

EHM1012 ELEKTRİK DEVRE TEMELLERİ

2019-2020 BAHAR DÖNEMİ

GRUP-1 ve GRUP-2

UZAKTAN EĞİTİM DERS NOTLARI

13-14 Nisan 2020

Doç. Dr. Umut Engin AYTEN

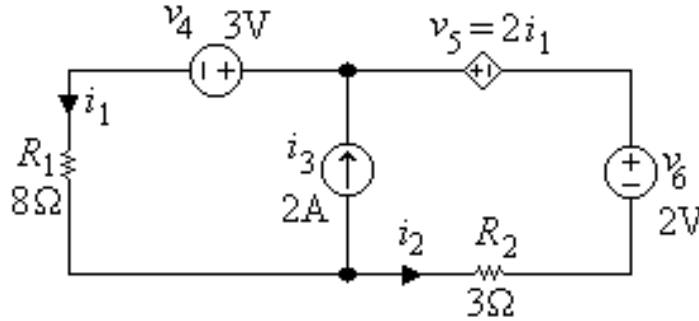
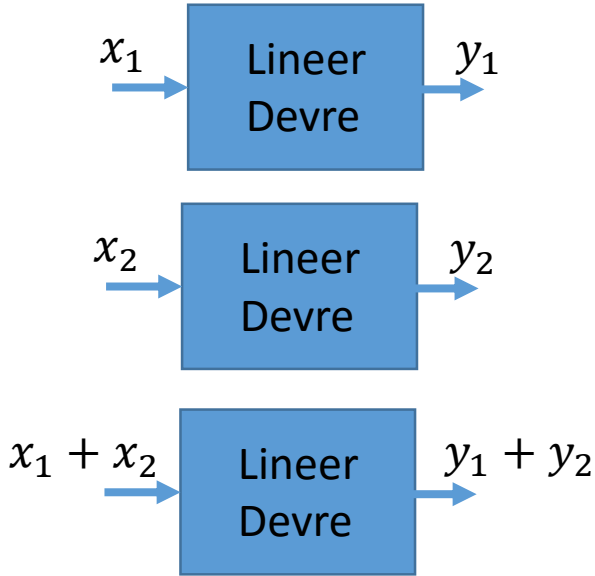
DEVRE TEOREMLERİ

Süperpozisyon Teoremi



Çarpımsallık ve toplamsallık teoremlerinin her ikisine birden kullanıldığında süperpozisyon teoremi olarak adlandırılır.

Toplamsallık Teoreminin Faydalanarak Elektrik Devrelerinin Analizinin Gerçekleştirilmesi



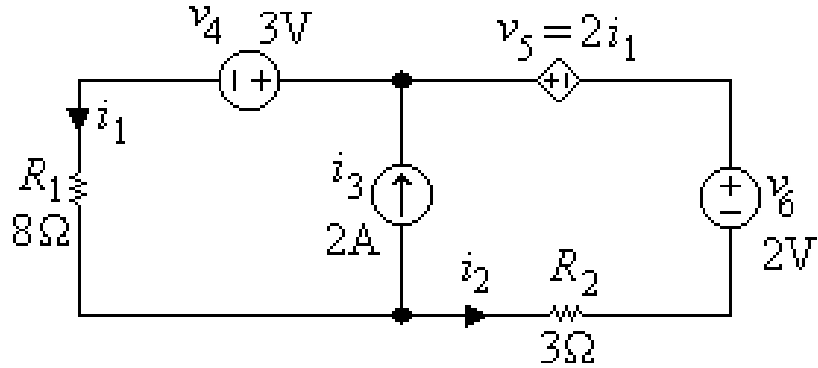
i_2 akımını toplamsallık teoremini kullanarak hesaplayalım.

Devrede her seferinde sadece bir tane **BAĞIMSIZ KAYNAK** bırakılır. Devrede kalan bağımsız kaynağın dışındaki bağımsız gerilim kaynakları kısa devre yapılarak devre dışı bırakılır. Akım kaynakları açık devre yapılarak devre dışı bırakılır.

İlk olarak, devrede sadece i_3 kaynağı bırakılır. Bu durumda i_{2_3} hesaplanır. İkinci olarak, devrede sadece v_4 kaynağı bırakılır. Bu durumda i_{2_4} hesaplanır. Son olarak, devrede sadece v_6 kaynağı bırakılır. Bu durumda i_{2_6} hesaplanır. i_2 akımının değeri bulunan akımlar toplanarak elde edilir.

$$i_2 = i_{2_3} + i_{2_4} + i_{2_6}$$

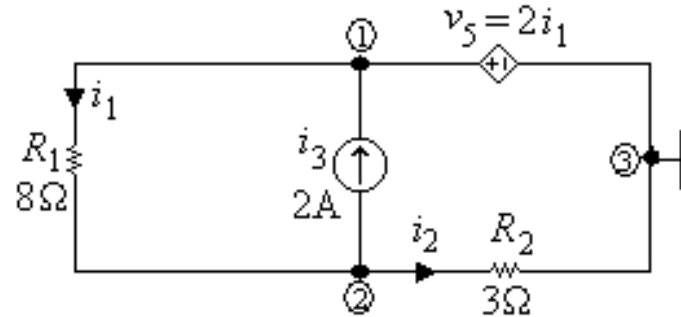
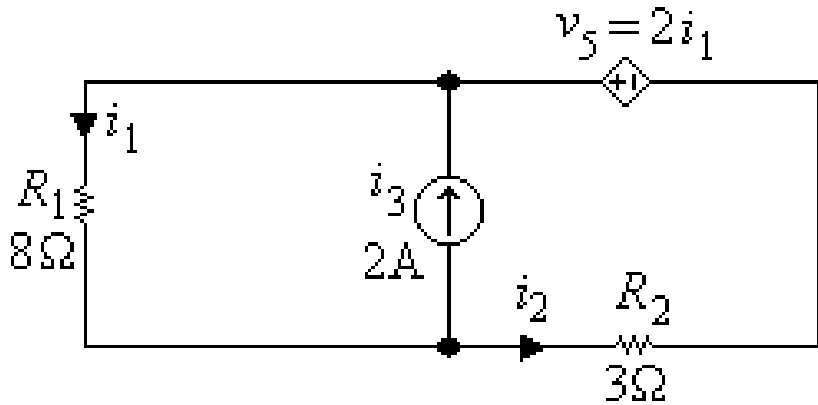
DEVRE TEOREMLERİ



Yanda verilen devre için;

- i_2 akımını toplamsallık teoreminden faydalanarak bulunuz.
- $v_4=4.5$ V, $i_3= 3$ A, $v_6=3$ V olması durumunda i_2 akımını hesaplayınız.

Devrede sadece i_3 kaynağı varken;



Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım.

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 \\ -G_1 & G_1 + G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{d1} \\ v_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_3 - i_5 \\ -i_3 \end{bmatrix}$$

Ek denklem:

$$v_5 = 2i_1 \rightarrow v_{d1} = 2 \frac{v_{d1} - v_{d2}}{R_1}$$

$$-\frac{1}{8}v_{d1} + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{3}\right)v_{d2} = -2$$

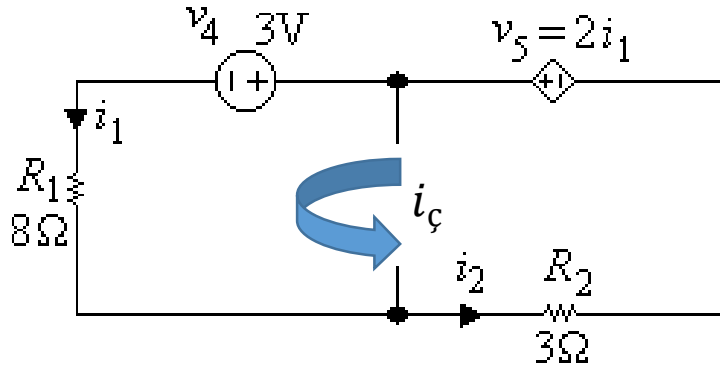
$$v_{d2} = -4V$$

$$3v_{d1} = -v_{d2}$$

$$i_{2,3} = \frac{v_{d2}}{3} = -\frac{4}{3} A$$

DEVRE TEOREMLERİ

Devrede sadece v_4 kaynağı varken;



Çevre akımları yöntemini kullanalım.

$$+v_4 + R_1 i_ç + R_2 i_ç - v_5 = 0$$

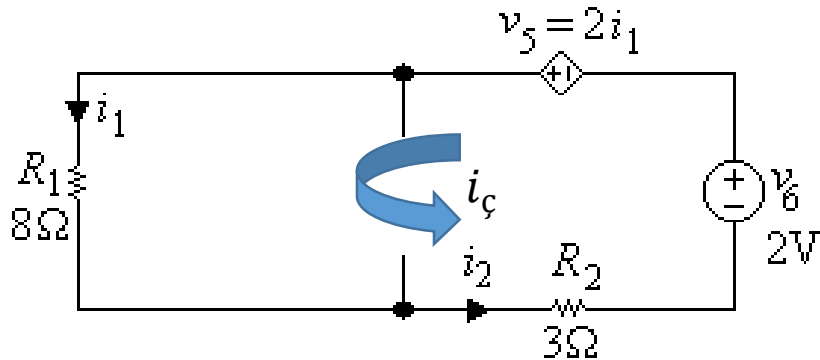
$$3 + 8i_ç + 3i_ç - 2i_ç = 0$$

$$i_ç = -\frac{1}{3}A \quad \rightarrow \quad i_{2_4} = -\frac{1}{3}A$$

Ek denklem;

$$v_5 = 2i_1 \quad \rightarrow \quad v_5 = 2i_ç$$

Devrede sadece v_6 kaynağı varken;



Çevre akımları yöntemini kullanalım.

$$R_1 i_ç + R_2 i_ç - v_6 - v_5 = 0$$

$$8i_ç + 3i_ç - 2 - 2i_ç = 0$$

$$i_ç = \frac{2}{9}A \quad \rightarrow \quad i_{2_6} = \frac{2}{9}A$$

Ek denklem;

$$v_5 = 2i_1 \quad \rightarrow \quad v_5 = 2i_ç$$

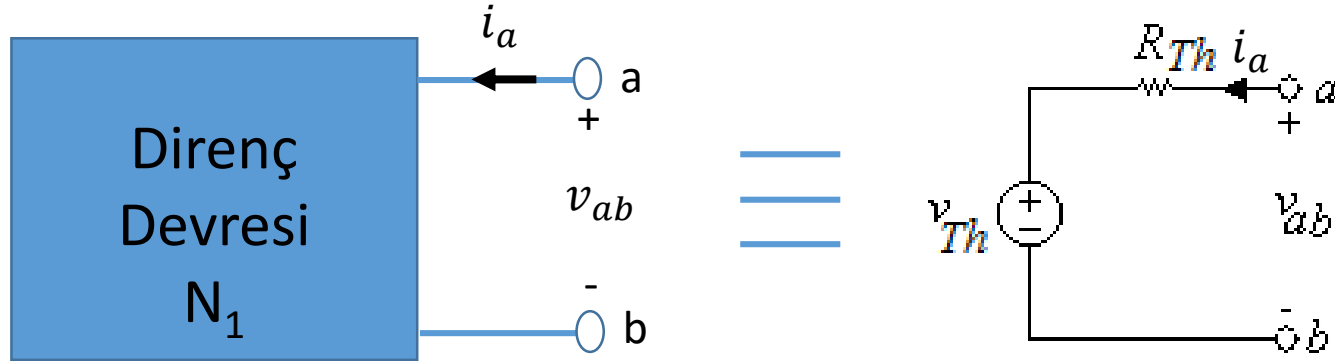
Toplamsallık teoremine göre:

$$i_2 = i_{2_3} + i_{2_4} + i_{2_6}$$

$$i_2 = -\frac{4}{3} - \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = -\frac{13}{9}A$$

DEVRE TEOREMLERİ

Thevenin Teoremi



Çevre için KGY'nı uygulayalım.

$$-v_{ab} + i_a R_{Th} + v_{Th} = 0$$

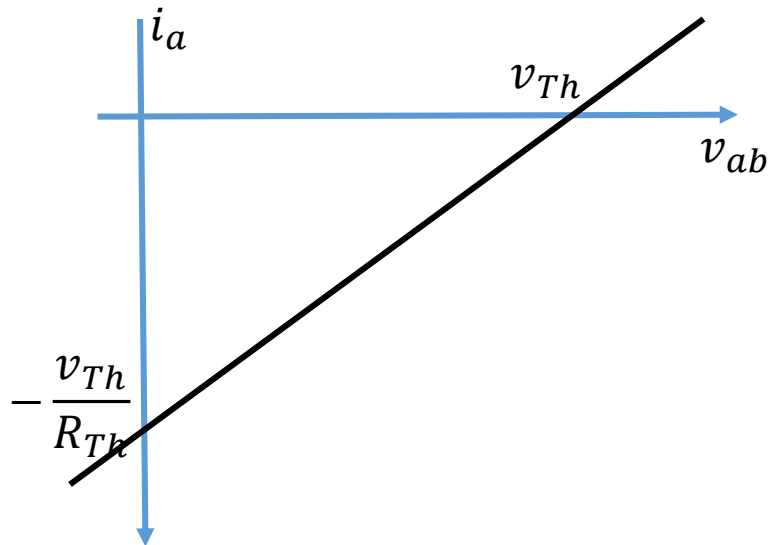
N_1 devresinde a-b açık devre yapılırsa;

$$v_{Th} = v_{ab} |_{i_a=0}$$

N_1 devresinde tüm bağımsız kaynaklar devre dışı bırakıldığında $v_{Th}=0$ elde edilir. Bu durumda;

$$R_{Th} = \frac{v_{ab}}{i_a} |_{v_{Th}=0}$$

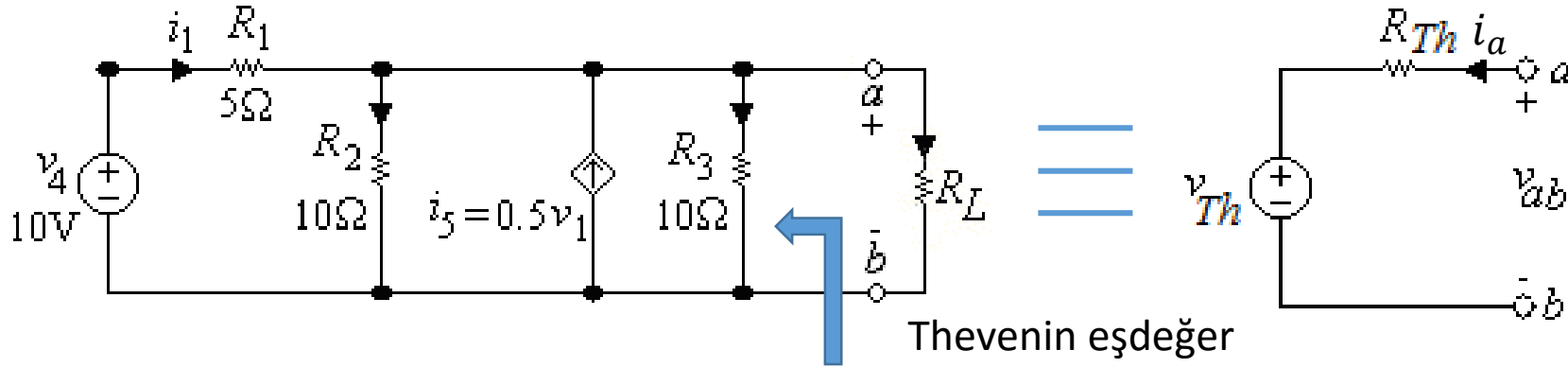
$V_{ab} - i_a$ grafiğini çizelim:



Bahar 2020

DEVRE TEOREMLERİ

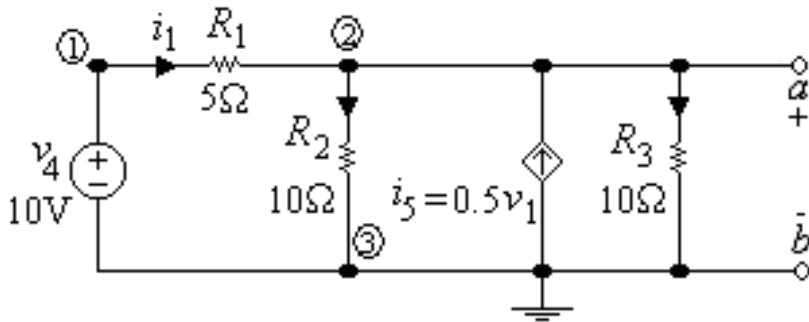
Thevenin Teoremi



Thevenin eşdeğer devresini bulalım.

a-b açık devre yapılır.

$$v_{Th} = v_{ab}|_{i_a=0}$$



Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım.

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 \\ -G_1 & G_1 + G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{d1} \\ v_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_4 \\ i_5 \end{bmatrix}$$

2. Satırdan;

Ek denklem:

$$v_{d1} = v_4 = 10V$$

$$i_5 = 0.5v_1 \rightarrow i_5 = 0.5(v_{d1} - v_{d2})$$

$$-\frac{1}{5}v_{d1} + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right)v_{d2} = 0.5(v_{d1} - v_{d2})$$

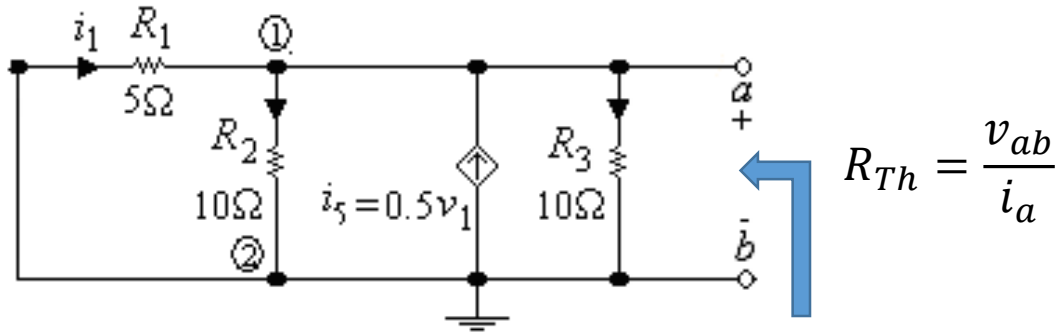
$$v_{d2} = \frac{7}{9}v_{d1} = \frac{70}{9}V$$

$$v_{Th} = v_{d2} = \frac{70}{9}V$$

DEVRE TEOREMLERİ

Thevenin Teoremi

Devredeki bağımsız kaynaklar devre dışı bırakılır. Böylece $v_{Th}=0$ elde edilir. Bu durumda v_{ab}/i_a bulunur.

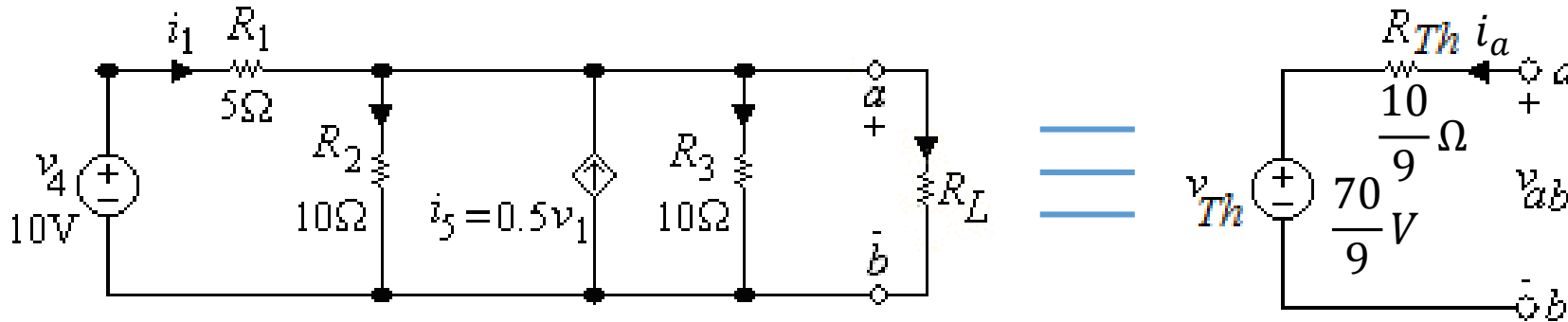


Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım.

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_5 - i_a = 0$$

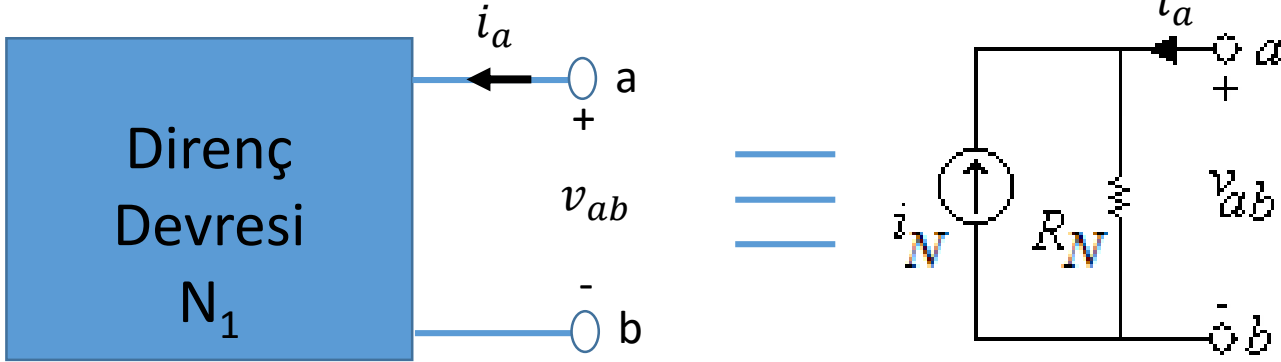
$$-\frac{(-v_{d1})}{5} + \frac{v_{d1}}{10} + \frac{v_{d1}}{10} - 0.5(-v_{d1}) - i_a = 0 \quad v_{d1} = v_{ab}$$

$$v_{ab} \left(\frac{9}{10} \right) = i_a \quad \Rightarrow \quad R_{Th} = \frac{v_{ab}}{i_a} = \frac{10}{9} \Omega$$

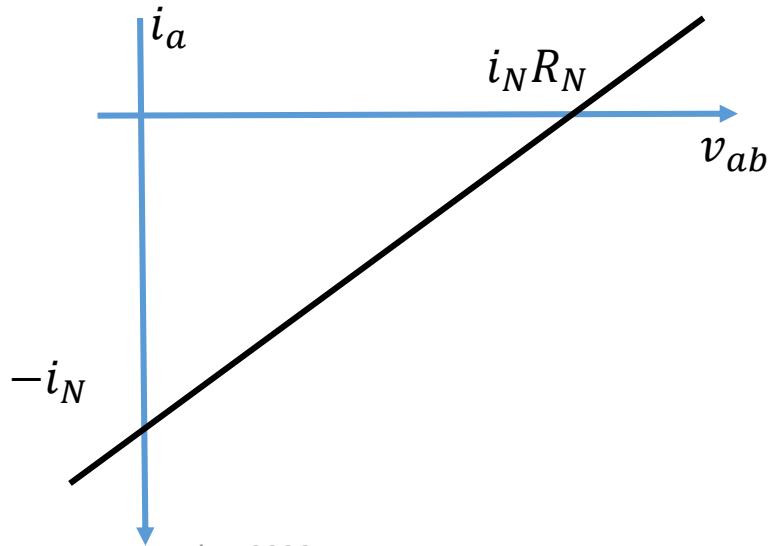


DEVRE TEOREMLERİ

Norton Teoremi



$V_{ab} - i_a$ grafiğini çizelim:



Bahar 2020

Düğüm için KAY'nı uygulayalım.

$$-i_a - i_N + \frac{v_{ab}}{R_N} = 0$$

N_1 devresinde a-b kısa devre yapılırsa;

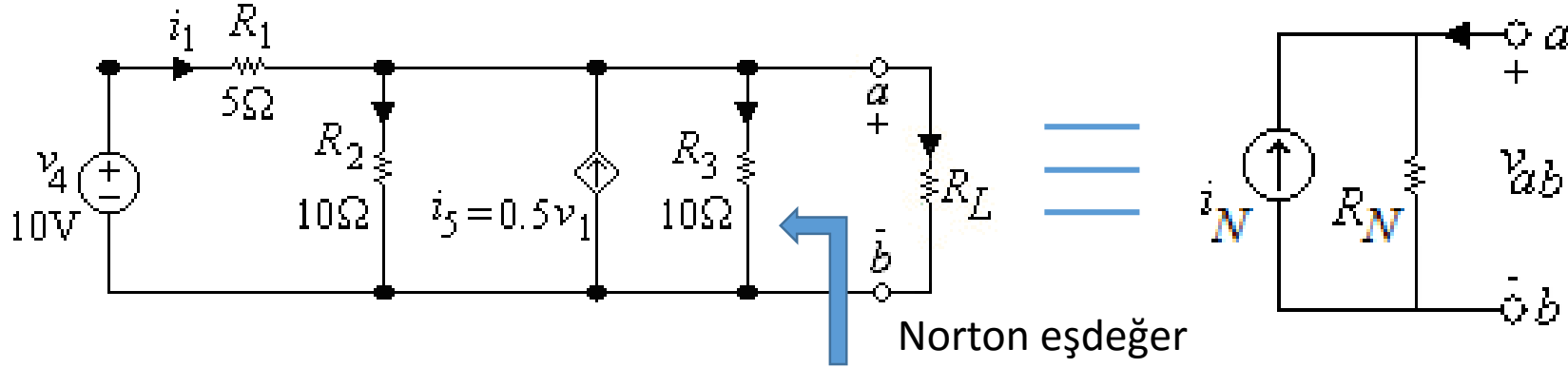
$$i_N = -i_a |_{v_{ab}=0}$$

N_1 devresinde tüm bağımsız kaynaklar devre dışı bırakıldığında $i_N=0$ elde edilir. Bu durumda;

$$R_{Th} = \frac{v_{ab}}{i_a} |_{i_N=0}$$

DEVRE TEOREMLERİ

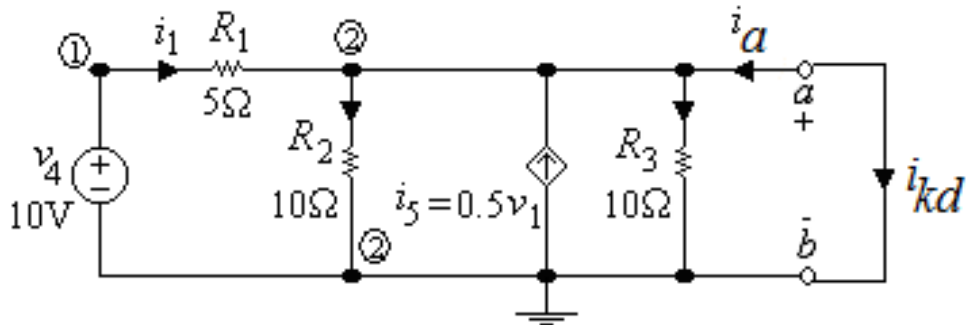
Norton Teoremi



Norton eşdeğer devresini bulalım.

a-b kısa devre yapılır.

$$i_N = -i_a | v_{ab}=0$$

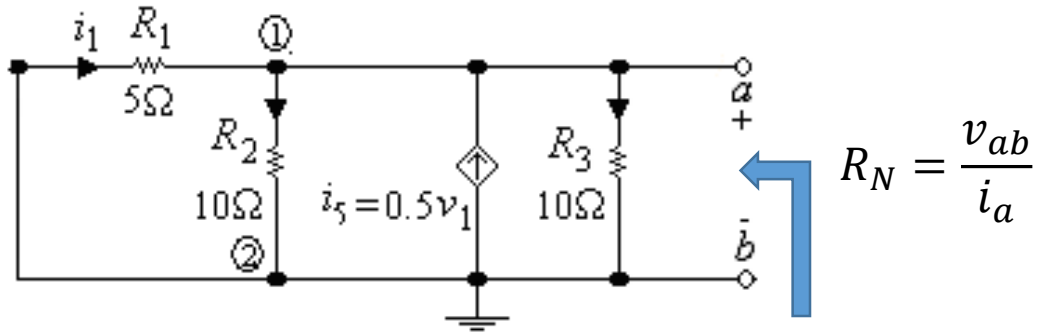


$$-i_1 + i_2 - i_5 + i_3 + i_{kd} = 0 \quad v_{d1} = v_4 = 10V$$

$$-\frac{v_{d1}}{5} + 0 - 0.5v_{d1} + 0 + i_{kd} = 0 \quad i_N = i_{kd} = 7A$$

DEVRE TEOREMLERİ

Devredeki bağımsız kaynaklar devre dışı bırakılır. Böylece $i_N=0$ elde edilir. Bu durumda v_{ab}/i_a bulunur.

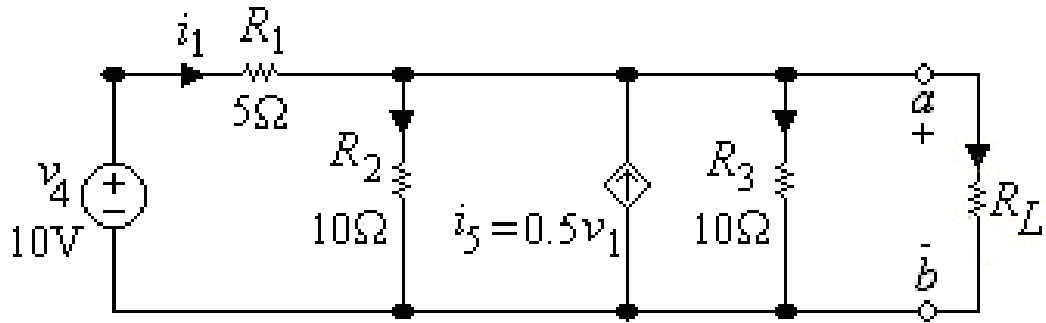


Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım.

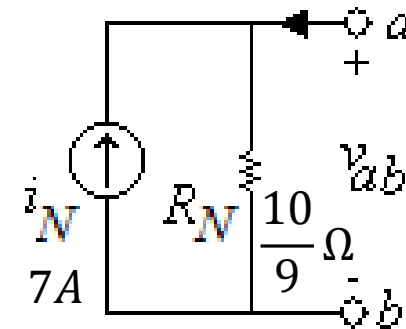
$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_5 - i_a = 0$$

$$-\frac{(-v_{d1})}{5} + \frac{v_{d1}}{10} + \frac{v_{d1}}{10} - 0.5(-v_{d1}) - i_a = 0 \quad v_{d1} = v_{ab}$$

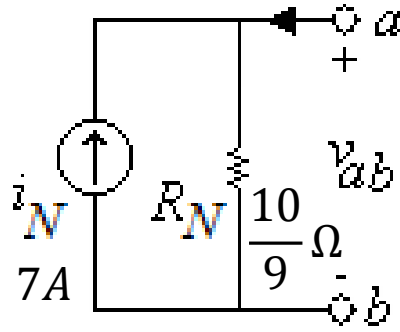
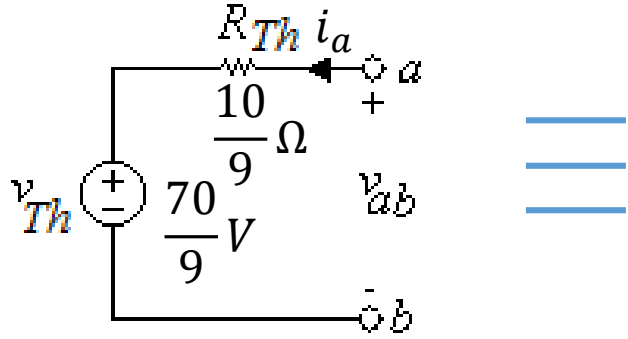
$$v_{ab} \left(\frac{9}{10} \right) = i_a \quad \Rightarrow \quad R_N = \frac{v_{ab}}{i_a} = \frac{10}{9} \Omega$$



≡

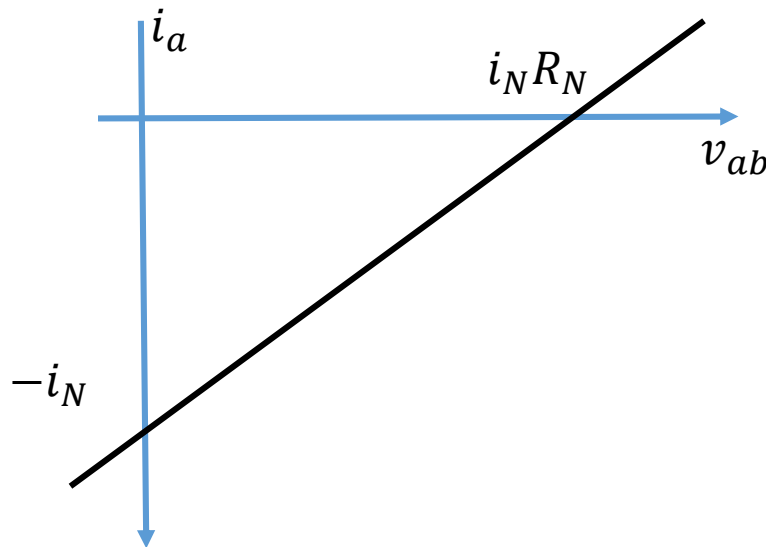
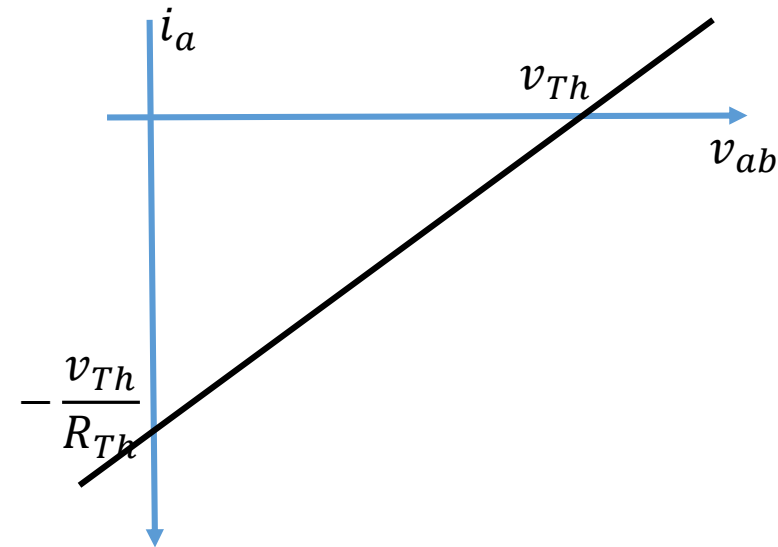


DEVRE TEOREMLERİ



Bu işleme aynı zamanda kaynak dönüşümü de denir. Yani Thevenin eşdeğer devresinden Norton eşdeğer devresi elde edilebilir. Tersisi de geçerlidir.

İki devrenin eşdeğer olabilmesi için her t anı için tüm akım ve gerilim değerleri birbirine eşit olmalıdır.



$$v_{Th} = i_N R_N$$

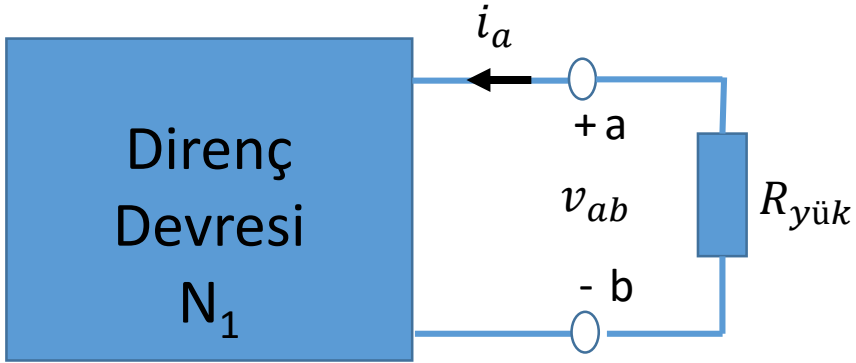
$$\frac{v_{Th}}{R_{Th}} = i_N$$

$$R_{Th} = R_N$$

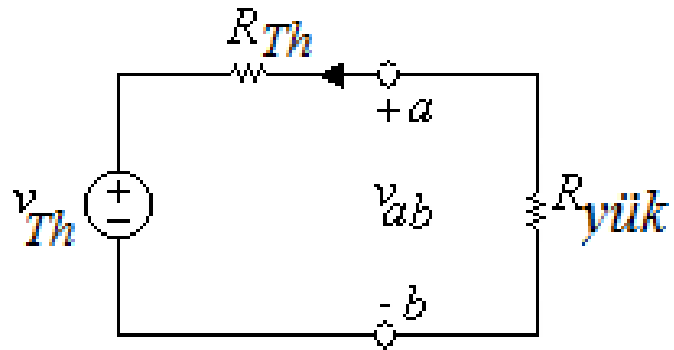
$$\frac{v_{Th}}{I_N} = R_{Th} = R_N$$

DEVRE TEOREMLERİ

Maksimum Güç Teoremi



Maksimum güç teoremi, bir devreye bağlı olan yüke ($R_{yük}$ ile modellenmektedir) maksimum güç aktarılabilmesi için yük direncinin direncinin değeri ne olması gerektiğini ifade eden teoremdir.



$$p_{yük} = v_{yük} \cdot i_{yük}$$

$$p_{yük} = \frac{v_{TH}}{R_{TH} + R_{yük}} R_{yük} \frac{v_{TH}}{R_{TH} + R_{yük}} = \frac{v_{TH}^2 R_{yük}}{(R_{TH} + R_{yük})^2}$$

$P_{yük}$ ifadesinin $R_{yük}$ direncine göre maksimum noktasını bulmak için:

$$\frac{dp_{yük}}{dR_{yük}} = 0 \quad \text{Olmalıdır.}$$

$$\frac{dp_{yük}}{dR_{yük}} = \frac{v_{TH}^2 (R_{TH} + R_{yük})^2 - v_{TH}^2 \cdot 2 \cdot (R_{TH} + R_{yük})}{(R_{TH} + R_{yük})^4} = 0$$

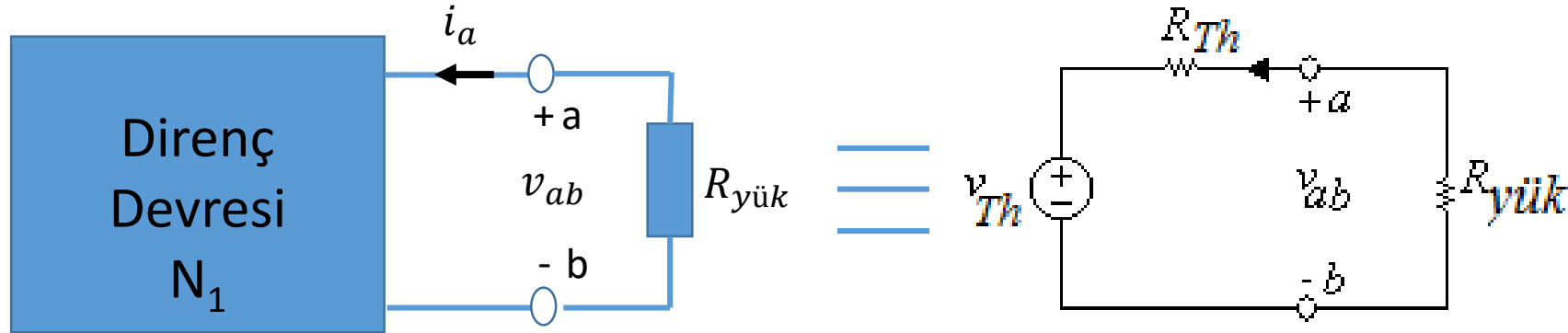


$$R_{yük} = R_{TH}$$

olmalıdır.

DEVRE TEOREMLERİ

Maksimum Güç Teoremi



Yüke maksimum güç aktarımı için:

$$R_{yük} = R_{Th}$$

Bu durumda;

$$p_{yük} = \frac{v_{Th}^2 R_{yük}}{(R_{Th} + R_{yük})^2} = \frac{v_{Th}^2}{4R_{yük}}$$

$$p_{kaynak_Th} = v_{Th} \left(-\frac{v_{Th}}{(R_{Th} + R_{yük})} \right) = \frac{v_{Th}^2}{2R_{yük}}$$

Verim:

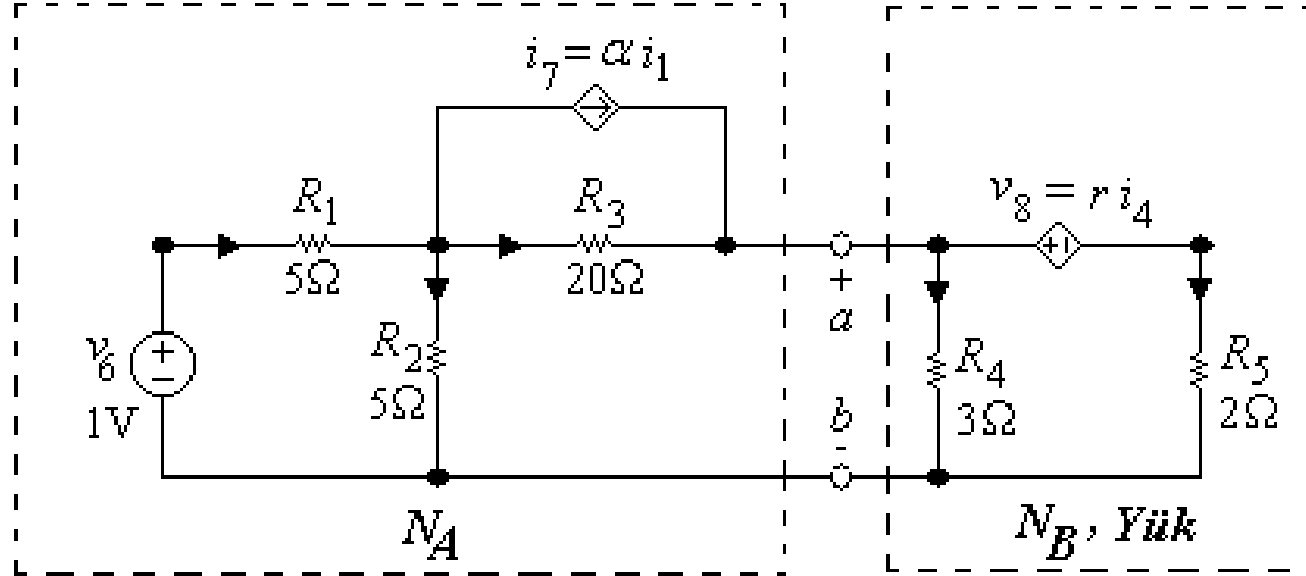
$$\eta = \% \frac{|p_{yük}|}{|p_{kaynak}|}$$

$R_{yük} = R_{Th}$ iken verim:

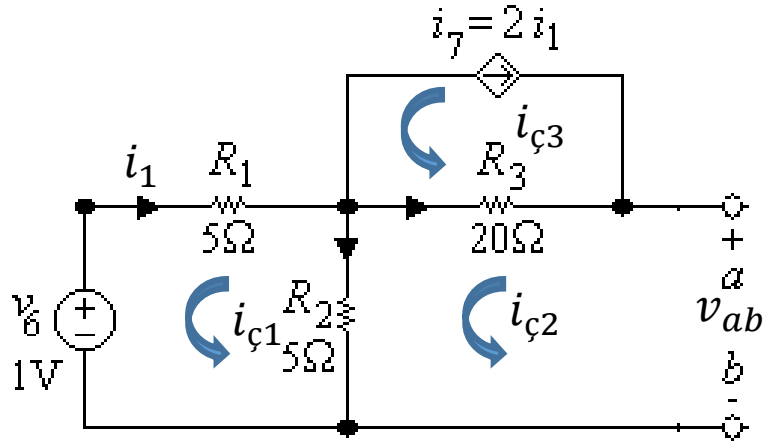
$$\eta = \%50$$

DEVRE TEOREMLERİ

1. Aşağıda verilen devrede $\alpha=2$ 'dir.
 - a) N_A 1-kapılısının a - b uçları açık devre olması halinde, v_{ab} açık devre gerilimini hesaplayınız (15p).
 - b) N_A 1-kapılısının a - b uçlarına bir kısa devre elemanının bağlanması durumunda, bu kısa devreden geçen i_{SC} akımını hesaplayınız (i_{SC} akımının yönü a ucundan b ucuna doğru olacaktır) (15p).
 - c) N_A 1-kapılısının Norton ve Thévenin eşdeğerlerini bulunuz ve çiziniz (5p).
 - d) N_B 1- kapılısında harcanan gücün maksimum olabilmesi için r parametresi ne olmalıdır? Bu 1-kapılıda harcanan maksimum gücü hesaplayınız (5p).



DEVRE TEOREMLERİ



N_A 1-kapılısının a - b uçları açık devre olması halinde, v_{ab} açık devre gerilimini hesaplayınız.

$$\begin{bmatrix} 5 + 5 & -5 & 0 \\ -5 & 20 + 5 & -20 \\ 0 & -20 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\ç1} \\ i_{\ç2} \\ i_{\ç3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ v_{ab} \\ v_7 \end{bmatrix}$$

$$i_7 = 2i_1$$

$$-i_{\ç3} = 2(-i_{\ç1})$$

$$v_{Th} = v_{ab}|_{i_a=0}$$

$$i_{\ç2} = 0A$$

1. Satırdan:

$$10i_{\ç1} + 0 = -1 \rightarrow i_{\ç1} = -\frac{1}{10}A$$

$$-i_{\ç3} = 2(-i_{\ç1}) \rightarrow i_{\ç3} = -\frac{2}{10}A$$

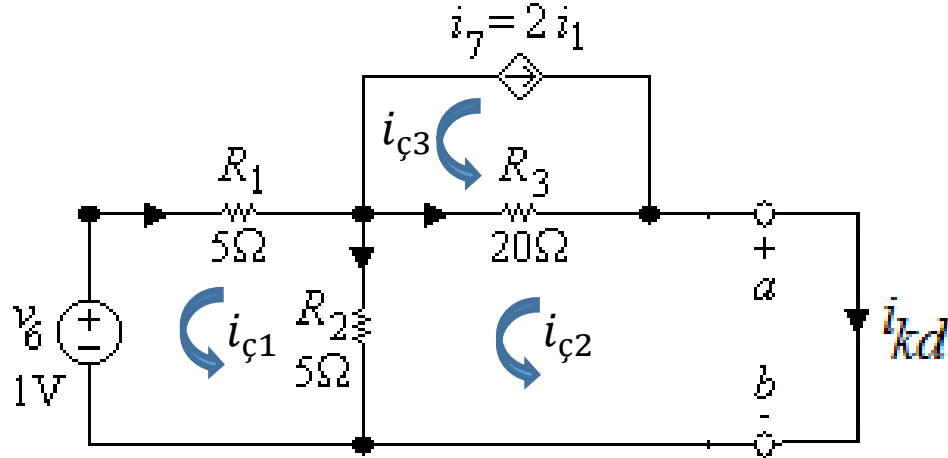
2. Satırdan:

$$-5i_{\ç1} + 0 - 20i_{\ç3} = v_{ab} \rightarrow v_{ab} = 4.5V$$

$$v_{Th} = v_{ab}|_{i_a=0} = 4.5V$$

DEVRE TEOREMLERİ

N_A 1-kapılısının $a-b$ uçlarına bir kısa devre elemanının bağlanması durumunda, bu kısa devreden geçen i_{SC} akımını hesaplayınız (i_{SC} akımının yönü a ucundan b ucuna doğru olacaktır)



$$\begin{bmatrix} 5 + 5 & -5 & 0 \\ -5 & 20 + 5 & -20 \\ 0 & -20 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\ç1} \\ i_{\ç2} \\ i_{\ç3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ v_7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} i_7 &= 2i_1 \\ -i_{\ç3} &= 2(-i_{\ç1}) \end{aligned}$$

$a-b$ kısa devre yapılır.

$$i_N = -i_a |_{v_{ab}=0}$$

1. Satırdan:

$$10i_{\ç1} - 5i_{\ç2} = -1 \rightarrow i_{\ç1} = \frac{-1 + 5i_{\ç2}}{10}$$

$$-i_{\ç3} = 2(-i_{\ç1}) \rightarrow i_{\ç3} = 2 \frac{-1 + 5i_{\ç2}}{10}$$

2. Satırdan:

$$-5i_{\ç1} + 25i_{\ç2} - 20i_{\ç3} = 0$$

$$-5 \frac{-1 + 5i_{\ç2}}{10} + 25i_{\ç2} - 20 \frac{-1 + 5i_{\ç2}}{10} = 0 \rightarrow i_{\ç2} = -\frac{9}{5} A$$

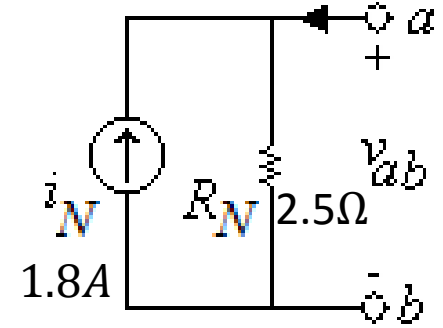
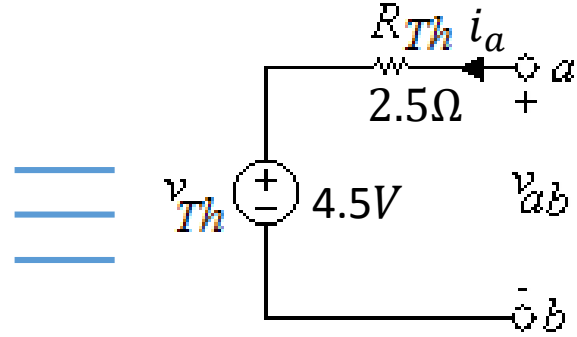
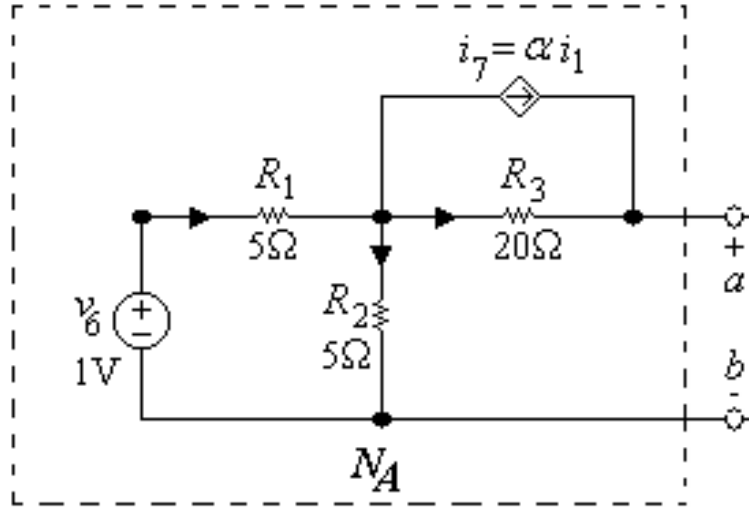
$$i_{kd} = -i_{\ç2}$$



$$i_N = i_{kd} = \frac{9}{5} A$$

DEVRE TEOREMLERİ

N_A 1-kapılısının Norton ve Thévenin eşdeğerlerini bulunuz ve çiziniz.

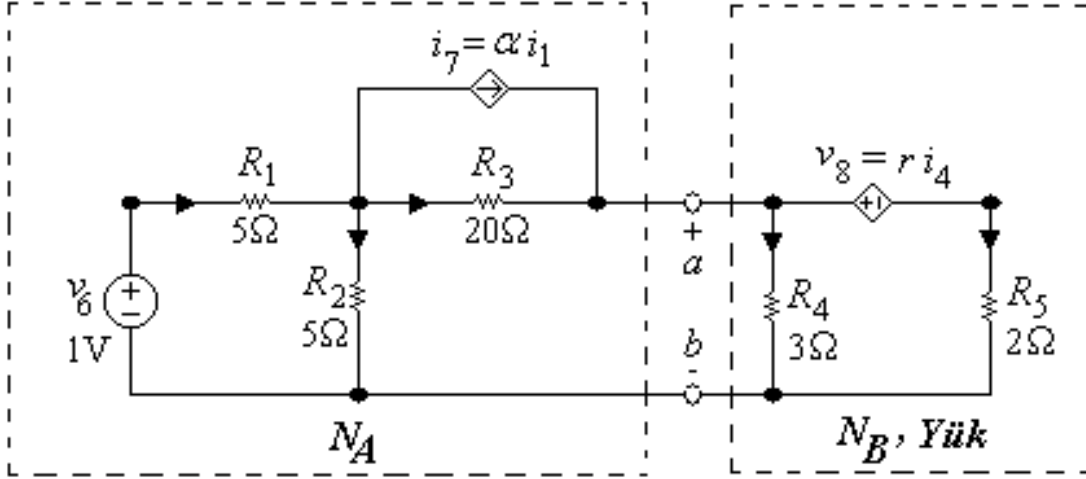


$$v_{Th} = v_{ab}|_{i_a=0} = 4.5V$$

$$i_N = i_{kd} = \frac{9}{5}A$$

$$R_{Th} = \frac{v_{Th}}{i_N} = 2.5\Omega$$

DEVRE TEOREMLERİ

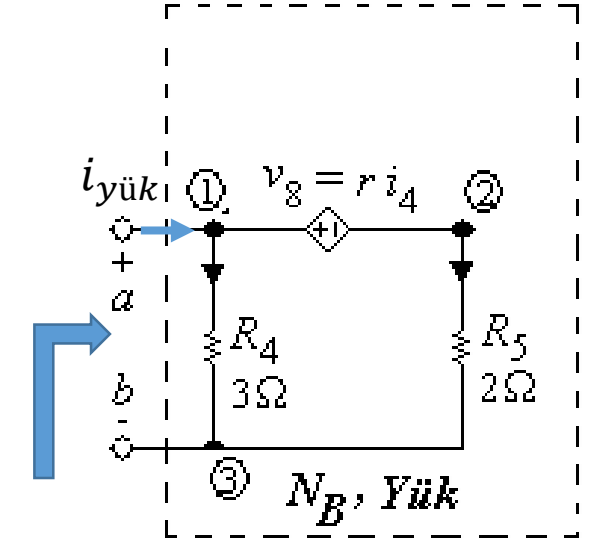


N_B 1- kapılısında harcanan gücün maksimum olabilmesi için r parametresi ne olmalıdır? Bu 1-kapılıda harcanan maksimum gücü hesaplayınız.

Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{d1} \\ v_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{y\ddot{u}k} - i_8 \\ i_8 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} v_8 = r i_4 \\ v_{d1} - v_{d2} = r \frac{v_{d1}}{3} \end{matrix} \Rightarrow v_{d2} = \left(1 + \frac{r}{3}\right) v_{d1}$$

$$R_{y\ddot{u}k} = \frac{v_{ab}}{i_{y\ddot{u}k}}$$



Yüke maksimum güç aktarımı için:

$$\frac{1}{3} v_{d1} + \frac{1}{2} \left(\frac{3+r}{3} \right) v_{d1} = i_{y\ddot{u}k}$$

$$v_{d1}(5+r) = 6i_{y\ddot{u}k} \Rightarrow R_{y\ddot{u}k} = \frac{v_{ab}}{i_{y\ddot{u}k}} = \frac{v_{d1}}{i_{y\ddot{u}k}} = \frac{6}{5+r}$$

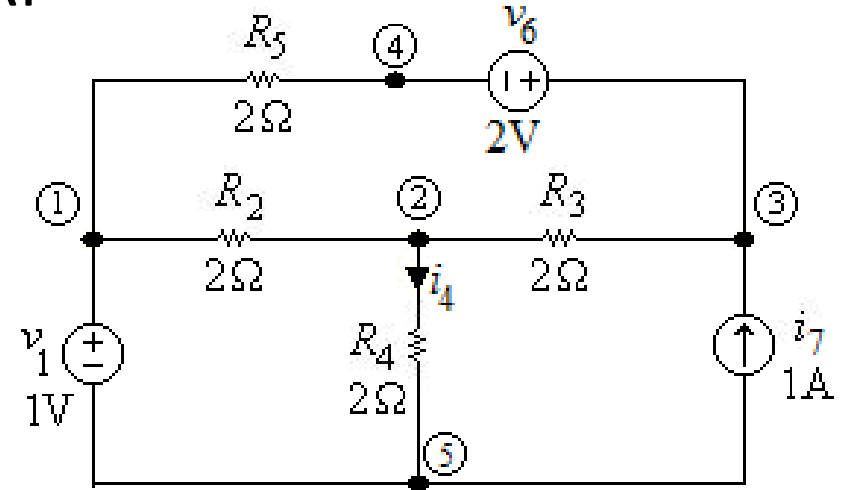
$$R_{y\ddot{u}k} = R_{Th}$$

$$R_{y\ddot{u}k} = R_{Th} = 2.5\Omega$$

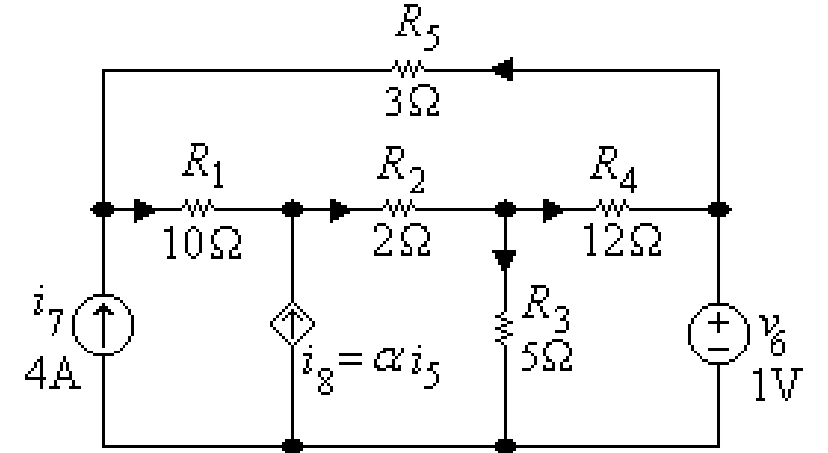
$$\frac{6}{5+r} = 2.5 \Rightarrow r = -\frac{13}{5}$$

ÇALIŞMA SORULARI

1. Yanda verilen devre için;
 - a) i_4 akımını toplamsallık teoreminden faydalanarak bulunuz (15p).
 - b) Çevre akımları yöntemini kullanarak tüm göz akımlarını ve i_4 akımını hesaplayınız (15p).
 - c) v_1 gerilim kaynağının, i_7 akım kaynağının ve R_4 direncinin gücünü hesaplayınız (10p).

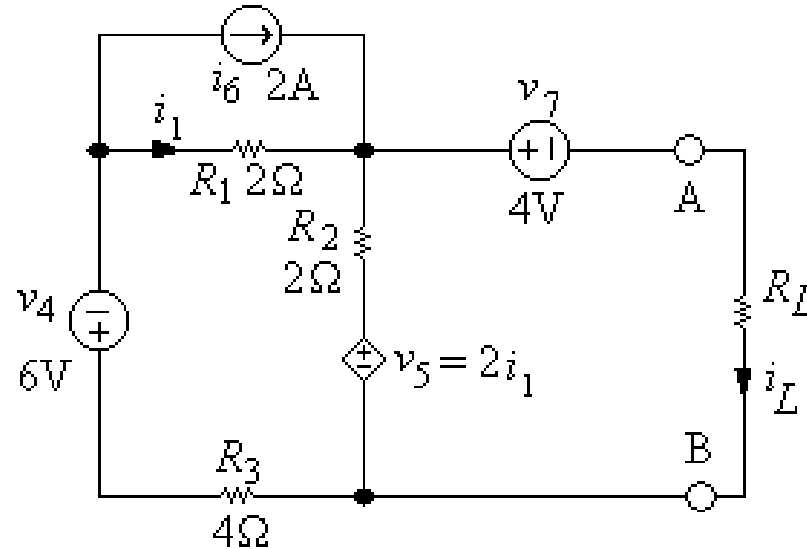


- Yanda verilen devre için;
- a) i_3 akımını toplamsallık (süperpozisyon) teoreminden faydalanarak bulunuz ($\alpha=3$).
 - b) $v_6=2.5$ V, $i_7= 10$ A olması durumunda i_3 akımını hesaplayınız.



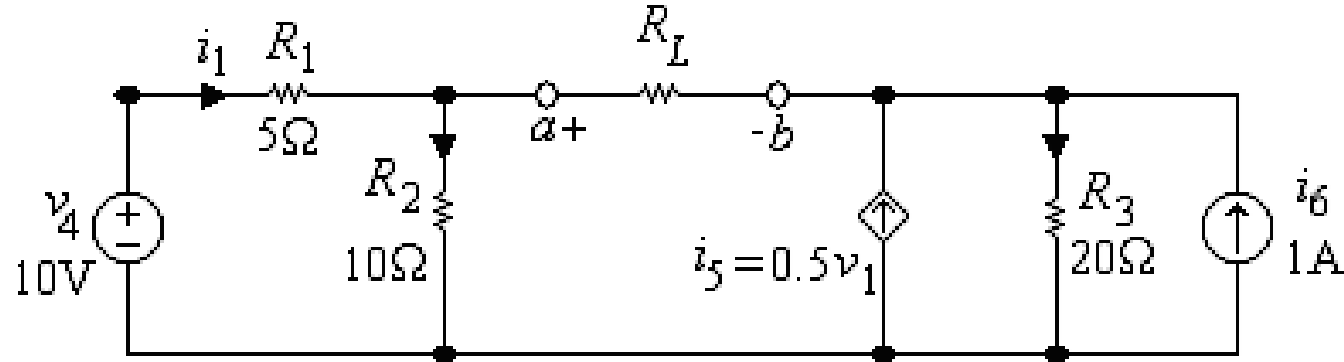
ÇALIŞMA SORULARI

1. Aşağıda verilen devre için;
 - a) $a-b$ uçları açık devre olması halinde, v_{ab} açık devre gerilimini hesaplayınız (10p).
 - b) $a-b$ uçlarına bir kısa devre elemanının bağlanması durumunda, bu kısa devreden geçen i_{SC} akımını hesaplayınız (10p).
 - c) $a-b$ uçlarına bağlı R_L yük direnci dışında kalan devrenin Thévenin ve Norton eşdeğer devrelerini bulunuz ve çiziniz (10p).
 - d) Yük direncine maksimum güç aktarılabilmesi için R_L yük direncinin değeri ne olmalıdır? Bu değer için yük direncinde harcanan güçü ve Thévenin gerilim kaynağında üretilen güçü hesaplayınız (10p).

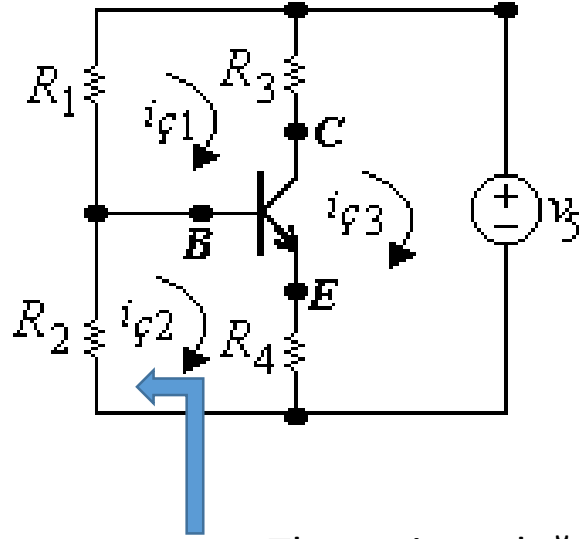


ÇALIŞMA SORULARI

1. Aşağıda verilen devre için;
 - a) $a-b$ uçları açık devre olması halinde, v_{ab} açık devre gerilimini hesaplayınız (10p).
 - b) $a-b$ uçlarına bir kısa devre elemanının bağlanması durumunda, bu kısa devreden geçen i_{SC} akımını hesaplayınız (10p).
 - c) $a-b$ uçlarına bağlı R_L yük direnci dışında kalan devrenin Thévenin ve Norton eşdeğer devrelerini bulunuz ve çiziniz (10p).
 - d) Yük direncine maksimum güç aktarılabilmesi için R_L yük direncinin değeri ne olmalıdır? Bu değer için yük direncinde harcanan gücü ve Thévenin gerilim kaynağında üretilen gücü hesaplayınız (10p).



ÇALIŞMA SORULARI



Thevenin eşdeğer devresini bulunuz?

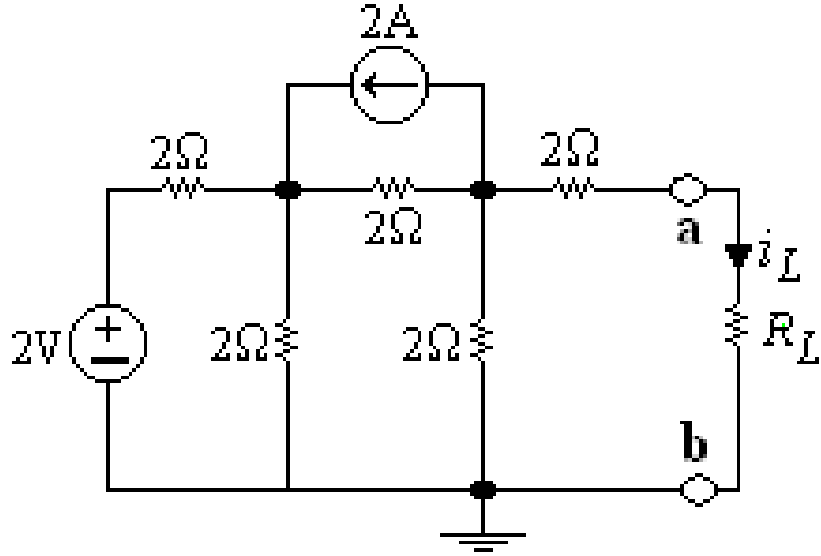
ÇALIŞMA SORULARI

KAYNAK DÖNÜŞÜMLERİ ve EŞDEĞER DEVRELER İLE İLGİLİ ÇALIŞMA SORULARI

1. Aşağıdaki şekilde verilen devrenin;

a) a - b uçlarının solunda kalan kısmının Thevenin eşdeğerini bulunuz (20p).

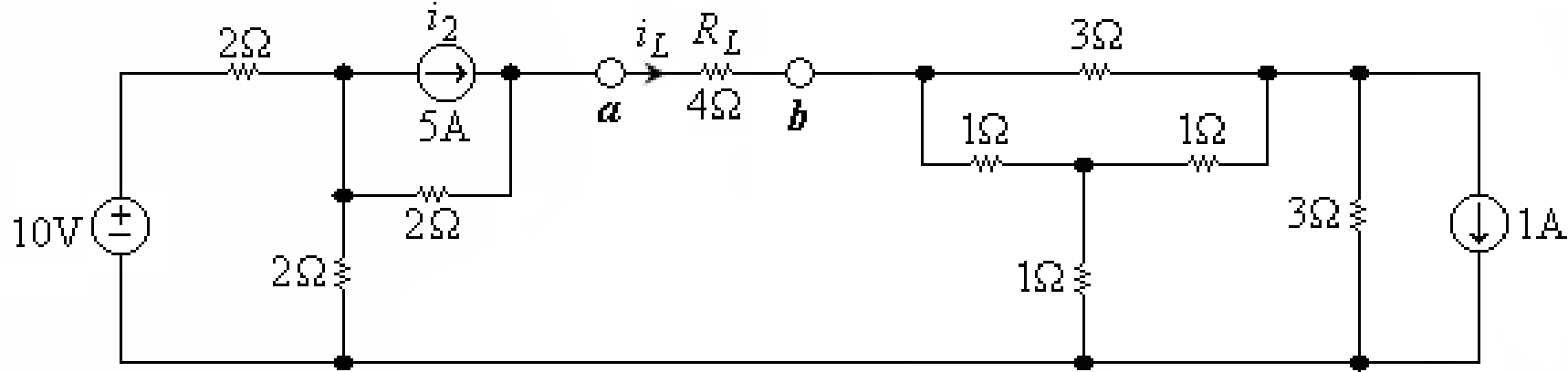
b) Bu eşdeğerdan faydalanarak $R_L=4\Omega$ 'luk yük direncinde harcanan gücü hesaplayınız (10p).



ÇALIŞMA SORULARI

KAYNAK DÖNÜŞÜMLERİ ve EŞDEĞER DEVRELER İLE İLGİLİ ÇALIŞMA SORULARI

1. Aşağıdaki şekilde verilen devrede R_L yük direncine ilişkin $i_L(t)$ akımını, $v_L(t)$ gerilimini ve $p_L(t)$ gücünü hesaplayınız. Devre çözümünde yalnızca eşdeğer devre dönüşümleri kullanılacaktır (30p). Not: Eşdeğer devre dönüşümlerini adım adım gösteriniz (Kaynak dönüşümleri ve üçgen-yıldız dönüşümlerini kullanılacaktır).



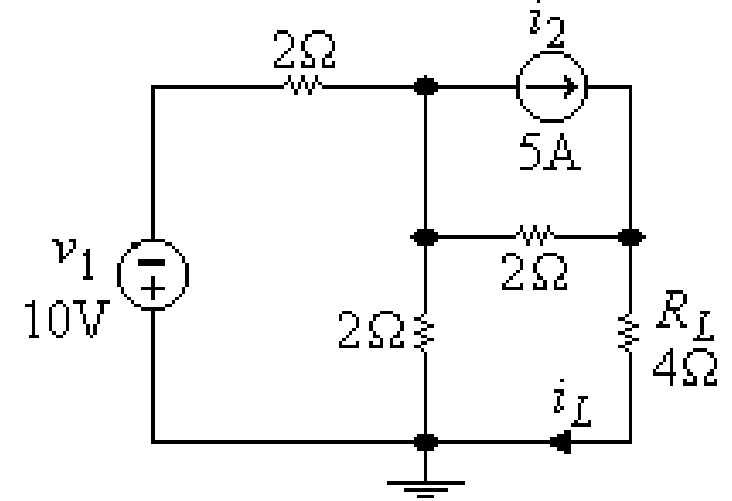
ÇALIŞMA SORULARI

KAYNAK DÖNÜŞÜMLERİ ve EŞDEĞER DEVRELER İLE İLGİLİ ÇALIŞMA SORULARI

1. Yandaki şekilde verilen devrede;

a) Kaynak dönüşümlerinden faydalanarak, $a-b$ uçlarının solunda kalan kısmının Thèvenin ve Norton eşdeğerlerini bulunuz (15p). Not: Eşdeğer devre dönüşümlerini adım adım gösteriniz.

b) Thèvenin eşdeğerinden faydalanarak $R_L=2\ \Omega$ 'luk yük direncinde harcanan gücü hesaplayınız (5p).



2. Aşağıda verilen devredeki $i(t)$ akımı hesaplayınız (15p).

