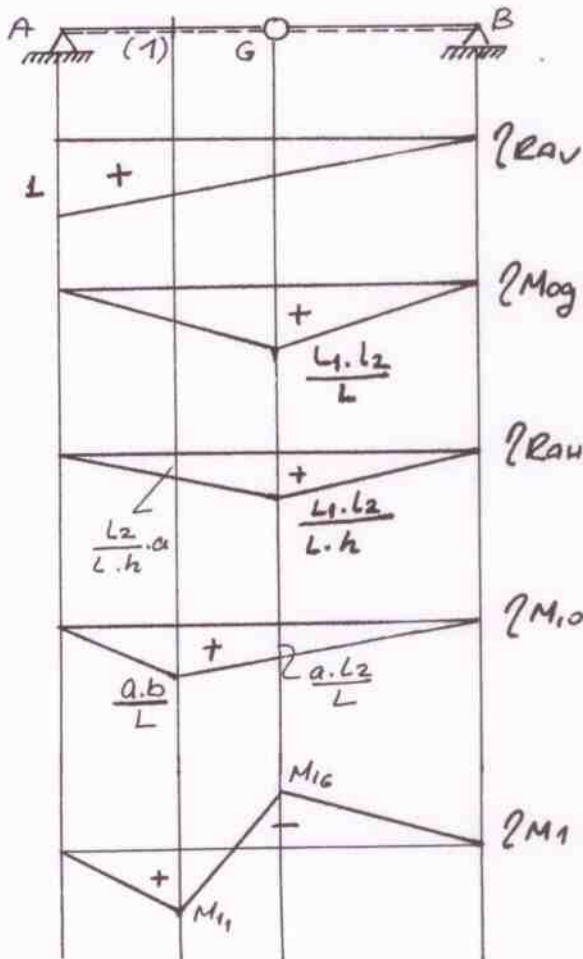


$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_{AV} = \frac{L-x}{L}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{BV} = x/L$$

$$\sum M_{\text{kesit}} = 0 \rightarrow R_{AH} = \frac{R_{AV} \cdot L_1 - 1(L_1 - x)}{h}$$

$$R_{AH} = \frac{M_{0g}}{h}$$



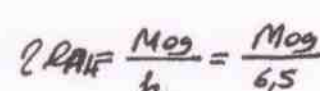
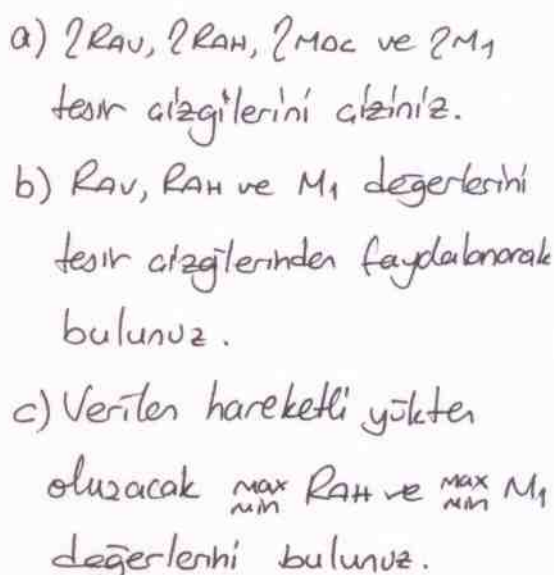
1 noktasına göre moment:

$$M_1 = R_{AV} \cdot a - 1(a-x) - R_{AH} \cdot h$$

$$M_1 = M_{10} - R_{AH} \cdot h$$

$$M_{11} = \frac{a \cdot b}{L} - \frac{L_2}{L \cdot h} \cdot a \cdot h = \frac{a \cdot b}{L} - \frac{L_2 \cdot a}{L} = \frac{a(b-L_2)}{L}$$

$$M_{12} = \frac{a \cdot L_2}{L} - \frac{L_1 \cdot L_2}{L \cdot h} \cdot h = \frac{a \cdot L_2}{L} - \frac{L_1 \cdot L_2}{L} = \frac{L_2(a-L_1)}{L}$$



2 Mio

$$\begin{aligned} \varphi_{M_1} & \quad \varphi_{M_1} = \varphi_{M_{10}} - \varphi_{RAH} \cdot y \\ & = -0,5 + \frac{0,25}{6,5} \cdot 8 = -0,192 \\ & = 2 - \frac{1}{6,5} \cdot 8 = 0,769 \\ & = 1 - \frac{1,5}{6,5} \cdot 8 = -0,846 \\ & = -0,5 + \frac{0,75}{6,5} \cdot 8 = 0,423 \end{aligned}$$

$$b) R_{AV} = 100 \cdot 1,125 + 20 \cdot \left(\frac{1+0,5}{2} \right) \cdot 4 - 150 \cdot \frac{1}{8} = 153,75 \text{ kN.}$$

$$R_{AH} = -100 \cdot \frac{0,25}{6,5} + 20 \cdot \left(\frac{1/6,5 \cdot 4}{2} \right) - 150 \cdot \frac{0,75}{6,5} = -15 \text{ kN.}$$

$$M_1 = -100 \cdot 0,192 + 20 \cdot \frac{0,769 \cdot 4}{2} + 150 \cdot 0,423 = 75,00 \text{ kNm.}$$

$$c) R_{AH1} = 50 \cdot \frac{0,75}{6,5} + 100 \cdot \frac{1,125}{6,5} + 100 \cdot \frac{1,5}{6,5} = 46,15 \text{ kN.}$$

$$R_{AH2} = -100 \cdot \frac{0,75}{6,5} = -11,54 \text{ kN.}$$

$$\min R_{AH} = -15 - 11,54 = -26,54 \text{ kN}$$

$$\max R_{AH} = -15 + 46,15 = 31,15 \text{ kN.}$$

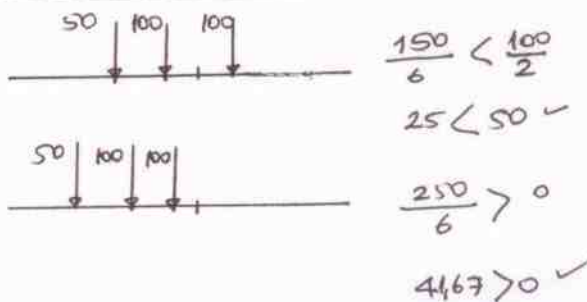
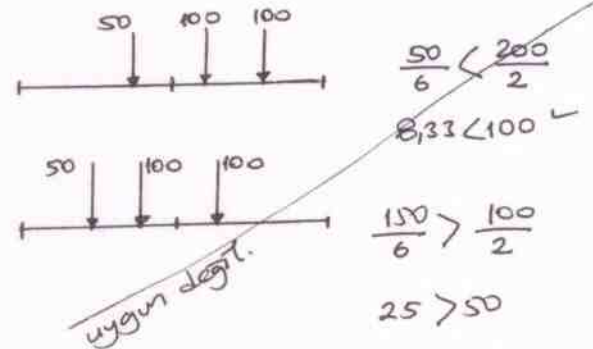
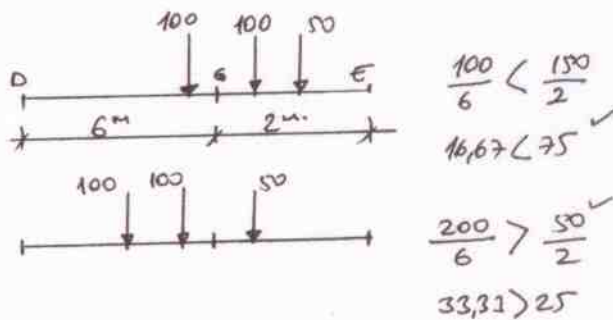
$$M_{11} = 50 \cdot 0,192 + 100 \cdot 0,48 + 100 \cdot 0,769 = 134,50 \text{ kNm.}$$

$$M_{12} = 50 \cdot 0,405 - 100 \cdot 0,846 - 100 \cdot 0,212 = -85,55 \text{ kNm.}$$

$$\min M_1 = 75,00 - 85,55 = -10,55 \text{ kNm}$$

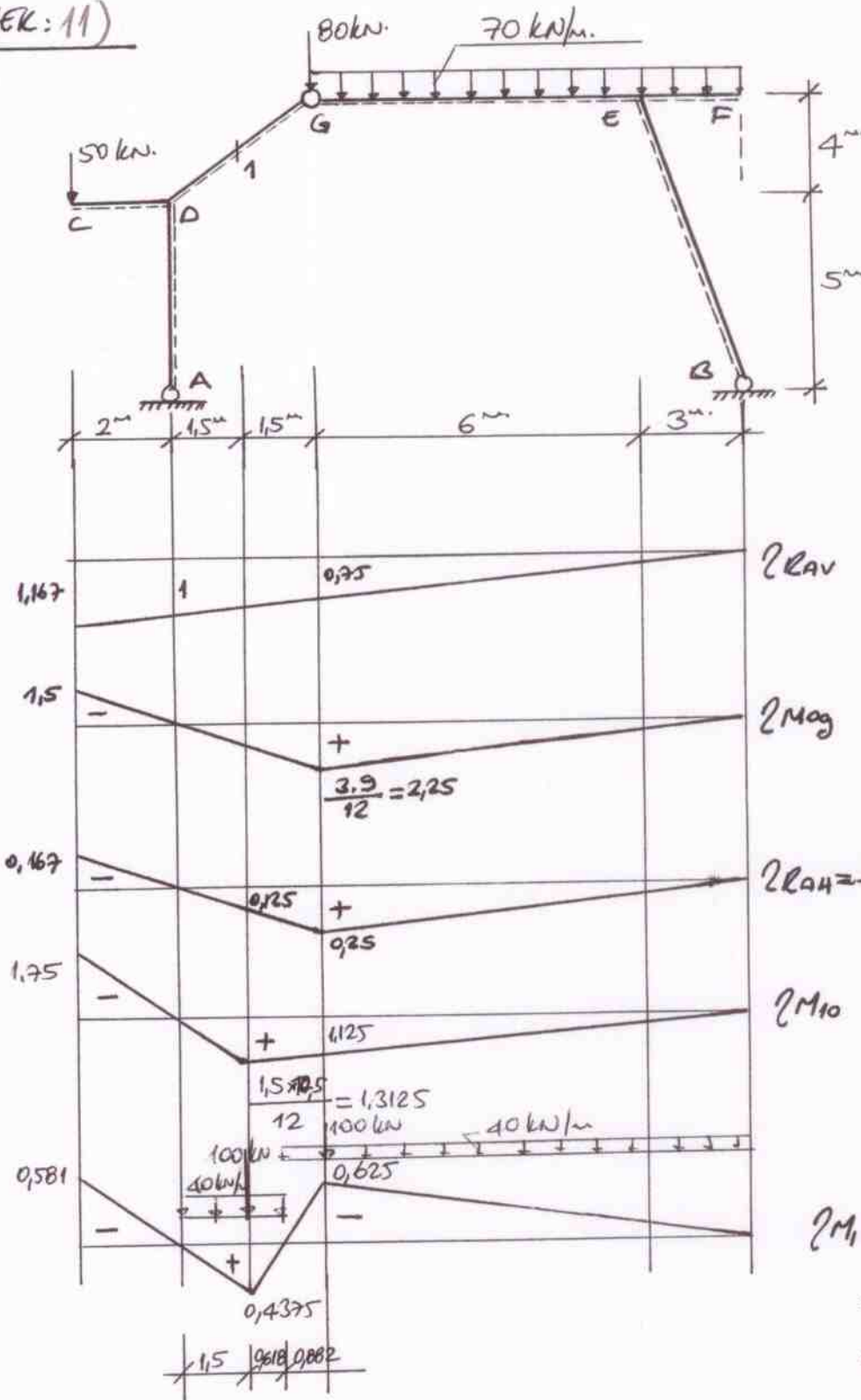
$$\max M_1 = 75 + 134,50 = 209,50 \text{ kNm.}$$

2RAN için girginde hareketli yükün etkmesi:



Fark büyük olduğundan bu yüklemeye kabul edilir.

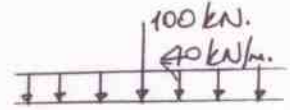
ÖRNEK: 11)



a) Şekildeki sistemin
2Rav, 2Ran ve 2M1
jesir ağızıklarını ağızınız.

b) Testin ölçgülerinden faydalanarak R_{su} , B_{att} ve M_1 değerlerini bulunuz

c) Hareketli yolda
düzan $\max$ M_1 değeri
 $\min$ bulunuz.



2 Rav

2 Mag

$$2R_{AH} = \frac{2M_{OG}}{f} = \frac{2M_{OG}}{g}$$

$\mathbb{Z}M_{10}$

$$I_{M_1} = I_{M_{10}} - I_{\text{вн.г}}$$

$$= -1,75 + 0,167 \times 7 = -0,581$$

$$= 1,3125 - 0,125 \times 7 = 0,4375$$

$$= 1,125 - 0,25 \times 7 = -0,625$$

$$b) R_{AV} = 50 \cdot 1,167 + 80 \cdot 0,975 + 70 \cdot \frac{0,975 \cdot 9}{2} = 354,60 \text{ kN.}$$

$$R_{AH} = -50 \cdot 0,167 + 80 \cdot 0,25 + 70 \cdot \frac{0,25 \cdot 9}{2} = 90,4 \text{ kN.}$$

$$M_1 = -50 \cdot 0,581 - 80 \cdot 0,625 - 70 \cdot \frac{0,625 \cdot 9}{2} = -275,93 \text{ kNm.}$$

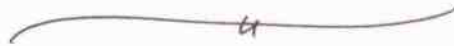
$$c) M_{1g_1} = 40 \cdot \left(\frac{0,4375 \cdot 2,118}{2} \right) + 100 \cdot 0,4375 = 62,28 \text{ kNm}$$

$$M_{1g_2} = -40 \cdot \left(\frac{0,625 \cdot 9,882}{2} \right) - 100 \cdot 0,625 = -186,03 \text{ kNm}$$

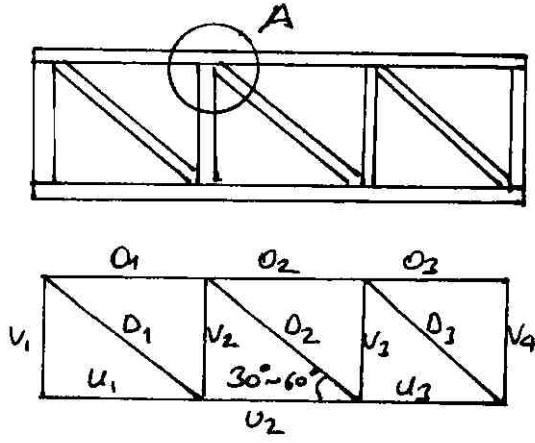
$$M_{1g} = -275,93 \text{ kNm}$$

$$\min M_1 = -275,93 - 186,03 = -461,96 \text{ kNm}$$

$$\max M_1 = -275,93 + 62,28 = -213,65 \text{ kNm}$$



IX - KAFES SİSTEMLER

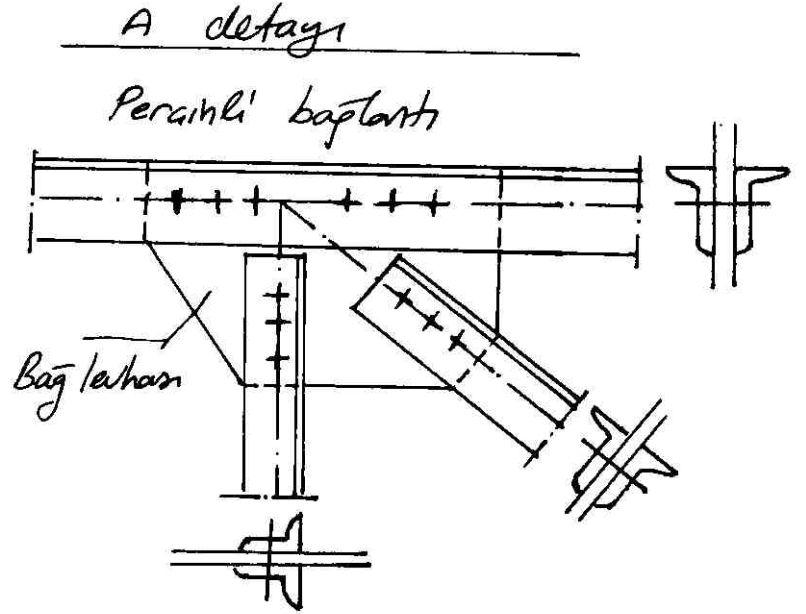


O: Üst bazlık

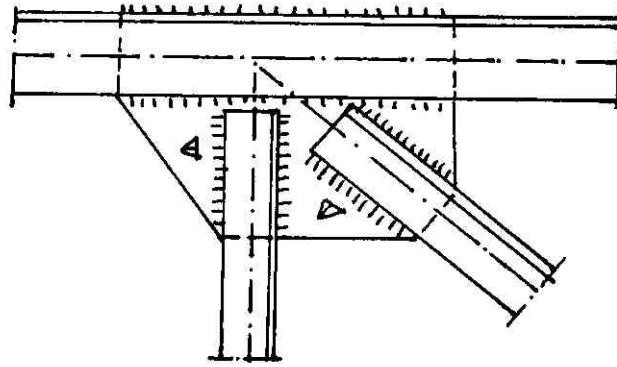
U: Alt "

V: Dişme

D: Diagonal



Kaynaklı Bağlantı



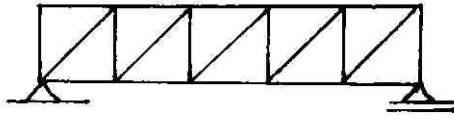
Kafes kısıtlarında gerilmelerin meydana gelmemesi için;

- 1- Gubuk eksenleri ve dış kuvvetler aynı düzlem içinde bulunmalıdır.
- 2- Gubuk eksenleri doğru olmalıdır. Ve bir düğümdeki gubukların eksenleri bir noktada birleşmelidir.
- 3- Dış kuvvetler düğüm noktalarında etki etmemelidir.
- 4- Gubukların aralarındaki açılar çok küçük olmamalıdır.
($30^\circ \sim 60^\circ$)

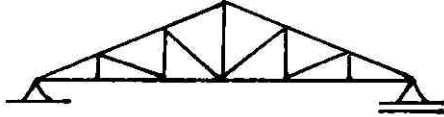
IX-1) Kafes Sistemlerin Sınıflandırılması

a) Bazlık Şekillerine Göre:

a.1) Paralel Bazlıklı Kafes Kiriş

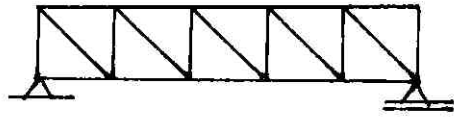


a.2) Paralel Olmayan Bazlıklı Kafes Kiriş

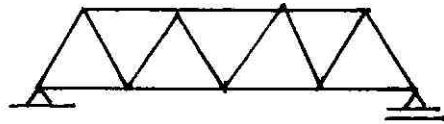


b) Dikme Çubukların Şekline Göre:

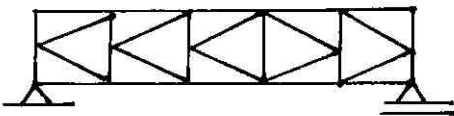
b.1) N tipi kafes kiriş



b.2) V tipi kafes kiriş



b.3) K tipi kafes kiriş

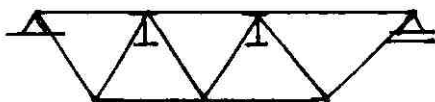


c) Yol Durumuna Göre

c.1) Yol (tabliyesi) alt bazlıkta

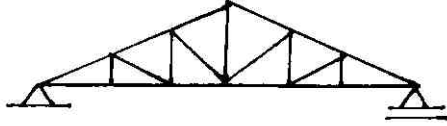


c.2) Yol (tabliyesi) üst bazlıkta

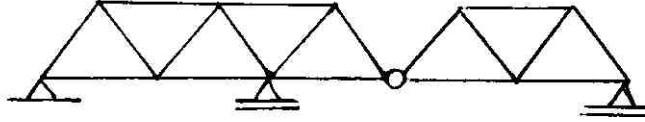


d) Statik durumlarına göre

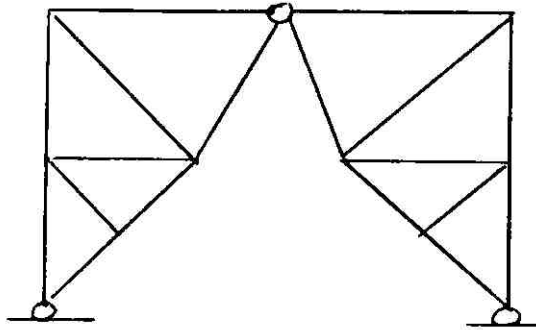
d.1) Basit Kiriş



d.2) Gerber Kiriş



d.3) 4 Mafallı Kafes Kiriş



e) Kullanım amacına göre

e.1) Çatı kafes kiriş

e.2) Köprü kafes kiriş

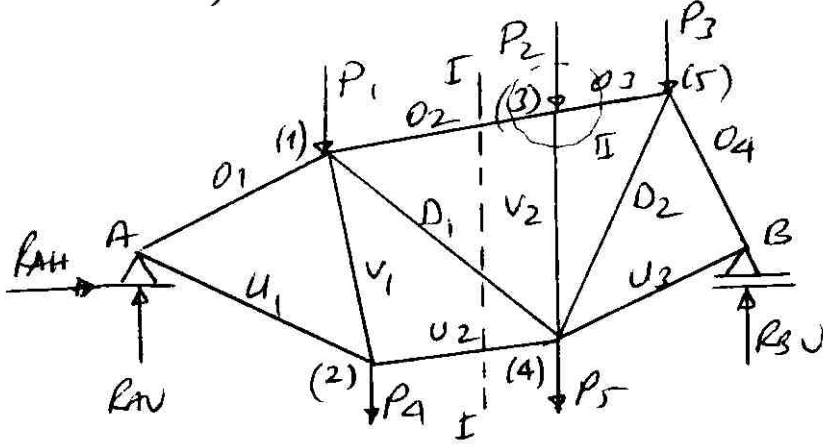


IX-2) Kafes Kirişlerde Hesap Yöntemleri

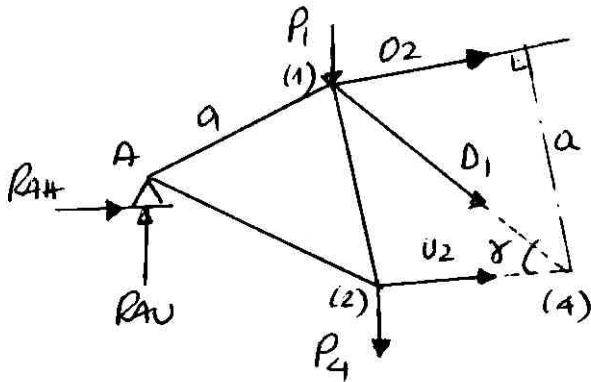
a) Düzgün Noktası Yöntemi

b) Ritter Kesim Yöntemi

c) Cremona Yöntemi



I-I Kesimi

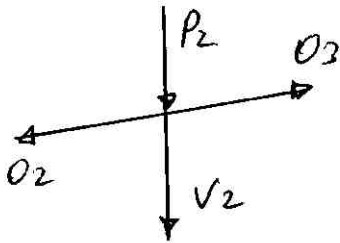


$$\sum M_4 = 0 \rightarrow D_2 = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_4 \cdot a_2 - R_{AH} \cdot y - R_{AV} \cdot x_1}{a}$$

$$\sum M_1 = 0 \rightarrow U_2 = \frac{P_2 \cdot a_3 - R_{AH} \cdot y_1 + R_{AV} \cdot x_2}{a}$$

$$\sum X \text{ veya } \sum Y = 0 \rightarrow D_1 = !$$

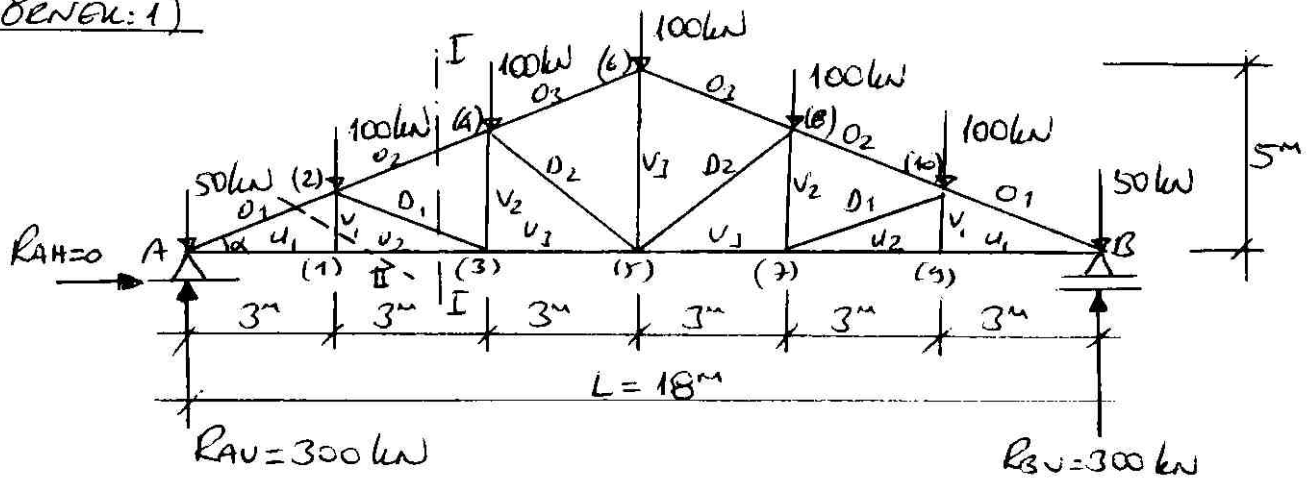
3 nokta düğüm noktası



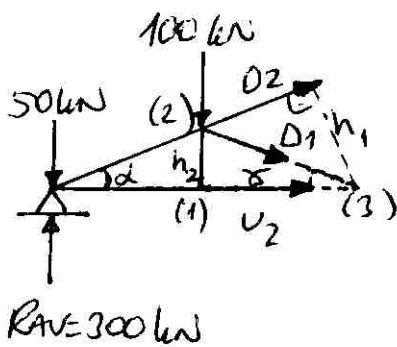
$$\sum X = 0 \rightarrow O_3 = !$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow V_2 = !$$

Örnek: 1)



I-I Kesimi



$$\sin \alpha = 0,486, \cos \alpha = 0,874, \tan \alpha = 0,556$$

$$h_1 = 2,916 \text{ m}, h_2 = 1,668 \text{ m}$$

$$\sum M_3 = 0 \rightarrow O_2 \cdot h_1 = 50 \cdot 6 + 100 \cdot 3 - 300 \cdot 6$$

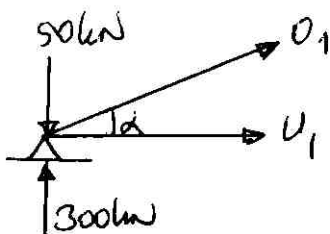
$$O_2 = -411,52 \text{ kN}$$

$$\sum M_2 = 0 \rightarrow U_2 \cdot h_2 = 300 \cdot 3 - 50 \cdot 3 = 449,64 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow D_1 \cdot \sin \alpha = 300 - 50 - 100 + O_2 \cdot \sin \alpha$$

$$D_1 = -102,88 \text{ kN}$$

A düğüm noktası



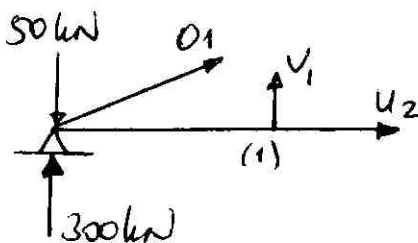
$$\sum Y = 0 \rightarrow O_1 \cdot \sin \alpha = 50 - 300$$

$$O_1 = -514,40 \text{ kN}$$

$$\sum X = 0 \rightarrow O_1 \cdot \cos \alpha = U_1$$

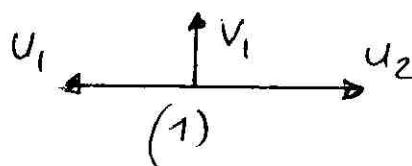
$$U_1 = 449,64 \text{ kN}$$

II-II Kesimi



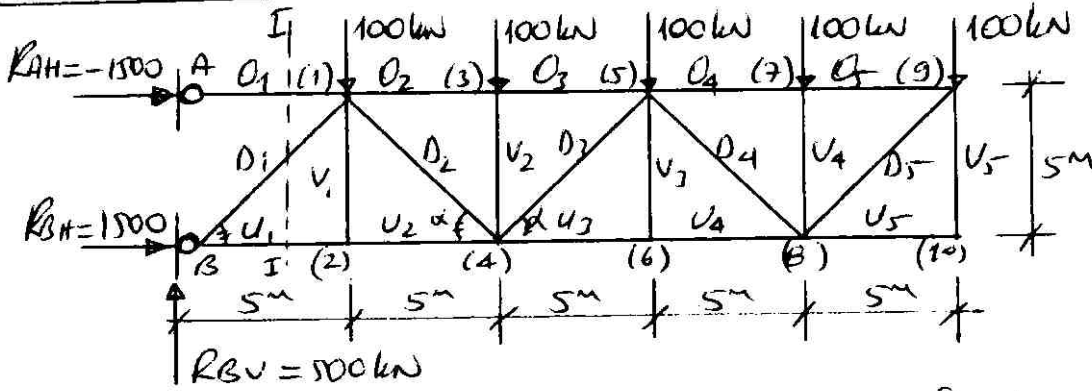
$$\sum Y = 0 \rightarrow V_1 = -300 + 50 - O_1 \cdot \sin \alpha = 0$$

veya



$$\sum Y = 0 \rightarrow V_1 = 0$$

ÖRNEK: 2)



Mesnet Tepkilerinin hesabı

$$\sin \alpha = 0,767$$

$$\cos \alpha = 0,767$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow RBV = 500 \text{ kN}$$

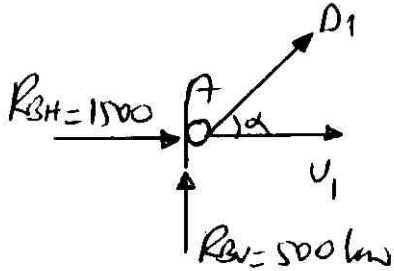
$$\sum M_B = 0 \rightarrow RAH = -\frac{(100 \cdot 5 + 100 \cdot 10 + 100 \cdot 15 + 100 \cdot 20 + 100 \cdot 25)}{5} = -1500 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow RBH = \frac{100(5 + 10 + 15 + 20 + 25)}{5} = 1500 \text{ kN}$$

$$\sum X = 0 \rightarrow 1500 = 1500$$

Gubuk Kuvvetlerinin Hesabı

$$RAH = 1500 \text{ kN} \quad \sum X = 0 \rightarrow O_1 = 1500 \text{ kN}$$



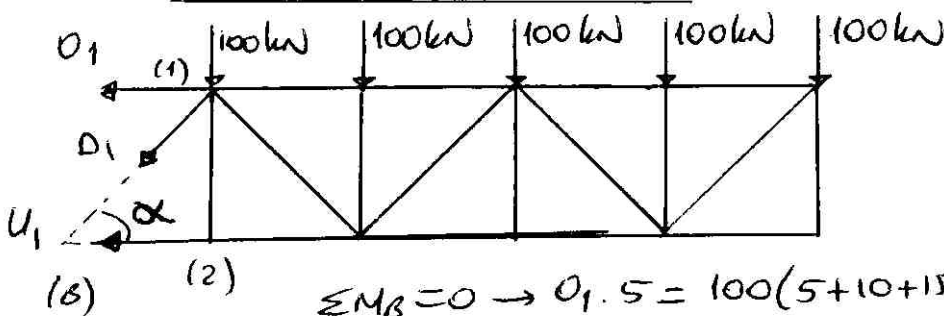
$$\sum Y = 0 \rightarrow D_1 \cdot \sin \alpha = -500$$

$$D_1 = -767,21 \text{ kN}$$

$$\sum X = 0 \rightarrow U_1 = -D_1 \cdot \cos \alpha - 1500$$

$$U_1 = -1000 \text{ kN}$$

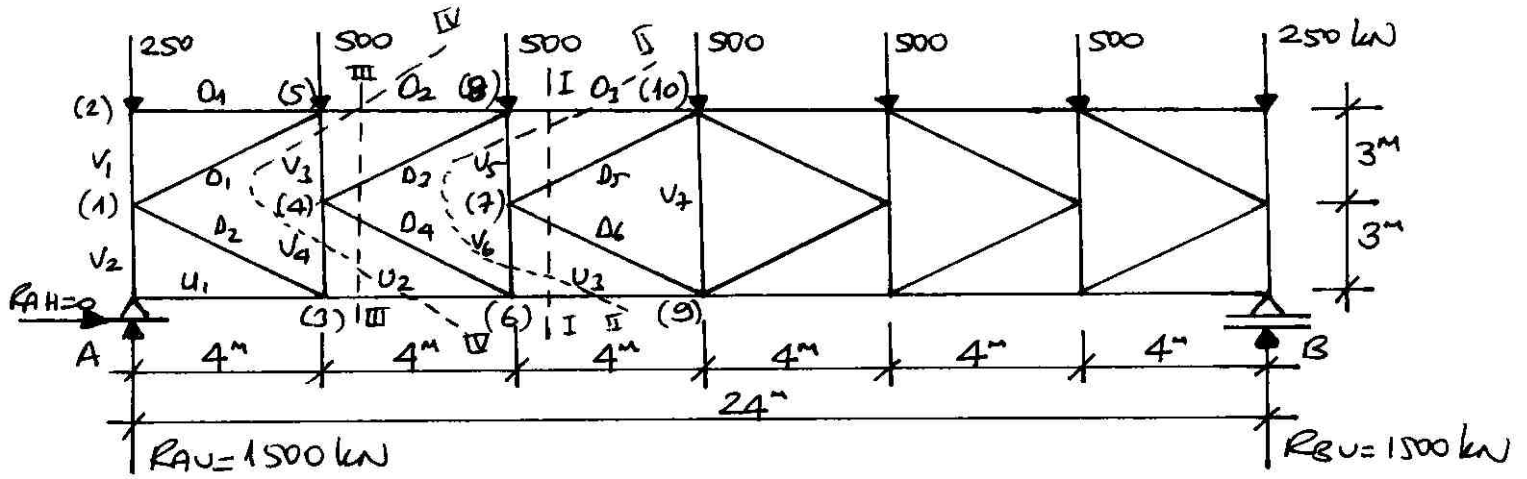
veya I-I kesimi



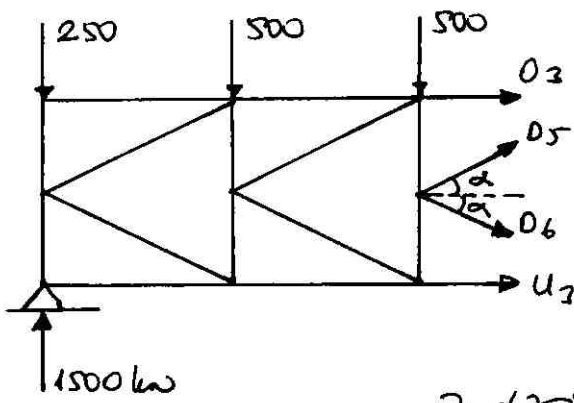
$$\sum M_B = 0 \rightarrow O_1 \cdot 5 = 100(5 + 10 + 15 + 20 + 25) \rightarrow O_1 = 1500 \text{ kN}$$

$$\sum M_1 = 0 \rightarrow U_1 \cdot 5 = -100(5 + 10 + 15 + 20) \rightarrow U_1 = -1000 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow D_1 \cdot \sin \alpha = -500 \rightarrow D_1 = -767,21 \text{ kN}$$



I-I KESİMİ



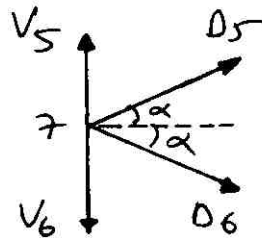
$$\sum Y = 0 \rightarrow D_5 \cdot \sin \alpha - D_6 \cdot \sin \alpha = -1500 + 1250$$

$$D_5 - D_6 = -\frac{250}{\sin \alpha} = -\frac{1250}{3} \quad (1)$$

$$\sin \alpha = 3/5$$

$$\cos \alpha = 4/5$$

7 düğüm noktası



$$\sum X = 0 \rightarrow D_5 \cdot \cos \alpha + D_6 \cdot \cos \alpha = 0$$

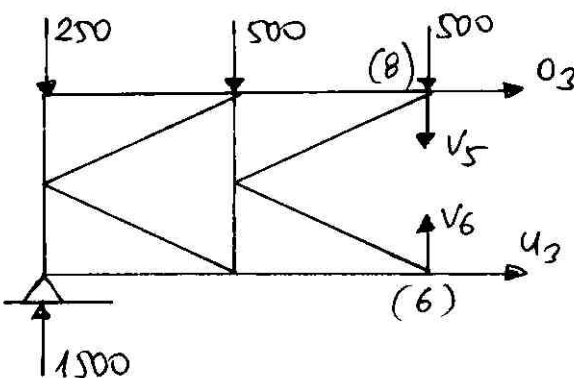
$$D_5 + D_6 = 0$$

$$D_5 = -D_6 \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinden;

$$D_6 = +208,33 \text{ kN} ; D_5 = -208,33 \text{ kN}$$

II-II KESİMİ



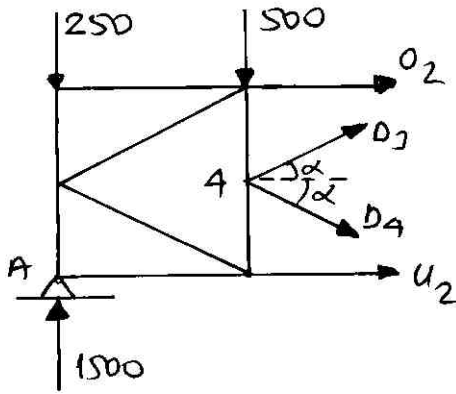
$$\sum M_6 = 0 \rightarrow V_3 \cdot 6 = -1500 \cdot 8 + 250 \cdot 8 + 500 \cdot 4$$

$$V_3 = -1333,33 \text{ kN}$$

$$\sum M_8 = 0 \rightarrow U_3 \cdot 6 = 1500 \cdot 8 - 250 \cdot 8 - 500 \cdot 4$$

$$U_3 = 1333,33 \text{ kN}$$

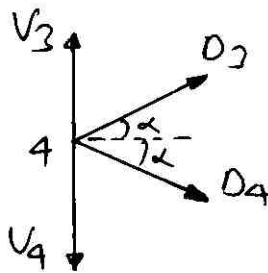
III - III KESİMİ



$$\sum Y = 0 \rightarrow D_3 \cdot \sin \alpha - D_4 \cdot \sin \alpha = -1500 + 750$$

$$\underline{D_3 - D_4 = -1250} \quad (3)$$

4 düğüm noktası



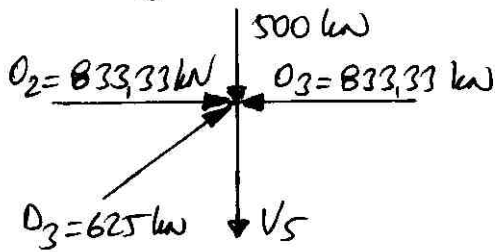
$$\sum X = 0 \rightarrow D_3 \cdot \sin \alpha = -D_4 \cdot \sin \alpha$$

$$\underline{D_3 = -D_4} \quad (4)$$

(3) ve (4) denklemlerinden;

$$D_3 = -625 \text{ kN}; D_4 = +625 \text{ kN}$$

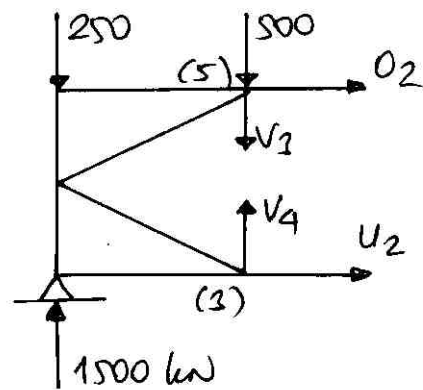
8 düğüm noktası



$$\sum Y = 0 \rightarrow V_5 = -500 + D_3 \cdot \sin \alpha$$

$$V_5 = -125 \text{ kN}$$

IV - IV KESİMİ



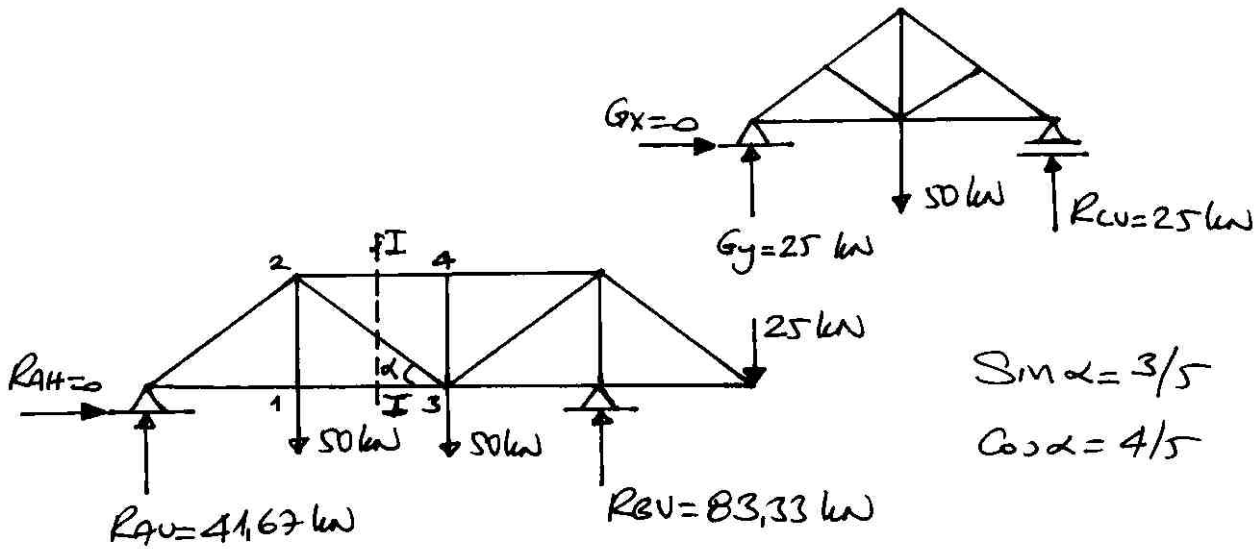
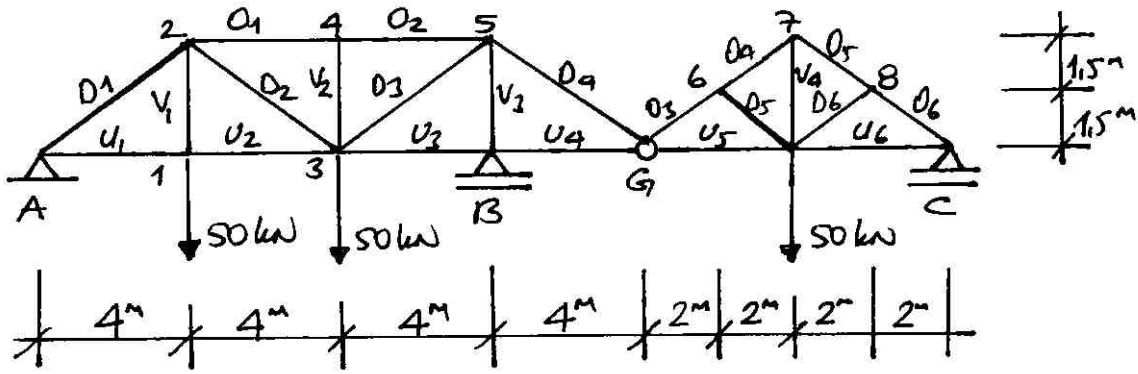
$$\sum M_5 = 0 \rightarrow U_2 \cdot 6 = 1500 \cdot 4 - 250 \cdot 4$$

$$U_2 = 833,33 \text{ kN}$$

$$\sum M_3 = 0 \rightarrow O_2 \cdot 6 = -1500 \cdot 4 + 250 \cdot 4$$

$$O_2 = -833,33 \text{ kN}$$

ÖRNEK: 4)



$$\sin \alpha = 3/5$$

$$\cos \alpha = 4/5$$

I-I Kesminden

$$\sum M_3 = 0 \rightarrow O_1 \cdot 3 = 50 \cdot 4 - 41,67 \cdot 8$$

$$O_1 = -44,45 \text{ kN}$$

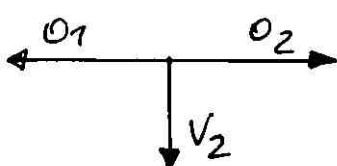
$$\sum M_2 = 0 \rightarrow U_2 \cdot 3 = 41,67 \cdot 4$$

$$U_2 = 55,56 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow D_2 \cdot \sin \alpha = 41,67 - 50$$

$$D_2 = -13,88 \text{ kN}$$

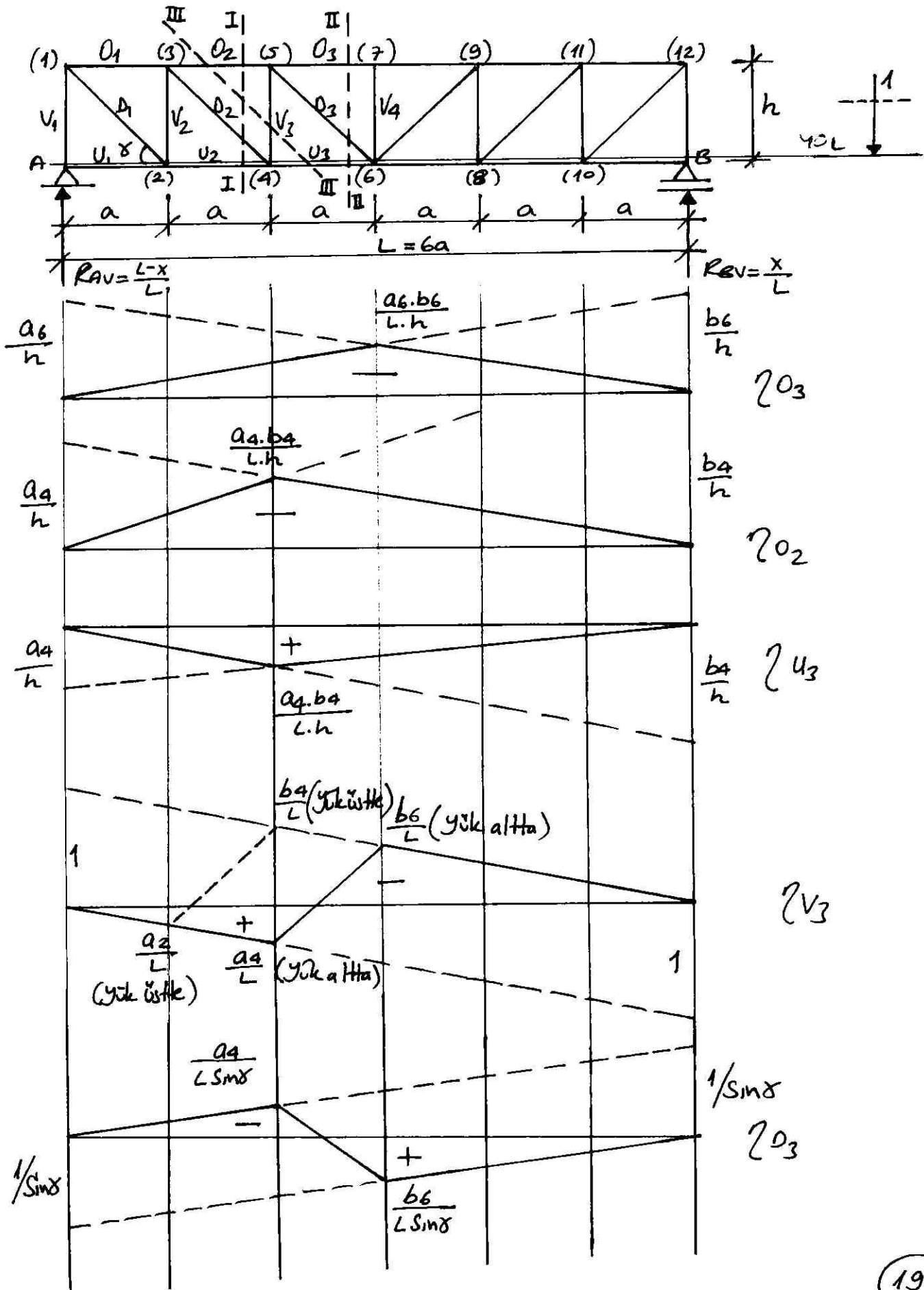
4 Düğüm Noktası



$$\sum Y = 0 \rightarrow V_2 = 0$$

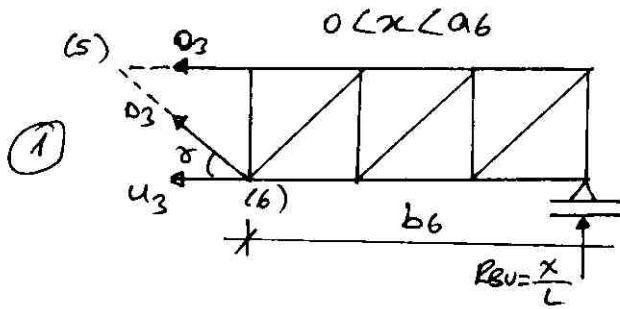
IX-3) KAFES SİSTEMLERDE TEJİK GİZGİLERİ

a) N TIPI KAFES KİKİS



203 tesir çizgisi'

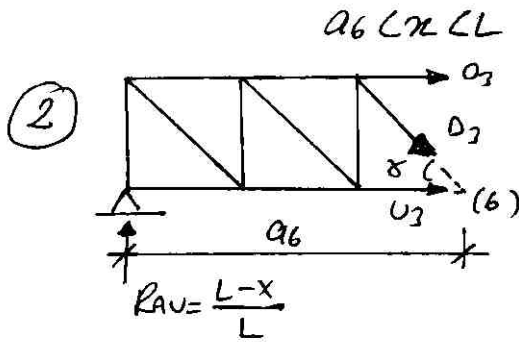
O_3 gubuk kuvvetini bulmak için (6) noktasına göre moment alınır. Gubuk kuvveti' II-II kesimine göre incelenir. Süreksizlik noktaları birim yükün alt bazlıkta veya üst bazlıkta olması durumları için geçerli' ve (4)-(6) veya (5)-(7) arasındadır. Bu noktalar arası çizilen tesir çizgisi hatları ile sınırlanmaktadır. Birim yük $0 < x < a_6$ arasında ise (6) noktası ile (8) noktası arasında kalan kısım dikkate alınır ve tesir çizgisi fonksiyonu yazılır.



$$\Sigma M_6 = 0 \rightarrow O_3 \cdot h = - \frac{x}{L} \cdot b_6$$

$$x = 0 \rightarrow ? O_3 = 0$$

$$x = a_6 \rightarrow ? O_3 = - \frac{a_6 \cdot b_6}{L \cdot h}$$



$$\Sigma M_6 = 0 \rightarrow O_3 \cdot h = - \frac{L-x}{L} \cdot a_6$$

$$x = a_6 \rightarrow ? O_3 = - \frac{a_6 \cdot b_6}{L \cdot h}$$

$$x = L \rightarrow ? O_3 = 0$$

Görüldüğü gibi birim yükün $a_6 < x < L$ arasında olması durumunda sistemin A noktası ile 6 noktası arasında kalan kısım dikkate alınır ve tesir çizgisi fonksiyonu yazılır. Aynı II-II kesimi ile U_3 gubuğu da hesaplanabilir. Ancak U_3 gubuğunun hesabı için (5) noktasına göre moment alınır. U_3 gubuğunun süreksizliği O_3 gubuğu ile aynıdır. O_3 gubuğunun hesabı için II-II kesimi kullanılır. Gubukların süreksizlik 4-6 noktaları arasındadır ve birim yük A-4 arası ve yine birim yük 6-B arasında gezinmesi durumu için fonksiyonlar hesaplanır.

Birim yük $0 < x < a_4$ arasında ise ① nolu şekil dikkate alınır ve $\sum Y = 0$ koşulu kullanılırsa;

$$\sum Y = 0 \rightarrow D_3 \cdot \sin \delta = -\frac{x}{L} \rightarrow D_3 = -\frac{x}{L \cdot \sin \delta}$$

$$x = 0 \rightarrow D_3 = 0$$

$$x = a_4 \rightarrow D_3 = -\frac{a_4}{L \cdot \sin \delta}$$

Birim yük $a_6 < x < L$ arasında ise ② nolu şekil dikkate alınır ve $\sum Y = 0$ koşulu kullanılırsa;

$$\sum Y = 0 \rightarrow D_3 \cdot \sin \delta = \frac{L-x}{L} \rightarrow D_3 = \frac{L-x}{L \cdot \sin \delta}$$

$$x = a_6 \rightarrow D_3 = \frac{b_6}{L \cdot \sin \delta}$$

$$x = L \rightarrow D_3 = 0$$

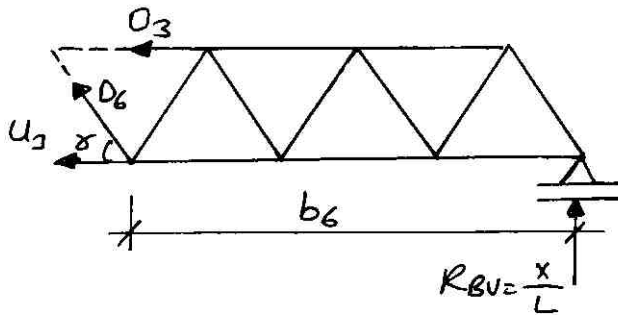
V_3 gubugunun kesir çizgisinin çizilebilmesi için en pratik kesim III-III kesimidir. Birim yükün üst bazlıkta gezinmesi durumunda süreksizlik noktaları 3-5, birim yükün alt bazlıkta gezinmesi durumunda ise 4-6 arasındır. Birim yük üst bazlıkta ve $0 < x < a_4$ arasında ise sistemin 5-12 arası dikkate alınır ve $\sum Y = 0$ denklemi uygulanır. Birim yükün $a_5 < x < L$ arasında olması durumunda ise sistemin A-3 noktaları arası dikkate alınır ve $\sum Y = 0$ şartı uygulanır. Birim yük alt bazlıkta ve A-4 arasında ise, sistemin 6-13 noktaları arası, 6-13 arasında ise A-4 noktaları arası dikkate alınarak $\sum Y = 0$ şartı uygulanır. Böylece her iki durum için de V_3 gubuguna ait kesir fonksiyonları elde edilmiştir.



V tipi kafeo kütüpte testin çizgilerinin belirlenmesi

D_6 çubukunun tensör etkisinin belirlenmesinde I-I kesiti' yeterli olacaktır. I-I kesiminden sonra her iki parça üzerinde $\sum Y=0$ denklemini kullanarak tensör fonksiyonu elde edilecektir. Birim yükün alt bazlıkta geçmesinden dolayı D_6 çubukunun tensör fonksiyonunda 4-6 noktaları arasında; birim yükün üst bazlıkta geçmesi durumunda ise 5-7 noktaları arasında süreksizlik meydana gelecektir. Bu durumda birim yük A-4 arasında iken sağdaki parça, birim yük B-3 arasında iken soldaki parça dikkate alınacaktır.

$$0 < x < a_4$$



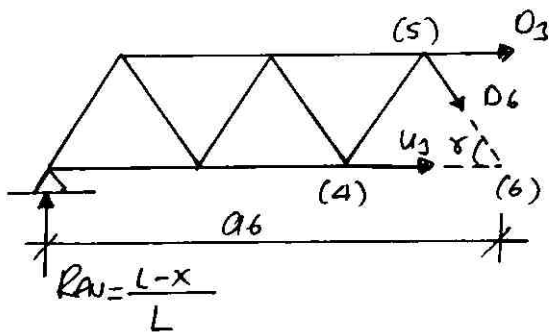
$$\sum Y=0 \rightarrow D_6 \cdot \sin \alpha = -\frac{x}{L}$$

$$x=0 \rightarrow D_6=0$$

$$x=a_4 \rightarrow D_6 = -\frac{a_4}{L \sin \alpha}$$

$$x=L \rightarrow D_6 = -1/\sin \alpha$$

$$a_6 < x < L$$



$$\sum Y=0 \rightarrow D_6 \cdot \sin \alpha = \frac{L-x}{L}$$

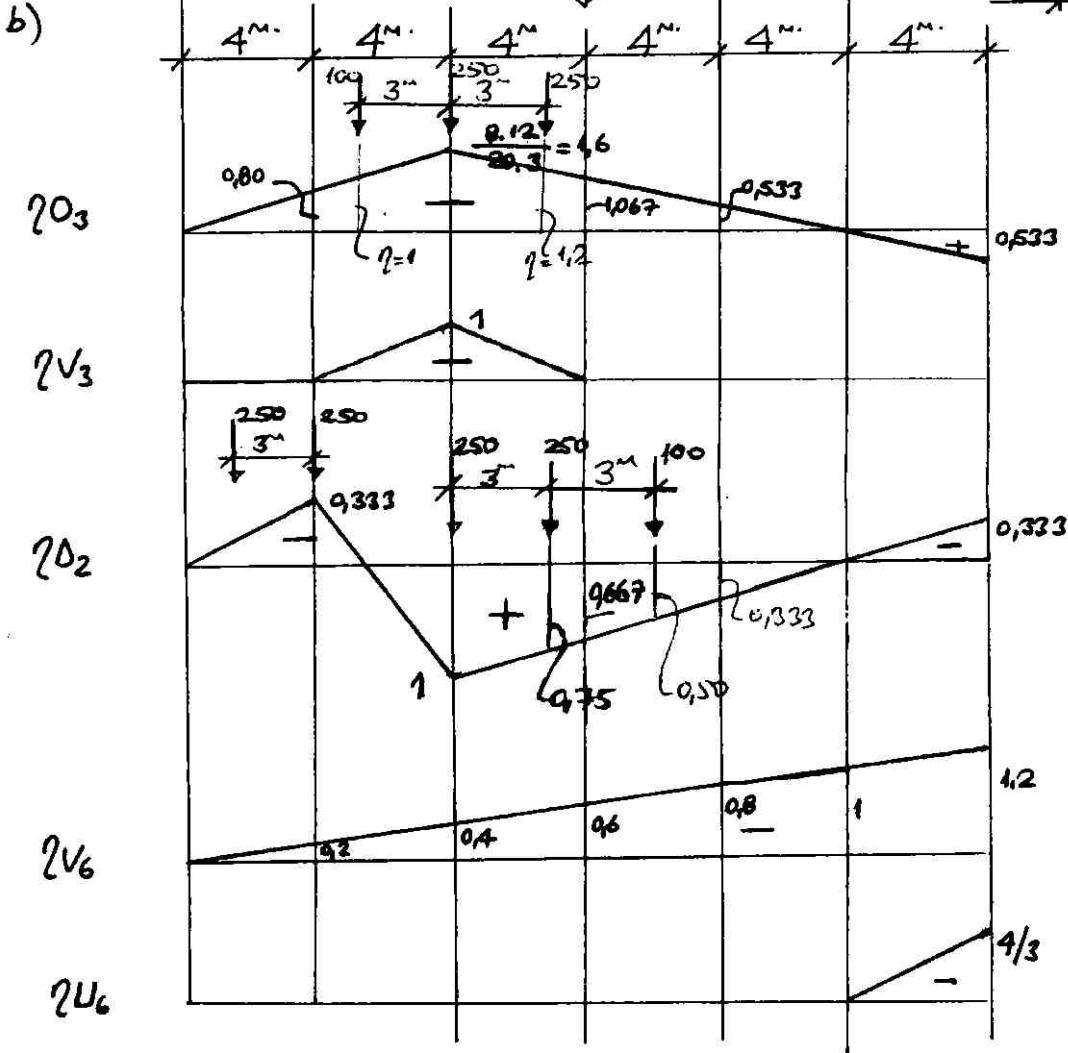
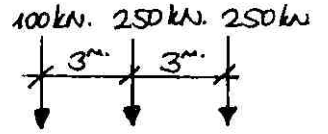
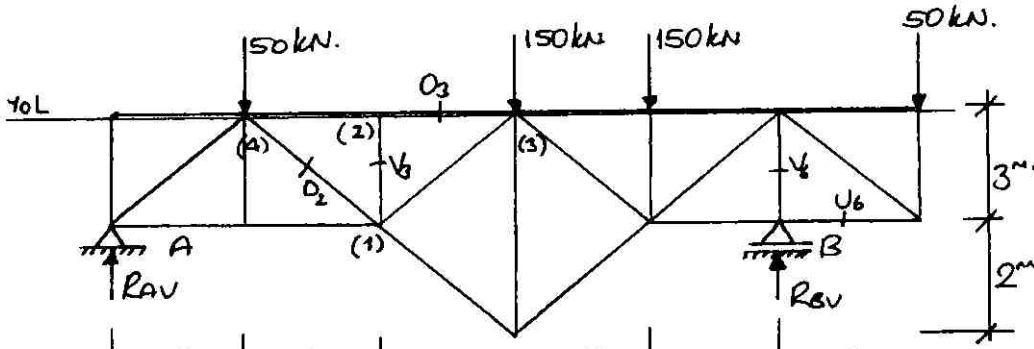
$$x=a_6 \rightarrow D_6 = \frac{b_6}{L \sin \alpha}$$

$$x=L \rightarrow D_6=0$$

$$x=0 \rightarrow D_6 = 1/\sin \alpha$$

4

ÖRNEK: c)



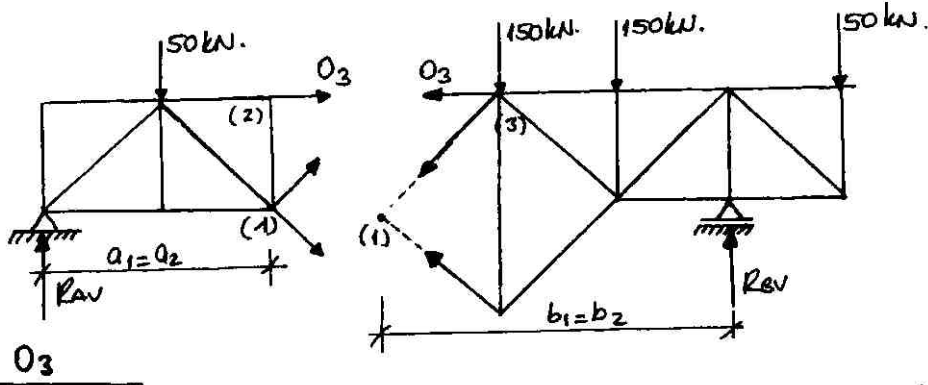
a) Şekildeki kafes sistemin O_3, D_2, V_3, V_6, U_6 çubuk kuvvetlerini hesaplayınız.

b) O_3, D_2, V_3, V_6, U_6 çubuklarının teorik girizlerini giriniz.

c) $\max_{\min} O_3$ ve $\max_{\min} D_2$ çubuk kuvvetlerini hesaplayınız.

a)

c)



Kesit Testiri: $\sum M_B = 0 \rightarrow R_{AV} = \frac{50 \cdot 16 + 150 \cdot 8 + 150 \cdot 4 - 50 \cdot 4}{20} = 120 \text{ kN.}$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{BU} = \frac{50 \cdot 4 + 150 \cdot 12 + 150 \cdot 16 + 50 \cdot 24}{20} = 280 \text{ kN.}$$

$$\sum Y = 0 \rightarrow 50 + 150 + 150 + 50 = 120 + 280 \Rightarrow 400 = 400$$

$$\sum M_{(1)} = 0 \rightarrow O_3 \cdot 3 = -120 \cdot 8 + 50 \cdot 4 \Rightarrow O_3 = -253,33 \text{ kN.}$$

Testir Güzgüsü:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_{AV} = \frac{L-x}{L}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{BU} = \frac{x}{L}$$

$$0 < x < a_2$$

Sağ parça üzerinde (1) noktasına göre moment alırsak;

$$O_3 \cdot h = -R_{BU} \cdot b_2 \Rightarrow O_3 = -\frac{x}{L} \cdot \frac{1}{h} \cdot b_2 \quad x=0 \Rightarrow O_3 = 0$$

$$x=a_2 \Rightarrow O_3 = -\frac{a_2 \cdot b_2}{L \cdot h} = -\frac{8 \cdot 12}{20 \cdot 3} = -1,6$$

$$x=L \Rightarrow O_3 = -b_2/h$$

$$a_2 < x < L$$

Sol parça üzerinde (1) noktasına göre moment alırsak;

$$O_3 \cdot h = -R_{AV} \cdot a_2 \Rightarrow O_3 = -\frac{L-x}{L} \cdot \frac{a_2}{h} \quad x=a_2 \Rightarrow O_3 = -\frac{a_2 \cdot b_2}{L \cdot h}$$

$$x=L \Rightarrow O_3 = 0$$

$$B < x_1 < C$$

$$R_{AV} = -\frac{x_1}{L}$$

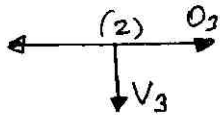
$$R_{BU} = \frac{L+x_1}{L}$$

$$\sum M_{2sol} = 0 \rightarrow O_3 \cdot h = -R_{AV} \cdot a_2 \Rightarrow O_3 = \frac{x_1}{L} \cdot \frac{a_2}{h} \quad x_1=0 \Rightarrow O_3 = 0$$

$$x_1=4 \Rightarrow O_3 = \frac{4 \cdot 8}{20 \cdot 3} = 0,533$$

V_3

Keit Testi:



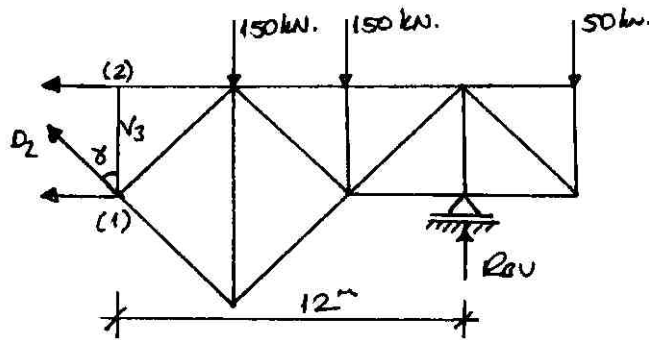
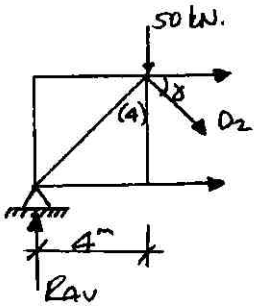
$$\Sigma Y = 0 \rightarrow V_3 = 0$$

Tesir G'izgisi:

• Birim yükün (4) - (3) noktaları arasında gezininde V_3 cubuğu değışir almaktadır. Bu noktalar dışında V_3 'te kuvvet olumamaktadır. Birim kuvvet (2) noktası üzerinde itim $V_3 = -1$; (4) ve (3) noktalarında ise $V_3 = 0$ 'dur.

- Yol altta olsaydı (Birim yük alt baslıkta gezinseydi) $V_3 = 0$ olacaktı.

D₂



$$\sin x = 3/5$$

Kesit Tesiri:

$$\sum Y_4 = 0 \Rightarrow D_2 \cdot \sin \delta = R_{AV} - 50$$

$$D_2 = (120 - 50) \frac{1}{\sin \gamma} = 116,67 \text{ kN.}$$

Teorî Gilezi'si :

$$0 < x < 4^n.$$

Sağ parsanın dengesi $\Sigma Y_2 = 0 \Rightarrow D_2 \cdot \sin \gamma = -R_{\text{rev}} \Rightarrow D_2 = \frac{-R}{L} \cdot \frac{1}{\sin \gamma}$

$$\kappa=0 \Rightarrow D_2=0$$

$$x = 4 \Rightarrow \rho_2 = \frac{-4}{20} \cdot \frac{5}{3} = -0,333$$

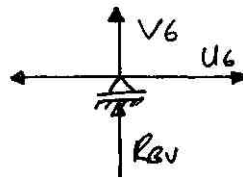
$$8^\circ < x < 20^\circ$$

Sol parçanın dengesi: $\Sigma Y_4 = 0 \Rightarrow D_2 \cdot \sin \delta = \frac{L-x}{L}$

$$D_2 = \frac{L - x}{L} \cdot \frac{1}{\sin \theta} \quad \begin{cases} x = 8'' \Rightarrow D_2 = \frac{20 - 8}{20} \cdot \frac{5}{3} = 1,00 \\ x = 20'' \Rightarrow D_2 = 0 \end{cases}$$

V₆

Kesit Tesiri:



$$\sum Y = 0 \rightarrow V_6 = -R_{6v} = -280 \text{ kN.}$$

Tesir Gizgisi:

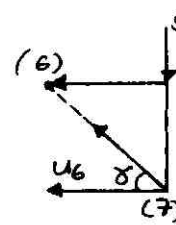
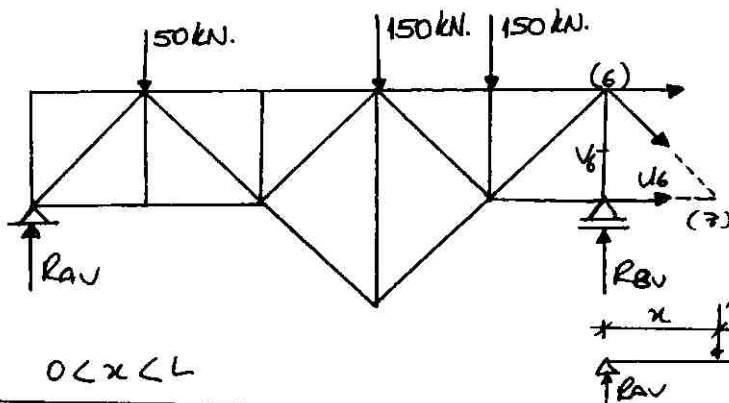
0 < x < L

$$\sum Y = 0 \rightarrow V_6 = -R_{6v} = -\frac{x}{L} \rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow V_6=0 \\ x=L \Rightarrow V_6=-1 \end{cases}$$

L < x₁ < L₁

$$R_{6v} = \frac{x_1 + L}{L} \Rightarrow V_6 = -\frac{x_1 + L}{L} \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \Rightarrow V_6=-1 \\ x_1=4 \Rightarrow V_6 = -\frac{4+20}{20} = -1,2 \end{cases}$$

U₆



Kesit Tesiri:

$$\sum M_6 = 0$$

$$U_6 \cdot h = -50 \cdot 4$$

$$U_6 = -\frac{50 \cdot 4}{3} = -66,67 \text{ kN.}$$

0 < x < L

Sağ parçanın dengesi yazılır: $R_{6v} = \frac{L-x}{L}$, $R_{6h} = \frac{x}{L}$

$$\sum M_6 = 0 \Rightarrow U_6 \cdot h = 0 \Rightarrow U_6 = 0$$

L < x₁ < L₁

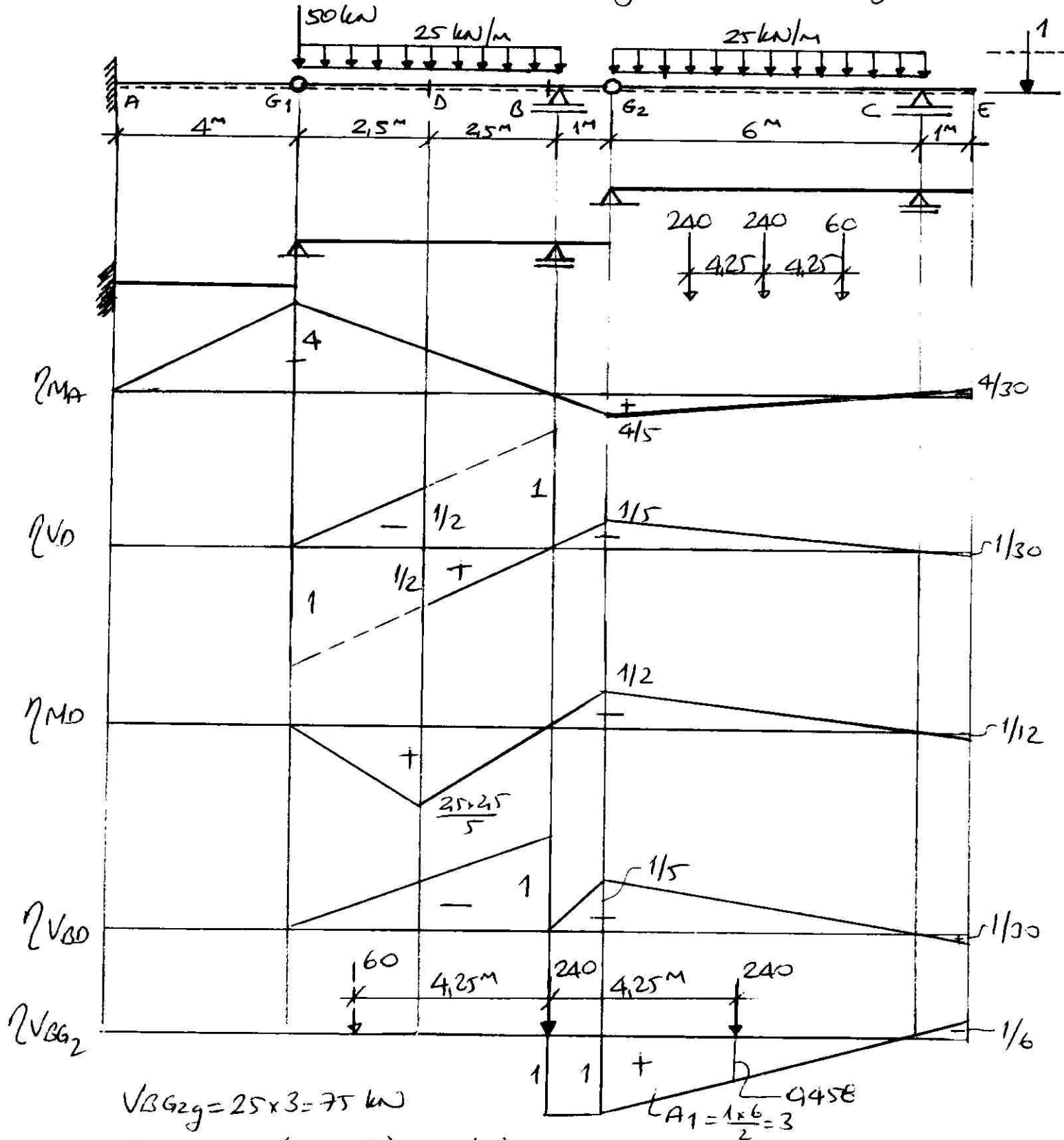
Sol parçanın dengesi yazılır: $R_{6v} = -\frac{x_1}{L}$, $R_{6h} = \frac{x_1 + L}{L}$

$$\sum M_6 = 0; R_{6v} \cdot L + U_6 \cdot h = 0$$

$$U_6 = -\frac{R_{6v} \cdot L}{h} = -\frac{\frac{x_1}{L} \cdot L}{h} = -\frac{x_1}{h} \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \Rightarrow U_6=0 \\ x_1=4 \Rightarrow U_6 = -4/3 \end{cases}$$

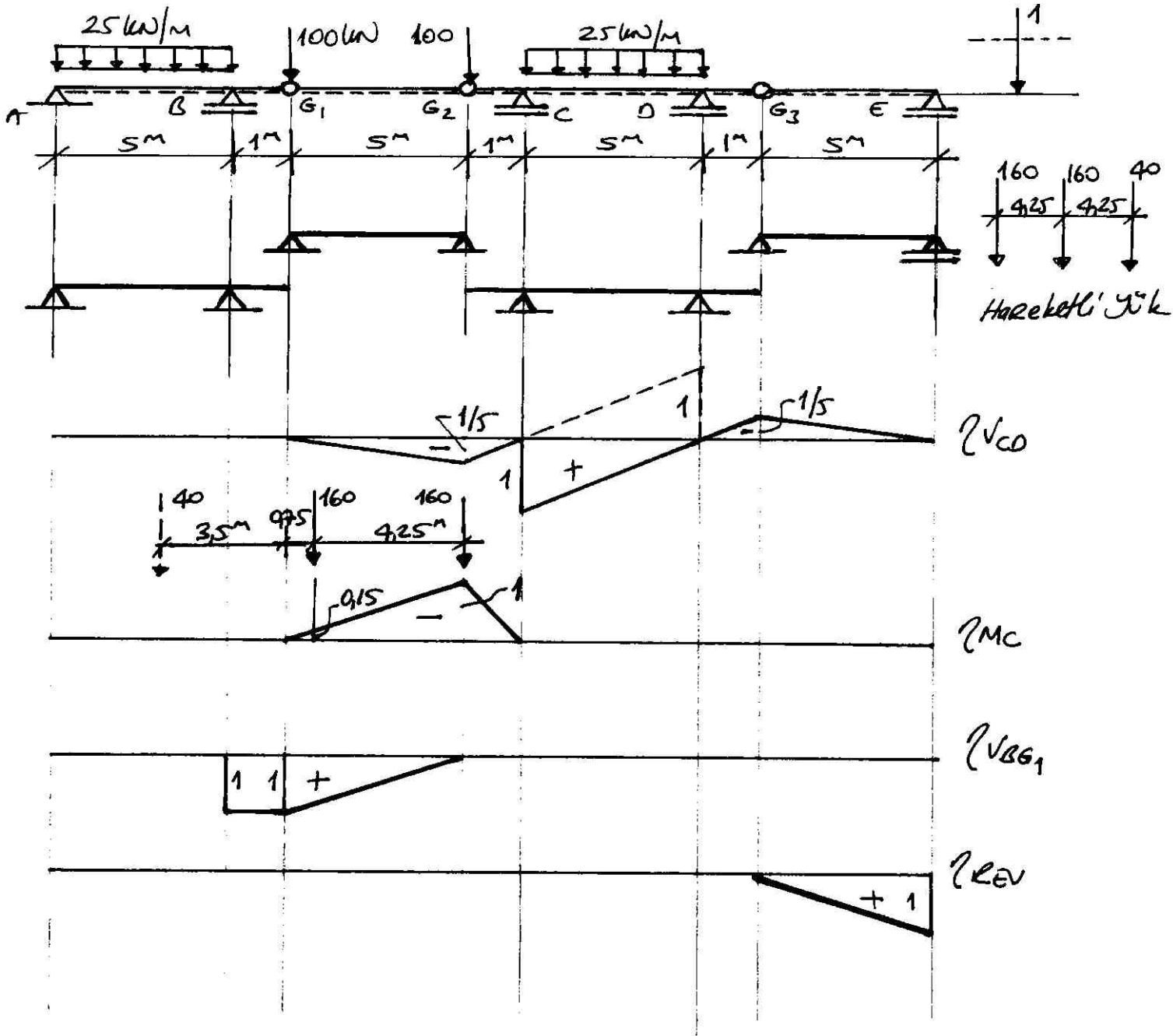
ÖRNEK: 1) a) Şekilde verilen sistemin η_{MA} , η_{V_0} , η_{M_0} ve $\eta_{V_{B_0}}$ tesir çizgiilerini çizmiz.

b) Şekilde verilen tesir çizgisi hangi büyüğe aittir? Sistende verilen sabit ve hareketli yükleri dikkate alarak söz konusu kesitin maksimum değerlerini hesaplayınız.



ÖRNEK:2) a) Şekilde görülen sistemin $\{V_{C0}, \{M_C, \{V_{B0},$ ve $\{R_{E0}$ te bir ağızlarını ağızınız.

b) Şekilde verilen sabit ve hareketli yüklerden dolayı max M_C kesit te bir değeri hesaplayınız.

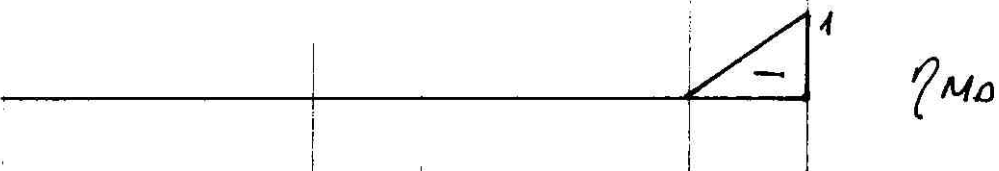
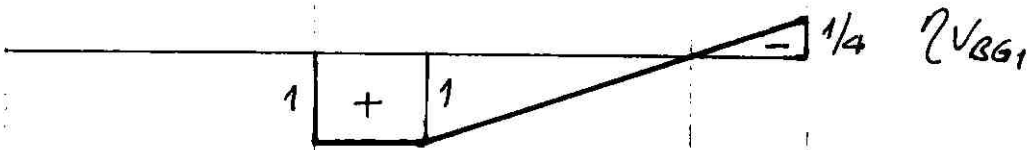
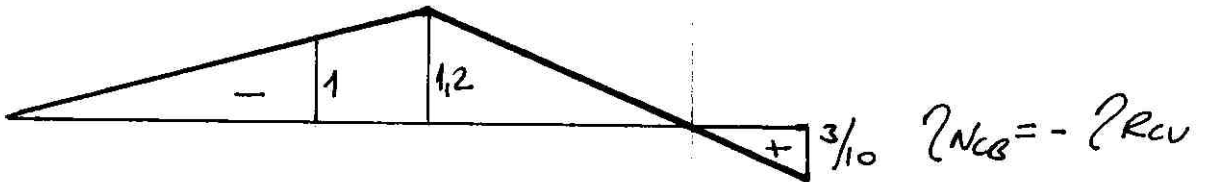
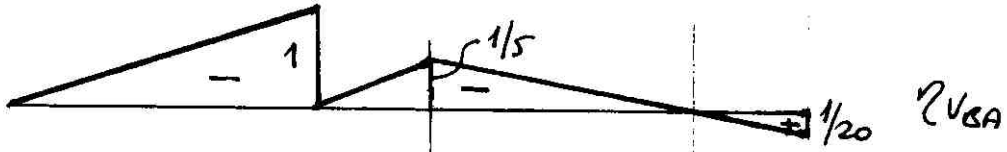
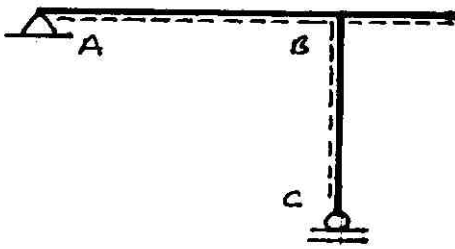
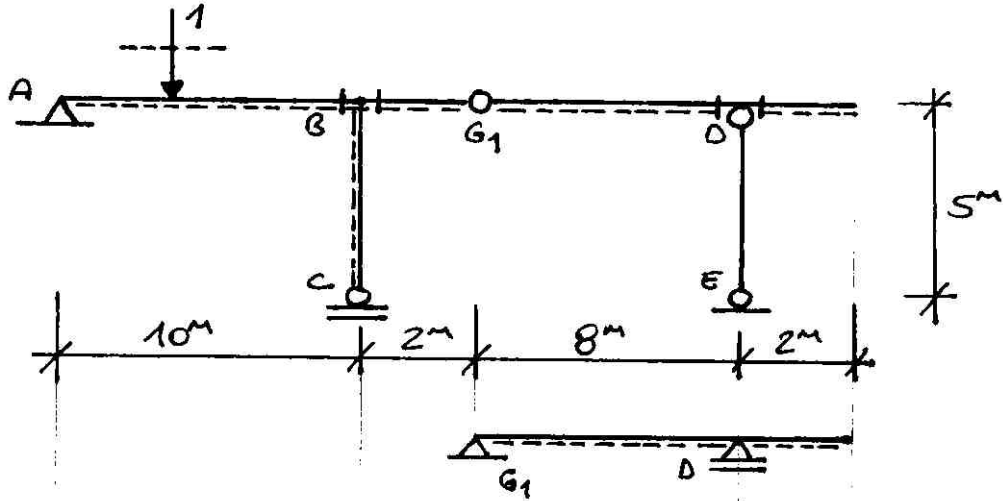


$$b) M_{Cg} = 100 \times (-1) = -100 \text{ kNm}$$

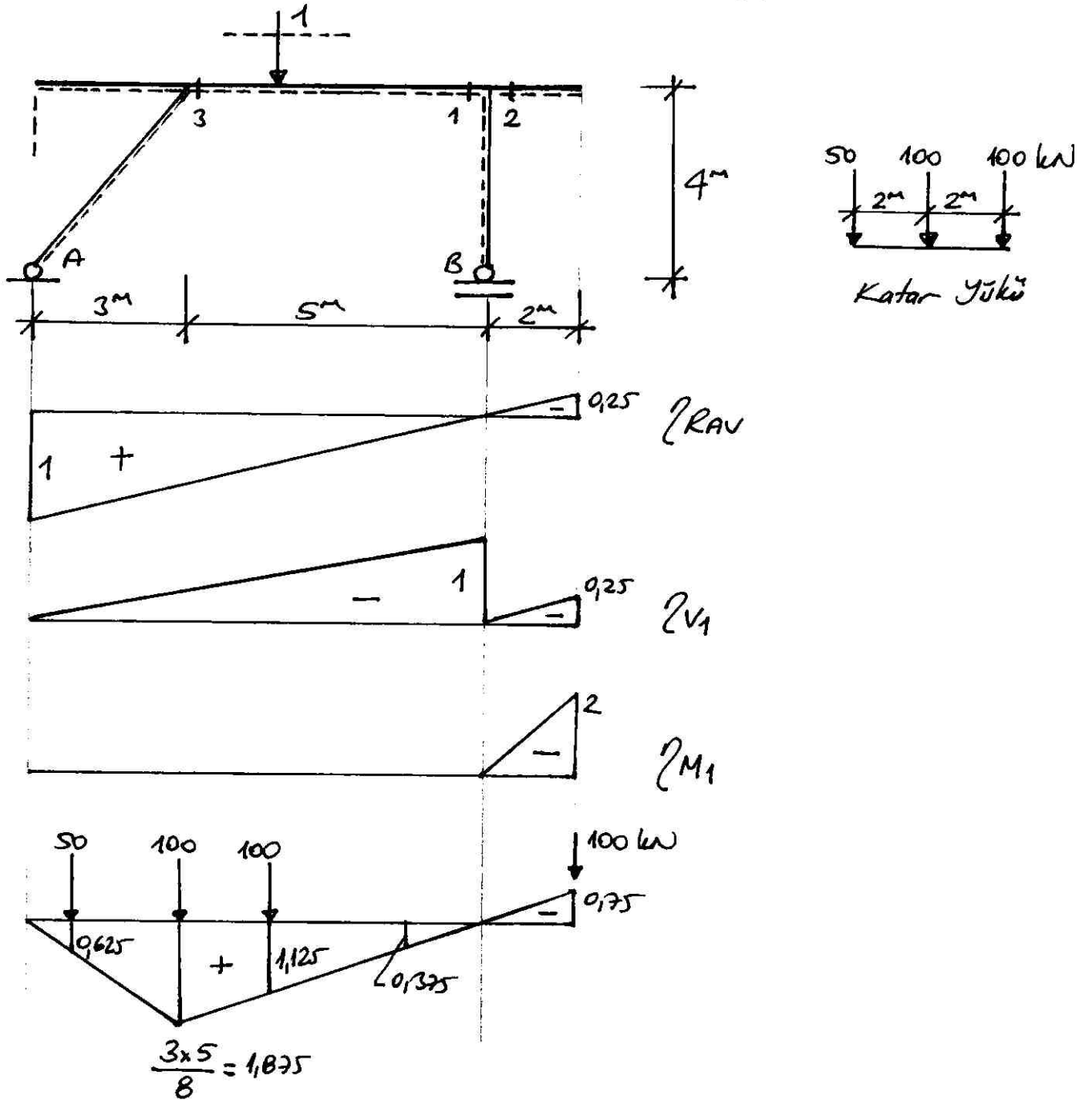
$$M_{Cg} = -160(0,15 + 1) = -184 \text{ kNm}$$

$$\max M = -100 - 184 = -284 \text{ kNm}$$

ÖRNEK: 3) Şekilde görülen sistemde $\mathcal{V}_{BA}$, $\mathcal{N}_{CB}$, $\mathcal{V}_{BG_1}$ ve $\mathcal{M}_D$ kesit değerlerini bulunuz.



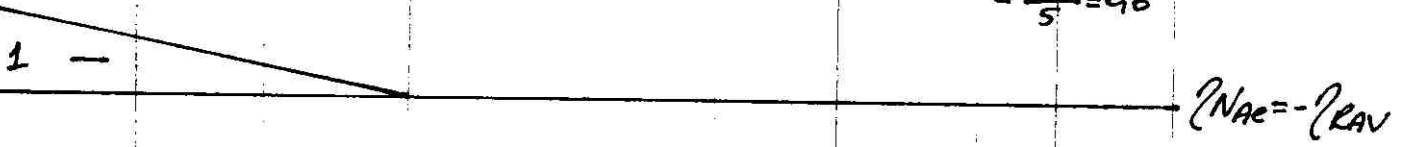
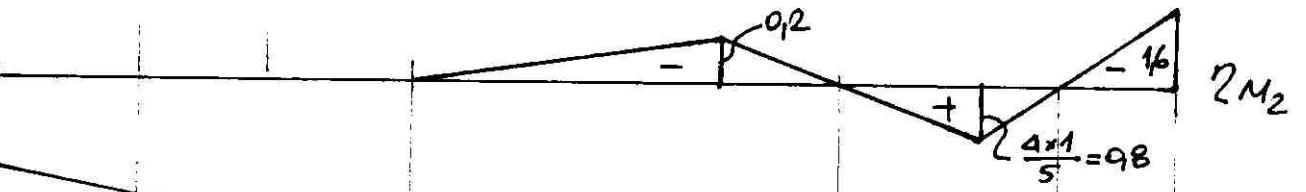
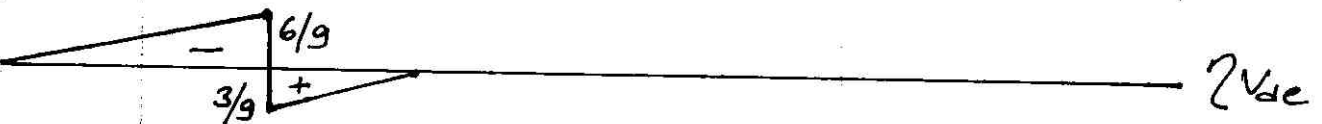
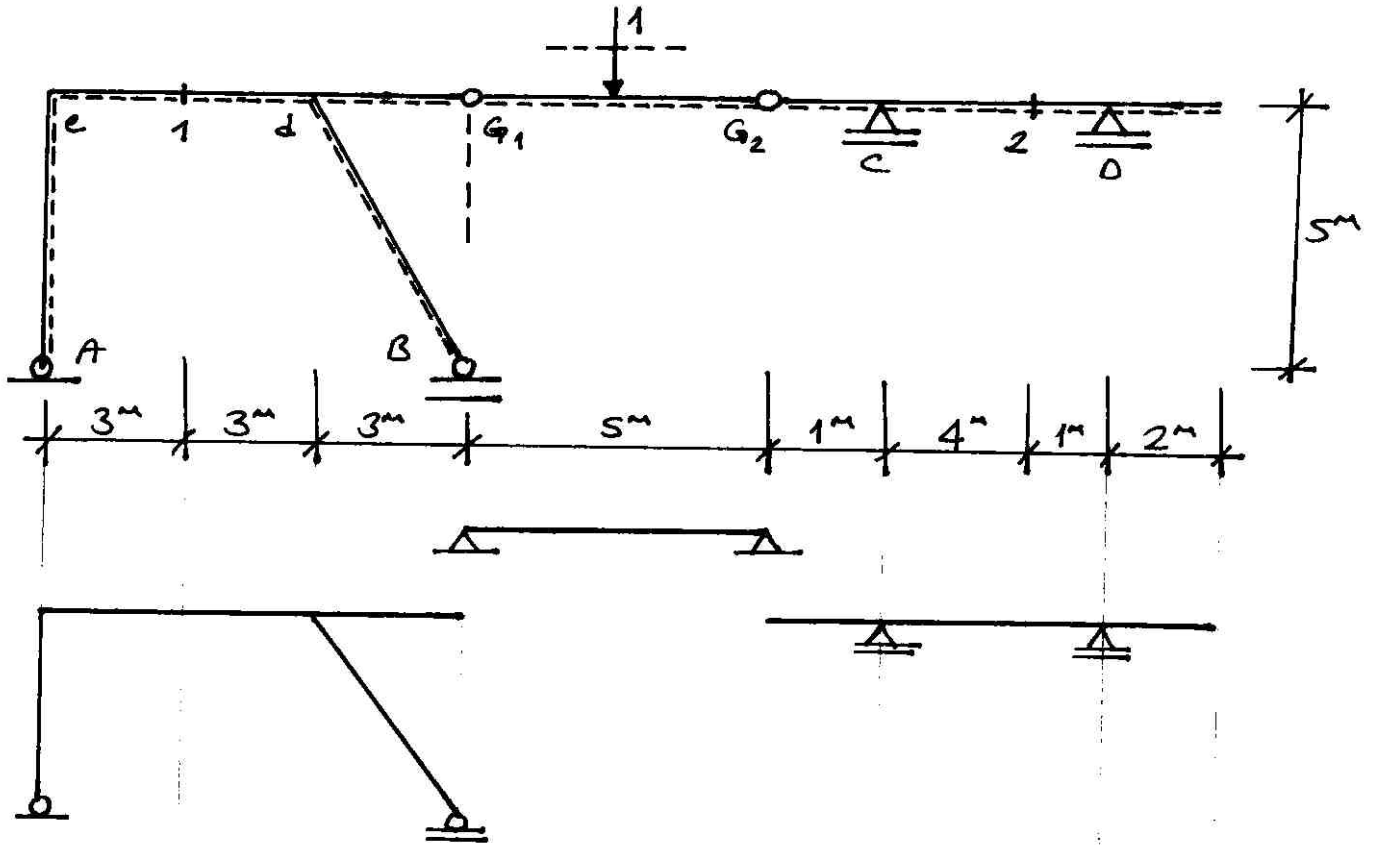
- ÖRNEK: 4) a) $\mathcal{R}_{AV}$, $\mathcal{V}_1$, $\mathcal{M}_2$, $\mathcal{M}_3$ karar çizgilerini çiziniz.
 b) Verilen katar yükünden dolayı $\max_{\min} M_3$ değerini hesaplayınız.



$$\max M_3 = 50 \times 0.625 + 100(1.875 + 1.125) = 331.25 \text{ kNm.}$$

$$\min M_3 = -100 \times 0.75 = -75 \text{ kNm}$$

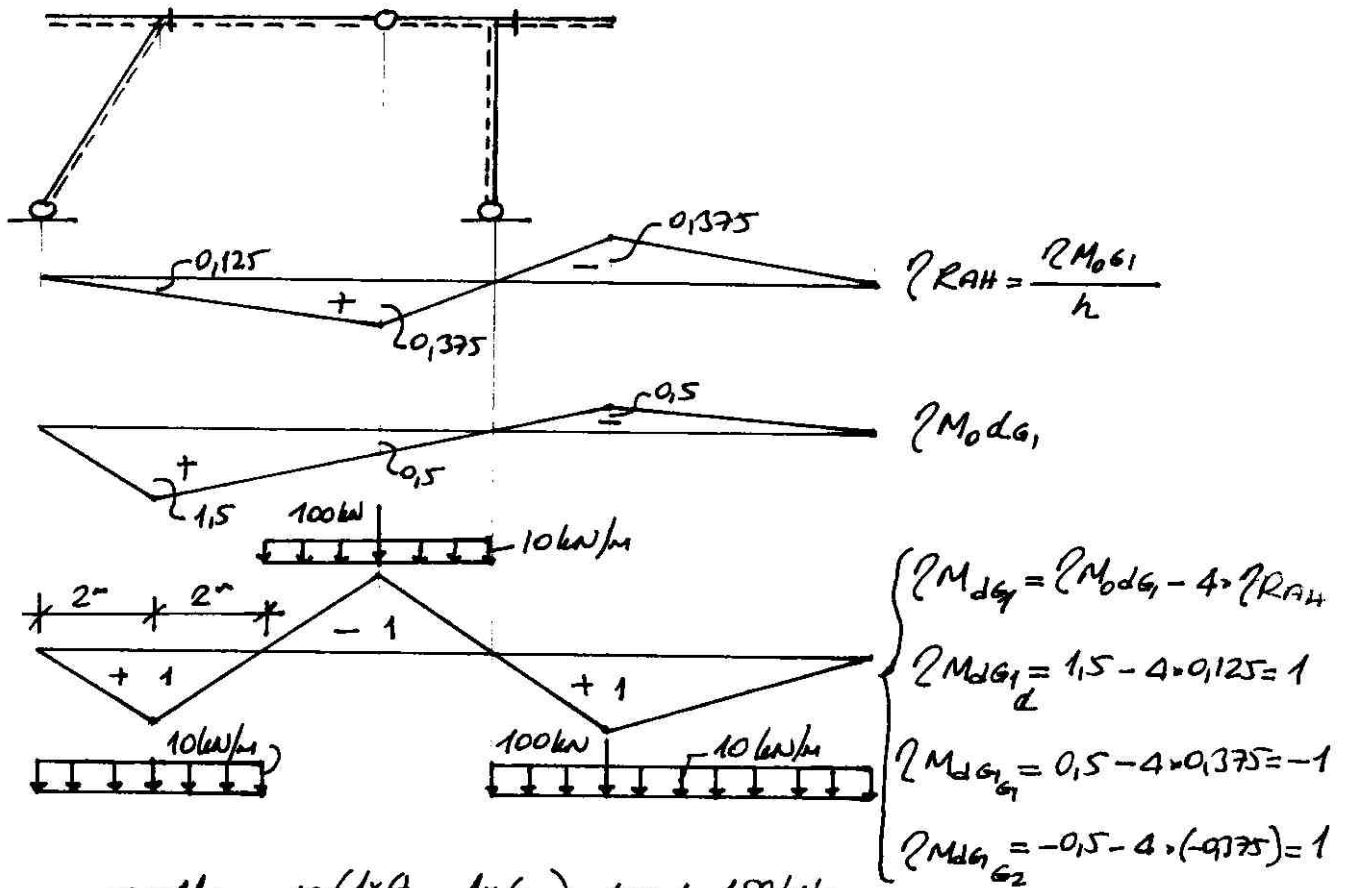
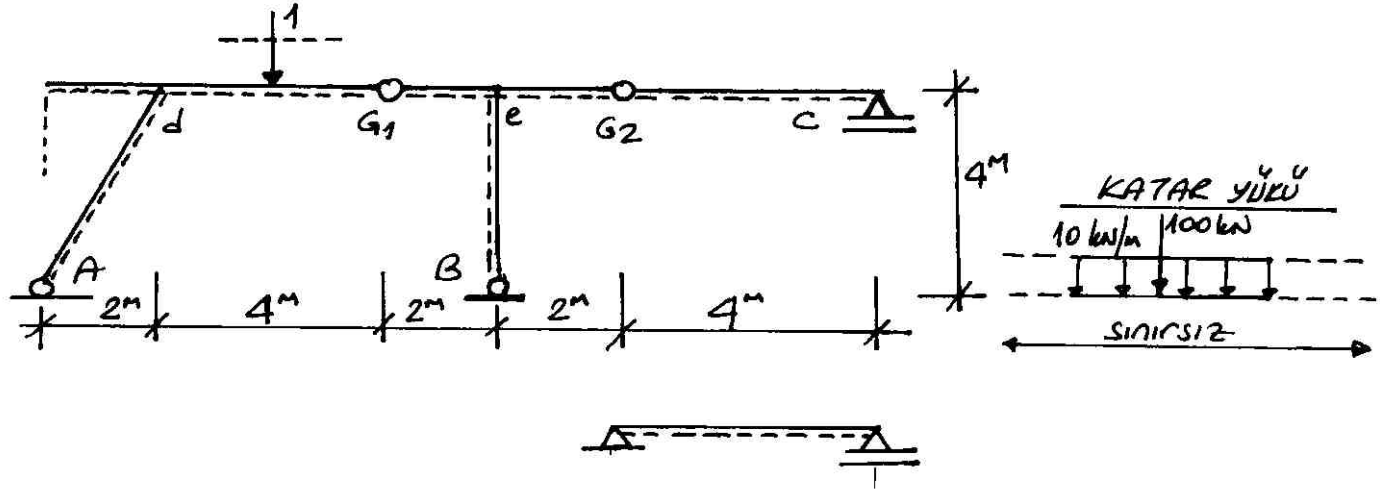
ÖRNEK: 5) Şekilde görülen sistemde $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{R}_{BV}$, $\mathcal{V}_{dG_1}$, $\mathcal{V}_{de}$, $\mathcal{M}_2$ ve $\mathcal{N}_{Ae}$ için çizimleri çiziniz.



ÖRNEK:6) Şekilde boyutları ve yükleme durumu ile verilmiş olan sistemde,

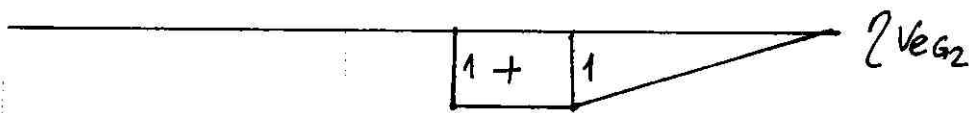
a) $\{M_{dG_1}, \{V_{eG_2}$ kesir çizgilerini çiziniz.

b) Verilen katar yükünden dolayı $\max_{\min} M_{dG_1}$ değerlerini bulunuz.



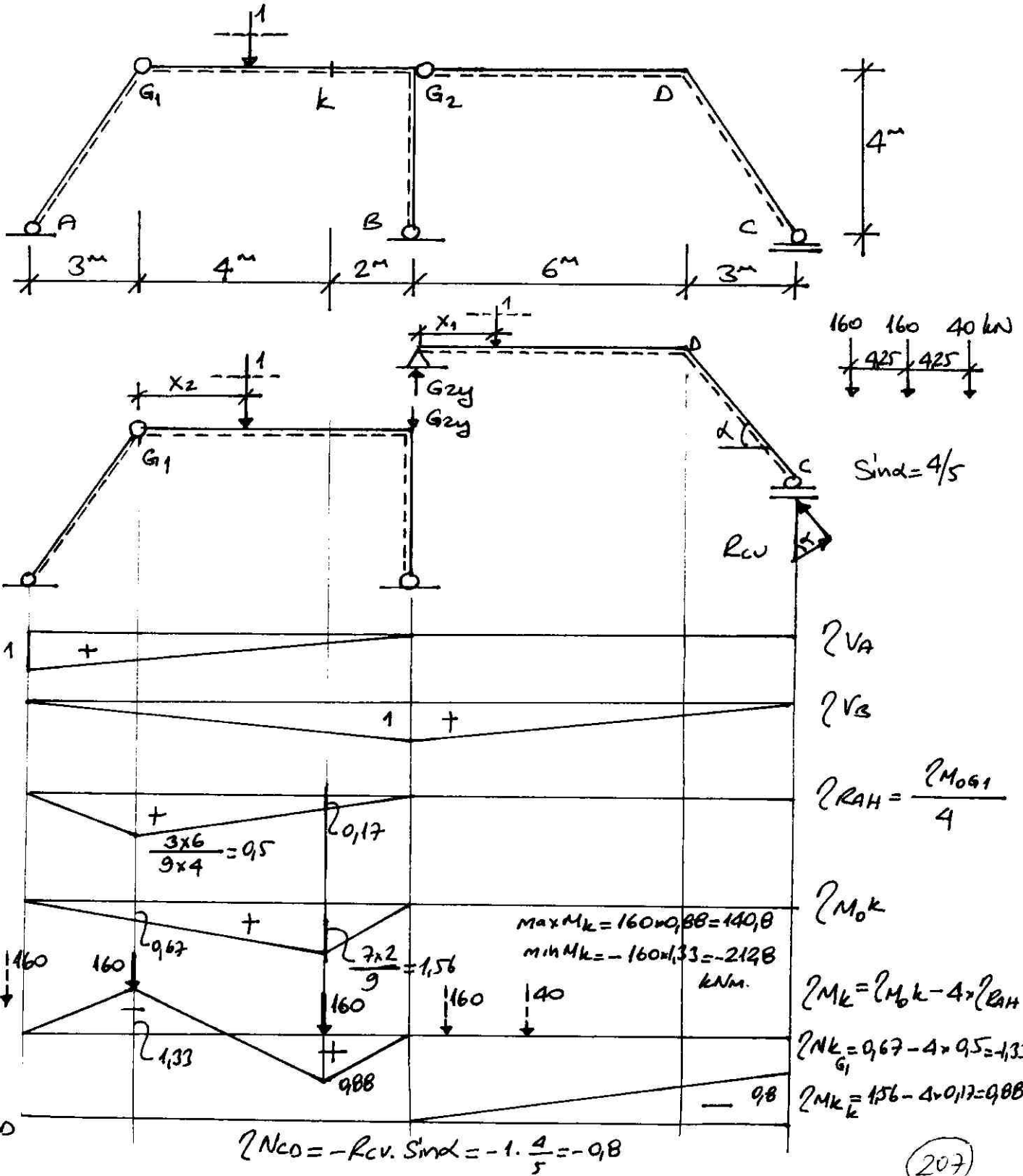
$$\max M_{dG_1} = 10 \left(\frac{1 \times 4}{2} + \frac{1 \times 6}{2} \right) + 100 \times 1 = 150 \text{ kNm}$$

$$\min M_{dG_1} = -10 \left(\frac{1 \times 4}{2} \right) - 100 \times 1 = -120 \text{ kNm}$$



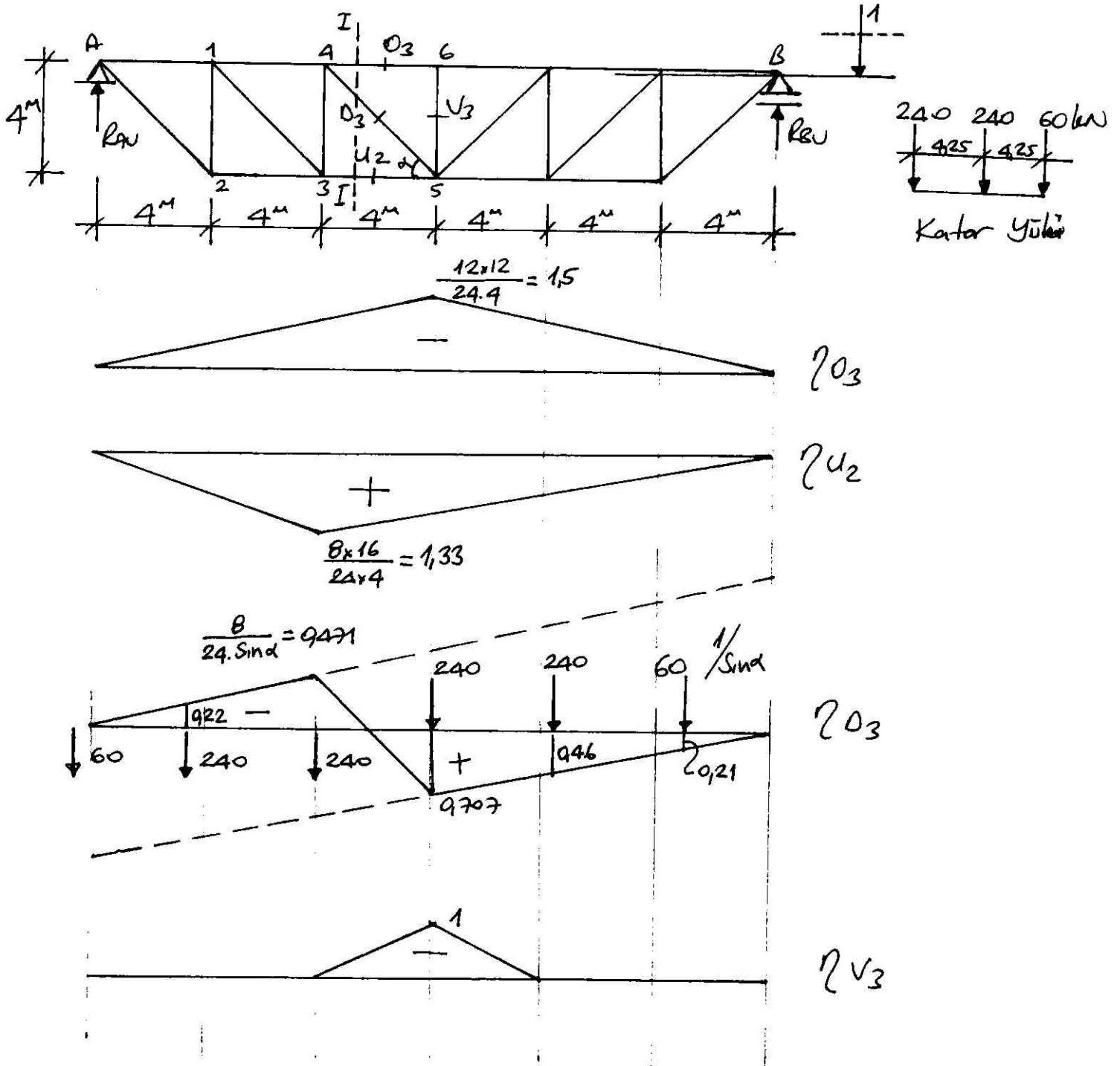
ÖRNEK: 7) Şekilde görülen sistemde;

- a) A ve B mesnetlerine ait yatay ve dikey mesnet tepkileri (R_{Av} , R_{Bv}), k kestiğine ait moment (M_k), c mesnedinin solundaki normal kuvvet (N_{co}) tesir çizgilerini çiziniz.
- b) Verilen katar yüküne göre k kestiğindeki momentin maksimum ve minimum değerlerini hesaplayınız.



ÖRNEK : 8) a) Şekilde verilen kafes sistemin D_3 , U_2 , D_3 ve U_3 çubuklarının ait kesir çizgiğini çiziniz.

b) D_3 çubuğunun verilen katara göre max ve min değerlerini bulunuz.



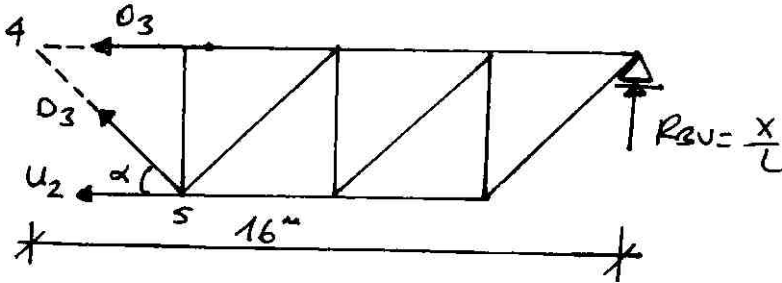
b) $\max D_3 = 240(0.707 + 0.46) + 60 \cdot 0.21 = 292.68 \text{ kN}$

$\min D_3 = -240(0.471 + 0.22) = -165.84 \text{ kN}$

I-I Kesimi

203 ve 242 gubukları

$0 < x < a_3, a_5$



$$\sum M_5 = 0 \rightarrow \mathcal{P}_{0_3} = -\frac{x}{L} \cdot 12 \cdot \frac{1}{h}$$

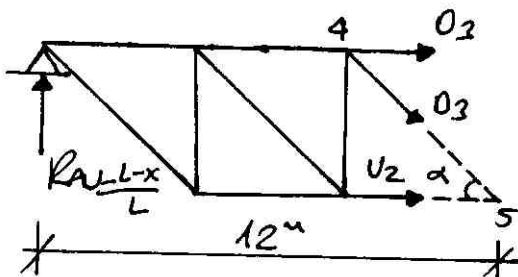
$$\sum M_4 = 0 \rightarrow \mathcal{P}_{u_2} = \frac{x}{L} \cdot 16 \cdot \frac{1}{h}$$

$$x=0 \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{P}_{0_3}=0 \\ \mathcal{P}_{u_2}=0 \end{array} \right.$$

$$x=8^m \rightarrow \mathcal{P}_{u_2} = \frac{8 \cdot 16}{24 \cdot 4}$$

$$x=12^m \rightarrow \mathcal{P}_{0_3} = -\frac{12 \cdot 12}{24 \cdot 4}$$

$a_5, a_3 < x < L$



$$\sum M_5 = 0 \rightarrow \mathcal{P}_{0_3} = -\frac{L-x}{L} \cdot 12 \cdot \frac{1}{h}$$

$$x=12^m \rightarrow \mathcal{P}_{0_3} = -\frac{24-12}{24} \cdot \frac{12}{4}$$

$$x=L \rightarrow \mathcal{P}_{0_3} = 0$$

$$\sum M_4 = 0 \rightarrow \mathcal{P}_{u_2} = \frac{L-x}{L} \cdot 8 \cdot \frac{1}{h}$$

$$x=8^m \rightarrow \mathcal{P}_{u_2} = \frac{24-8}{24} \cdot \frac{8}{4}$$

D_3 gubugu

$0 < x < a_4$

$$\sum Y = 0 \rightarrow D_3 \cdot \sin \alpha = -\frac{x}{L}$$

$a_6 < x < L$

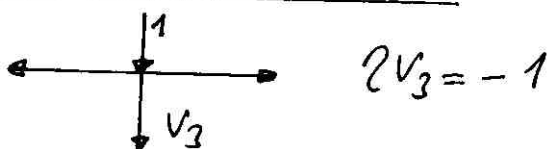
$$\sum Y = 0 \rightarrow D_3 \cdot \sin \alpha = \frac{L-x}{L}$$

$$x=0 \rightarrow \mathcal{P}_{D_3} = 0$$

$$x=8^m \rightarrow \mathcal{P}_{D_3} = -\frac{8}{24 \sin \alpha} = -0,471$$

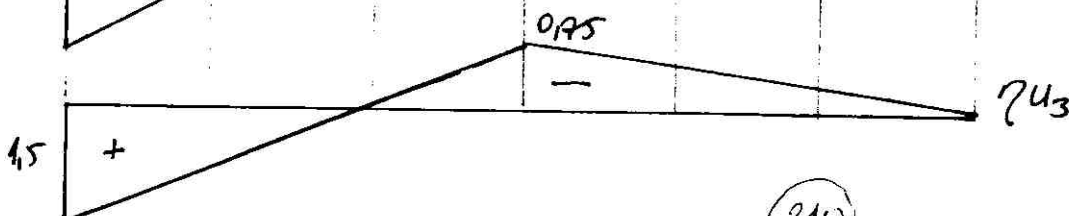
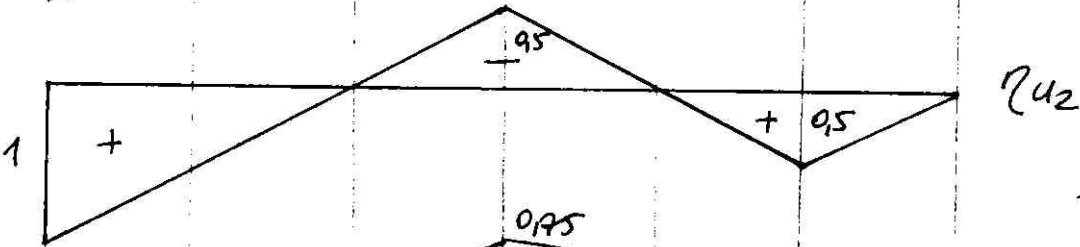
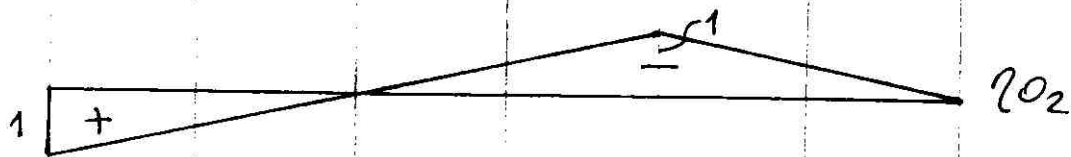
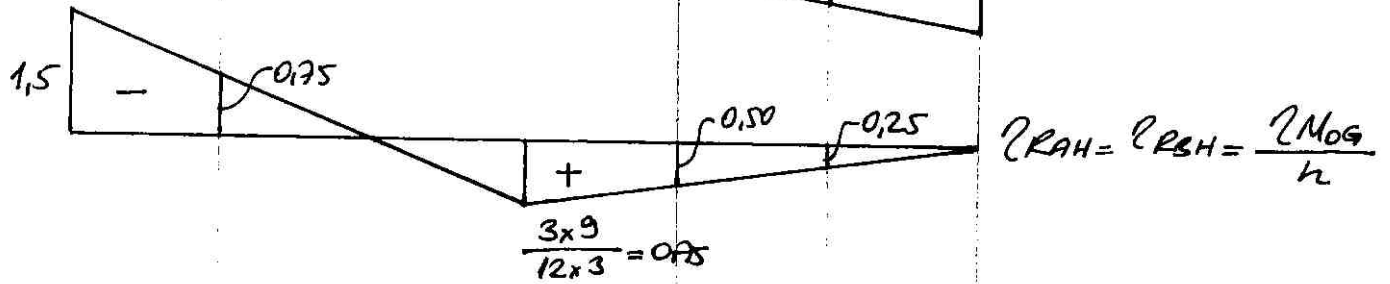
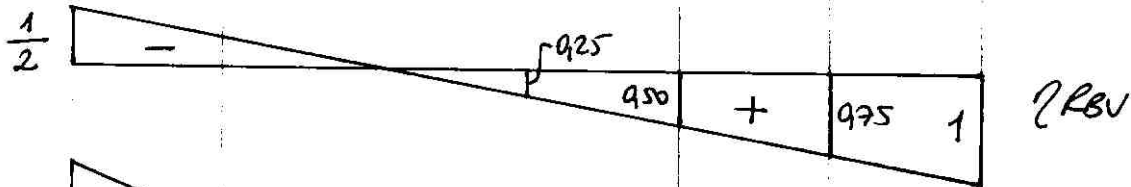
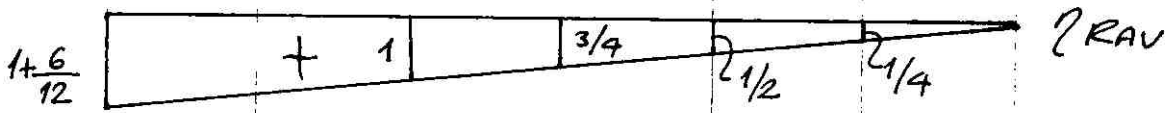
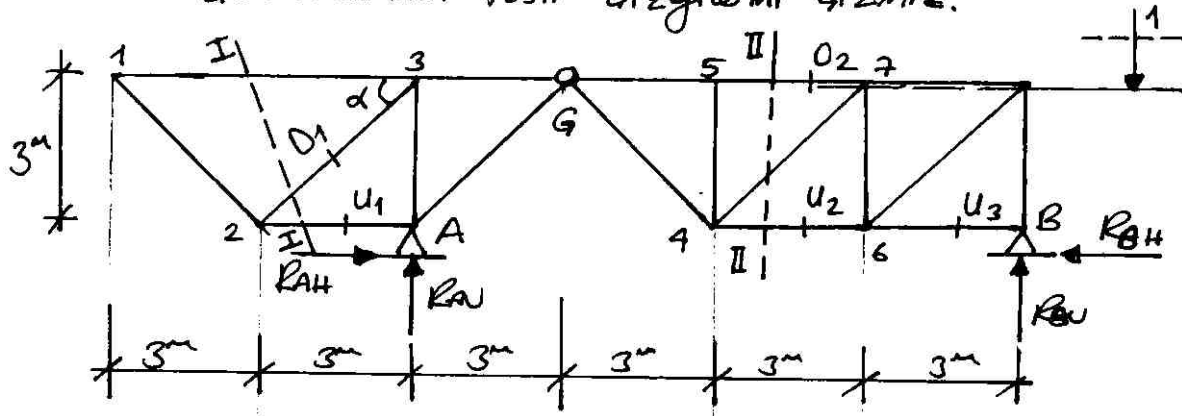
$$x=12^m \rightarrow \mathcal{P}_{D_3} = \frac{12}{24 \sin \alpha} = 0,702$$

6 DÜĞÜM NOKTASI



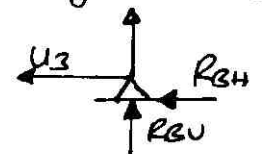
$$\mathcal{P}_{V_3} = -1$$

ÖRNEK: 9) Şekilde verilen kafeo sistemin R_{AV} , R_{AH} , R_{BV} ve $(D_1, U_1, O_2, U_2$ ve $U_3)$ çubuklarının tesir çizgilerini çiziniz.



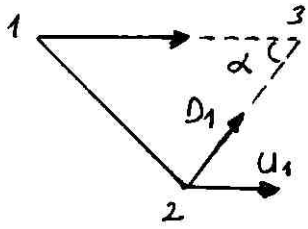
(210)

B düğüm noktası



$$\sum X = 0 \rightarrow U_3 = -R_{BH}$$

I-I KEJIMI'

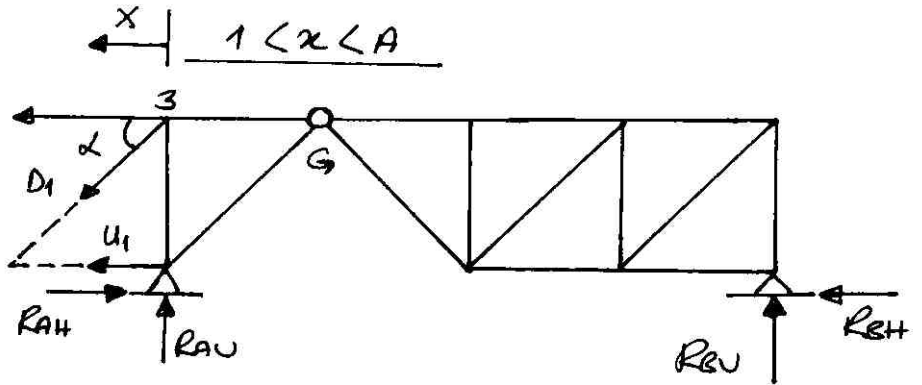
$$A \subset \kappa \subset L$$


$$\Sigma Y = 0 \rightarrow D_1 \sin \alpha = 0$$

$$\eta_{D1} = 0$$

$$\Sigma M_3 = 0 \rightarrow U_1 \cdot h = 0$$

$$\{u_1 = 0$$



$$\Sigma Y = 0 \rightarrow D_1 \sin \alpha = R_{AV} + R_{BV} = \frac{L-x}{L} + \frac{x}{L}$$

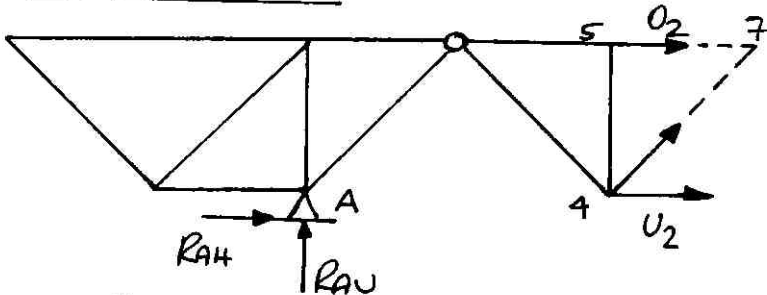
$$D_1 = 1/\sin \alpha$$

$$\Sigma M_3 = 0 \rightarrow U_1 \cdot h = R_{BV} \cdot L + R_{AH} \cdot h - R_{CH} \cdot h$$

$$\mathcal{U}_1 = x/h \rightarrow x=6 \rightarrow \mathcal{U}_1 = 6/3 = 2$$

$$x=0 \rightarrow \gamma_1=0$$

II-II KESİMİ

$$a_4, a_6 < \pi < L$$

$$a_4 < x < l$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow O_2 \cdot h = - R_{AV} \cdot 6$$

$$P_{O_2} = - \frac{R_{AV,6}}{3}$$

$$x=L \rightarrow \tau_{02}=0$$

$$X = Q_4(6^m) \rightarrow \rho_2 = -\frac{1/2 \cdot 6}{3} = -1$$

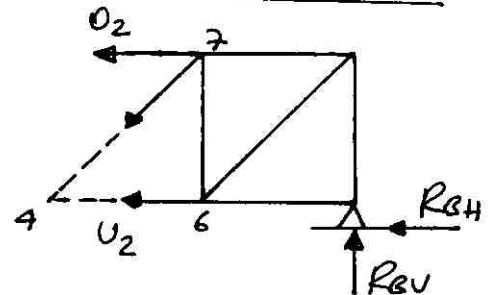
$$a_6 < x < L$$

$$\Sigma M_7 = 0 \rightarrow U_2 \cdot h = R_{AV} \cdot 9 - R_{AH} \cdot 3$$

$$2u_2 = \frac{R_{AV} \cdot 9}{3} - R_{AH} \cdot \frac{3}{3} = 3R_{AV} - R_{AH}$$

$$x = g^m \rightarrow U_2 = 3 \times 1/4 - 0,25 = 0,50$$

$$x=L \rightarrow \mathcal{U}_2=0$$

$$0 < \kappa < a_4, a_6$$


OCXL94

$$\Sigma M_4 = 0 \rightarrow O_2 \cdot h = -R_{B.V.6}$$

$$Q_{O_2} = - \frac{Rev. 6}{3}$$

$$x=0 \rightarrow \rho_{O_2}=0$$

$$x = a_4(6^n) \rightarrow r_{02} = -\frac{950 \times 6}{3} = -1$$

$$0 < x < a_b$$

$$\Sigma M_7 = 0 \rightarrow U_{2.3} = R_{3V.3} - R_{3H.3}$$

$$U_2 = R_{BV} - R_{GH}$$

$$x=0 \rightarrow \psi_2=0$$

$$x=3 \rightarrow Q_2 = 0,25 - 0,75 = -0,50$$

$$x = 6^m \rightarrow \eta u_2 = 0$$

$$x = 9^m \rightarrow \eta u_2 = 975 - 925 = 950$$

