

KISIM A

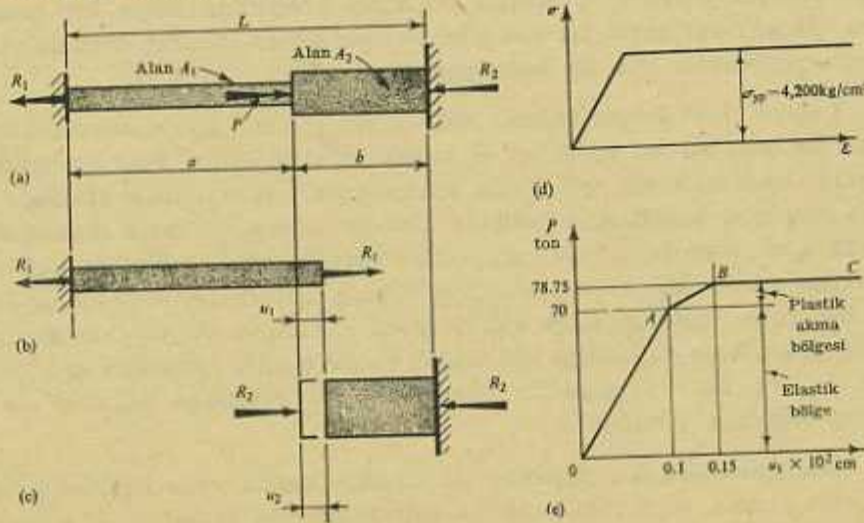
DEPLESMAN BAĞINTILARI YARDIMIYLA ANALİZ

12-2. GENEL YAKLAŞIM

Statiğin denge denklemleri statikçe belirsiz bütün problemlerde geçerli kalır. Bu denklemler, statikçe belirsiz sistemlerin çözümünde gerekli olup yeterli değildirler. Deformasyonun geometrik düşüncesinden hareketle ek denklemler tesis edilebilir. Fizik gerekçelerden dolayı yapı sisteminin belirli elemanı veya parçaları birlikte yer değiştirmek, birlikte dönmek, birlikte genişlemek vb. veya kararlı kalmak zorunda olabilir. Böyle gözlemlerin formülasyonundan aranan denklemler niceliksel olarak elde edilir. Örneğin, bir mafsaldan birleşen elemanların aynı miktarda hareket etme zorunluluğu ibaresi aranan bağıntıyı verir. Böyle kinematik denklemler malzemenin mekanik özellikleriyle ilgili olmadığından yalnız lineer elastik davranışlar ile sınırlandırılmamışlardır.

Eksenel yüklü çubukların lineer deformasyonu, şaftların eksenel dönmesi ve kirişlerin yer değiştirmesinin tayini ile ilgili gerekli yöntemler daha önce incelenmişti. Böyle elemanlara etkiyen kuvvetlerin bilinmeyen büyüklükler olduğunu belirtmek için kullanılan semboller hariç, daha önce geliştirilen bütün yol tarzları burada da uygulanabilir. Daha önce olduğu gibi deformasyonların, sistemin lineer boyutlarına göre küçük olduğu kabul edilecektir.

Denge denklemlerini tamamlayıcı ve deplasman tipi denklemlerin elde ediliş yöntemlerine dair bir seri örnek aşağıda verilmiştir.



Şek. 12-1.

ÖRNEK 12-1 :

Kademeli bir çubuğun iki ucu, sabit iki mesnete ankastre olarak inşa edilmiştir, Şekil 12-1 (a). Soldaki kısmın dikkesit alanı A_1 ve sağdaki kısmın ki de A_2 olarak belirleniyor. (a) Eğer çubuk malzemesinin elastisite modülü E olarak veriliyorsa, kesitin süreklilik noktasına etkiyen P kuvvetinden dolayı hasıl olan R_1 ve R_2 mesnet reaksiyonları nedir? (b) $A_1 = 6.25 \text{ cm}^2$, $A_2 = 12.5 \text{ cm}^2$, $a = 75 \text{ cm}$, $b = 50 \text{ cm}$ ve malzeme Şekil 12-1 (d) de gösterildiği gibi lineer elastik-ideal plastik ise, kademe yerindeki u_1 deplasmanını P kuvvetinin fonksiyonu olarak bulunuz. $E = 21 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ olsun.

ÇÖZÜM :

Hal (a) : İster sağ isterse sol taraf incelensin, P kuvvetinin tatbik edildiği nokta aynı miktarda hareket eder. Çubuğu P de ikiye ayırırsak, Şekil 12-1 (b) ve (c) de gösterilen iki serbest cisim diyagramı elde edilir. Çubuğun sol parçası eksenel R_1 kuvvetine maruz olup u_1 kadar uzar. Sağ taraf ise R_2 basınç kuvvetinin tesiri altında u_2 kadar kısalmır. Fizik gereklerden dolayı iki yer değiştirmenin mutlak değerleri aynı olmalıdır. Statik dengeden :

$$R_1 + R_2 = P$$

elde edilir. Sistemin geometrisinden * : $|u_1| = u_2$ olmalıdır. (4-33) denklemini uygulayarak $u = PL/(AE)$ bulunur ve yukardaki bağıntı aşağıdaki forma indirgenir.

$$\frac{R_1 a}{A_1 E} = \frac{R_2 b}{A_2 E}$$

Bu iki denklemin çözümünden aşağıdaki değerler elde edilir.

$$R_1 = \frac{P}{1 + aA_2/(bA_1)}, \quad \text{ve} \quad R_2 = \frac{P}{1 + bA_1/(aA_2)} \quad (12-1)$$

Hal (b) : Verilen değerler (12-1) denkleminde direkt olarak yerine konursa

$$R_1 = \frac{P}{1 + 75(12.5)/50(6.25)} = \frac{P}{4}, \quad \text{ve} \quad R_2 = \frac{3P}{4}$$

bulunur.

* Çubuğun uzamasını pozitif, kışalmasını da negatif kabul edersek, değişik bir ifade şekli de $u_1 + u_2 = 0$ olup çubuğun bir ucundan diğer ucuna olan toplam yer değiştirmenin sıfır etmesi anlamına gelir.

Şu halde normal gerilmeler :

$$\sigma_1 = \frac{R_1}{A_1} = \frac{P}{25} \quad \text{ve} \quad \sigma_2 = \frac{R_2}{A_2} = \frac{3P}{50} \quad (\text{basınç})$$

$|\sigma_2| > \sigma_1$ olduğundan, akmanın başladığı andaki yük, $\sigma_2 = 4200 \text{ kg/cm}^2$ yazmak suretiyle bulunur. Bu yük altında çubuğun sağ tarafı akma sınırına tam ulaştığından birim şekil değiştirme $\varepsilon_{yp} = \sigma_{yp}/E$ sınır değerine ulaşır. Bu nedenle,

$$P_{yp} = 50 \sigma_{yp}/3 = 70 \text{ t} \quad \text{ve} \quad |u_2| = |u_1| = \varepsilon_{yp} b = 0.1 \text{ cm}$$

Bu miktarlar, Şekil 12-1 (c) deki A noktasının yerini tayin eder.

P yükü 70 tonun üzerinde artmaya devam ederse sağ tarafın taşıyacağı yük sabit olup $R_2 = \sigma_{yp} A_2 = 52.5$ tondur. Bütün çubuğun akmaya başladığı anda sol taraftaki çubuk da akma sınırına ulaşmıştır. Bu durum, $R_1 = \sigma_{yp} A_1 = 26.25$ ton olduğu zaman kendini gösterir ve bu anda sol parçadaki birim şekil değiştirme $\varepsilon_{yp} = \sigma_{yp}/E$ 'ye ulaşmıştır. O halde

$$P = R_1 + R_2 = 78.75 \text{ t} \quad \text{ve} \quad u_1 = \varepsilon_{yp} a = 0.15 \text{ cm}$$

Bu büyüklükler Şekil 12-1 (c) deki B noktasının konumunu tesbit eder. Bu noktanın ilerisinde plastik akma kontrol edilemediğinden, çubuğun nihai veya limit yükü $P = 78.75$ ton olur.

Limit yükün hesabı kolay olmasına rağmen sistemin deformasyon karakteristikleri hakkında hiç bir bilgi temin etmez. Genel halde plastik limit analizi elastik limit analizinden daha basittir. Her iki halde de bu işlem, elastik tipten yer değiştirme-kuvvet bağıntısını izlemekten daha kolaydır.

ÖRNEK 12-2 :

Dikkesit alanı sabit ve A olan bir çubuk iki ucundan birbirine göre hareket etmeyen iki mesnet ile ankastre olarak bağlanmıştır, Şekil 12-2. Singülerite fonksiyonunu kullanarak, eksenel P yükünden hasil olan reaksiyonları tayin ediniz.



Şek. 12-2.

ÇÖZÜM :

(4-32) denklemi problemin çözümü için en uygun diferansiyel denklemdir. Singüler kuvvet ifadesi (12-12) denklemiyle verilir. Problemin ifadesinden sınır koşulları, $u(0) = u(L) = 0$. Bu koşulların her ikisinin de kinematik mahiyette olduğuna dikkat edelim - ki statikçe belirsiz problemler için karakteristik bir özelliktir. Buna göre :

$$AE \frac{d^2 u}{dx^2} = -p_x = -P(x-a)^{-1}. \quad AE \frac{du}{dx} = -P(x-a)^0 + C_1$$

$$AE u = -P(x-a)^1 + C_1 x + C_2$$

$$AE u(0) = C_2 = 0, \quad AE u(L) = -Pb + C_1 L = 0, \quad \text{veya} \quad C_1 = Pb/L$$

$$R_1 = P(0) = \left(AE \frac{du}{dx} \right)_{x=0} = +Pb/L$$

$$R_2 = P(L) = \left(AE \frac{du}{dx} \right)_{x=L} = -P + C_1 = -Pa/L$$

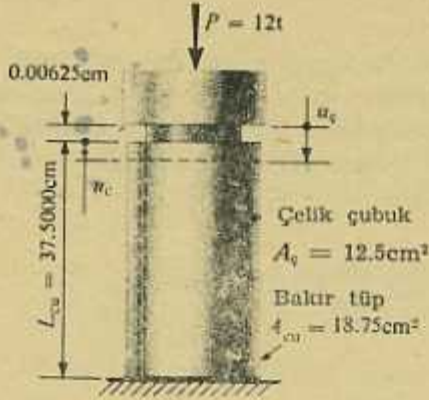
$A_1 = A_2$ ve $a + b = L$ yazılırsa (12-1) denklemi aynı sonucu verir. P nin daha yakın olduğu mesnetteki mesnet kuvvetinin daha büyük olduğuna, yani kuvvetin en rijit hattı takibettiğine işaret edelim.

Eğer çubuğun kesit alanı değişiyor ise yukarıdaki yol tarzı bir önceki örnekte olduğu kadar iyi değildir.

Uçlarından ankastre olarak bağlanmış ve torka maruz şaftlar da statikçe belirsizdir. Bu tip problemlerin çözümü tamamen yukarıdaki örnekteki benzerdir.

ÖRNEK 12-3 :

Kesit alanı 12.5 cm^2 ve uzunluğu 37.50625 cm olan çelik bir çubuk, bakır bir tüp içerisine gevşek bir şekilde konmuştur, Şekil 12-3. Bakır tüpün kesit alanı 18.75 cm^2 ve uzunluğu 37.500 cm dir. Rijit bir başlık yardımıyla sisteme $P=12$ tonluk bir kuvvet tatbik edilirse malzemelerdeki gerilme durumu ne olur? Çelik ve bakırın elastisite modülleri, sıra ile, $E_c = 21 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ ve $E_{cu} = 12 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ farzedilecektir.



Şek. 12-3.

ÇÖZÜM :

Eğer P kuvveti bu küçük boşluğu kapatacak kadar büyükse, çelik çubukta P_c ve bakır tüpte ise P_{cu} kuvvetleri hasıl olacaktır. Bundan başka, yüklemeden sonra çelik çubuk eksenel doğrultuda u_c kadar kısılacaktır ki bu miktar bakır tüpün u_{cu} kısılması ile başlangıç boşluğunun toplamına eşittir. Şu halde

Geometriden : $P_c + P_{cu} = 12000 \text{ kg}$

Statikten : $u_c = u_{cu} + 0.00625$

(4-33) denklemini uygulayarak $u = PL/(AE)$ bulunur ve,

$$\frac{P_c L_c}{A_c E_c} = \frac{P_{cu} L_{cu}}{A_{cu} E_{cu}} + 0.00625$$

$$\frac{37.50625}{12.5(21)10^5} P_c - \frac{37.5}{18.75(12)10^5} P_{cu} = 0.00625$$

veya

$$P_c - 1.167 P_{cu} = 4375 \text{ kg}$$

Bu iki simultane denklemin çözümünden

$$P_{cu} = 3520 \text{ kg ve } P_c = 8480 \text{ kg}$$

elde edilir. Bu kuvvetler ilgili alanlar ile bölündüğünde

$$\sigma_{cu} = 3520/18.75 = 188 \text{ kg/cm}^2 \text{ ve } \sigma_c = 8480/12.5 = 678 \text{ kg/cm}^2$$

gerilmeleri bulunmuş olur. Eğer yukarıdaki gerilmeler, ilgili malzemelerin orantılılık limiti üzerinde, veya tatbik edilen kuvvet bu boşluğu kapatacak kadar büyük değil ise yukarıdaki çözüm geçerli olmaz. Ayrıca, incelenen deformasyon küçük olduğundan $L_c = L_{cu}$ almakla yeter derecede doğru bir sonuç elde edilebilir.

DEĞİŞİK ÇÖZÜM :

Önce (4-33) denklemi kullanılarak bu boşluğu kapatmak için lüzumlu olan F kuvveti bulunabilir. Bu kuvvet oluşurken çubuk bir yay gibi davranır

Adı Soyadı

Görevi

Bölümü

Telefon

E-Posta

Web Sitesi

Alanları

SAATLER	PAZ
09.00-09.50	
10.00-10.50	
11.00-11.50	
12.00-12.50	
13.00-13.50	
14.00-14.50	
15.00-15.50	
16.00-16.50	
17.00-17.50	
18.00-18.50	
19.00-19.50	
20.00-20.50	
21.00-21.50	
22.00-22.50	

ve tatbik edilen kuvvetin bir kısmına karşı koyar. Geri kalan P' kuvveti de çelik ve bakırda aynı u'_c ve u'_{cu} çökmelerine sebep olur.

$$F = \frac{u A_c E_c}{L_c} = \frac{(0.00625) 12.5(21) 10^5}{37.50625} = 4375 \text{ kg}$$

$$P' = P - F = 12000 - 4375 = 7625 \text{ kg}$$

Eğer F ye ek olarak, çeliğini taşıyacağı kuvvet P'_c ve bakır tüpünki de P'_{cu} ile gösterilirse,

$$\text{Statikten: } P'_c + P'_{cu} = P' = 7625 \text{ kg}$$

$$\text{Geometriden: } u'_c = u'_{cu} \text{ veya } \frac{P'_c L_c}{A_c E_c} = \frac{P'_{cu} L_{cu}}{A_{cu} E_{cu}}$$

$$\frac{37.50625}{12.5(21)10^5} P'_c = \frac{37.500}{18.75(12)10^5} P'_{cu}, P'_{cu} = \frac{6}{7} P'_c$$

Bu iki simultane denklemi çözersek, $P'_{cu} = 3520 \text{ kg}$ ve $P'_c = 4105 \text{ kg}$, veya $P_c = P'_c + F = 8480 \text{ kg}$ bulunur.

Eğer $(\sigma_{yp})_c = 2800 \text{ kg/cm}^2$ ve $(\sigma_{yp})_{cu} = 700 \text{ kg/cm}^2$ ise bu kombinezonun taşıyabileceği limit yük aşağıdaki tarzda tayin edilebilir:

$$P_{\text{nihai}} = (\sigma_{yp})_c A_c + (\sigma_{yp})_{cu} A_{cu} = 48125 \text{ kg}$$

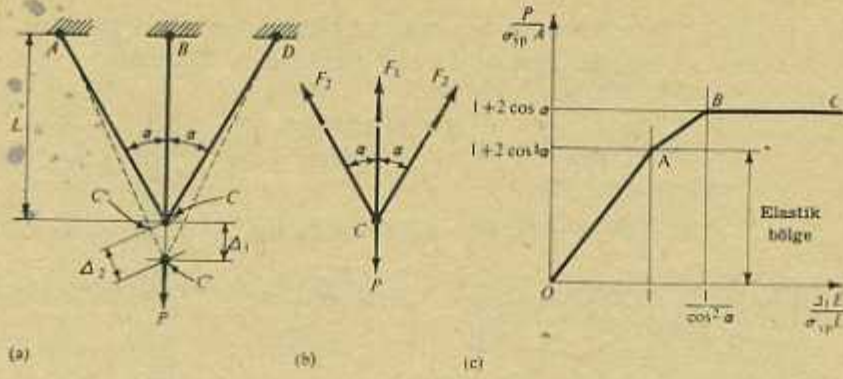
Nihai yük altında her iki malzeme de plastik akmaya maruz kaldığından, başlangıç uzunluğundaki küçük farkların sonuca önemli katkısı yoktur.

ÖRNEK 12-4 :

Elastik-ideal plastik üç çubuk Şekil 12-4 (a) da gösterildiği gibi simetrik olarak bir düzlem içerisinde birleştirilmişlerdir. C birleşim noktasının yük-yer değiştirme karakteristiklerini inceleyiniz. Çubukların dikkesit alanları aynı olup değeri A dır.

ÇÖZÜM :

C birleşim noktasının serbest cisim diyagramı Şekil 12-4 (b) de gösterilmiş olup, küçük deformasyonlar için denge denklemlerinden birisi aşağıdaki formda verilebilir.



Şek. 12-4.

$$F_1 + 2 F_2 \cos \alpha = P \quad (12-2)$$

Malzemenin karakteristiği ne olursa olsun bu bağıntı geçerlidir. Diğer bir bağıntı ise doğrudan doğruya şekil değiştirmenin şiddetine bağlıdır.

Deforme olmuş yapı Şekil 12-4 (a) da kesik AC', BC' ve DC' çizgileriyle gösterilmiştir. BC' çubuğunun uzaması Δ_1 , ve eğimli çubukların ki ise Δ_2 olsun. Geometrik bakımdan uygun bir şekil değiştirme için

$$\Delta_2 = \Delta_1 \cos \alpha \quad (12-3)$$

olmalıdır. Burada incelenen deformasyon küçük olduğu için, A merkezli CC'' yayı, AC' ye dik normalin boyu olarak kabul edilebilir.

Deformasyonlar küçük kaldığı sürece (12-3) denklemi hem elastik hem de elastik olmayan hallere tatbik edilebilir. Elastik bölgelerde (4-33) denkleminin tatbikiyle (eğimli çubukların boyunun $L/\cos \alpha$ olduğuna dikkat ederek)

$$\frac{F_2(L/\cos \alpha)}{AE} = \frac{F_1 L}{AE} \cos \alpha, \text{ yani } F_2 = F_1 \cos^2 \alpha \quad (12-4)$$

elde edilir. (12-2) ve (12-4) denklemlerinin çözümü

$$F_1 = \frac{P}{1 + 2 \cos^3 \alpha} \text{ ve } F_2 = \frac{P}{1 + 2 \cos^3 \alpha} \cos^2 \alpha \quad (12-5)$$

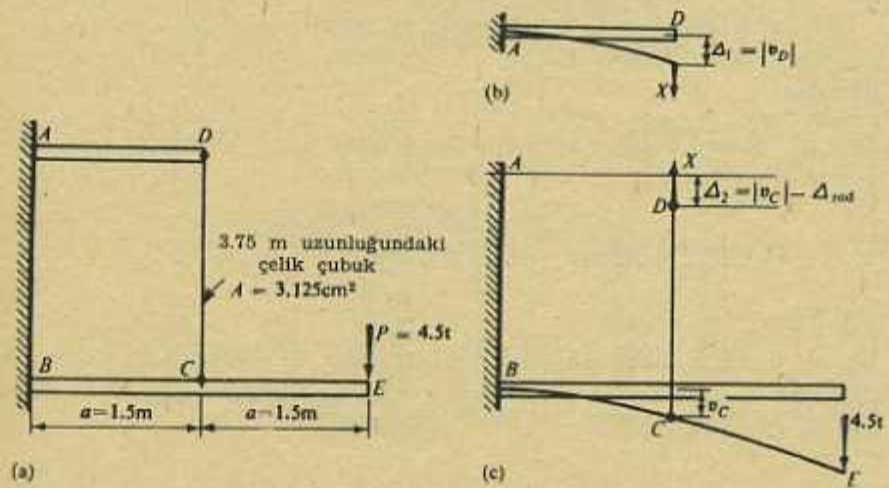
Buradan, maksimum gerilmenin düşey elemanda oluşacağı hemen görülür. Akmanın başlamak üzere olduğu noktada $F_1 = \sigma_{yp} A$ ve $\Delta_1 = (\sigma_{yp}/E) L$ değerini alır. F_1 bilindiğine göre elastik olarak taşınabilecek en büyük P yükü (12-2) ve (12-4) denklemlerinden hemen görülür. $P = \sigma_{yp} A (1 + 2 \cos^3 \alpha)$ olmak üzere bu koşul Şekil 12-4(c) deki A noktasına karşı gelir.

P kuvvetinin değeri düşey çubuktaki akmanın başladığı limitin üzerine çıkartılırsa $F_1 = \sigma_{yp} A$ sabit kalır ve F_2 kuvvetini tayin etmek için de (12-2) denklemi yeterli olur. Eğimli çubukların gerilmesi σ_{yp} oluncaya kadar bunların davranışı elastiktir. Gerilme bu seviyeye geldiğinde çubuktaki kuvvet $F_2 = \sigma_{yp} A$ değerini alır. (12-2) denklemini kullanarak, eğimli çubuklarda akmanın başladığı andaki P kuvvetinin değerinin $P = \sigma_{yp} A (1 + 2 \cos \alpha)$ olduğu hemen görülebilir. Bu koşul, sistemin limit yüküne karşı gelir.

Akmanın başladığı anda çökme $\Delta_2 = (\sigma_{yp}/E) (L/\cos \alpha)$ ile verilir; dolayısıyla (12-3) denkleminde $\Delta_1 = (\sigma_{yp}/E) L/\cos^2 \alpha$ bulunur. Bu değer, Şekil 12-4 (c) deki B noktasının apsisini teşkil eder. Bu noktadan sonra kontrol edilemeyen plastik akma başlar. Yine statikçe belirli sistemler için limit yükün bulunmasının basitliğine işaret edelim.

ÖRNEK 12-5 :

Şekil 12-5 (a) da gösterilen ve eğilme rijitlikleri $EI = 25 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ olan AD ve BE ankastre kirişleri, $E = 21 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ olan bir DC çelik çubuğu ile gerilmiştir. DC çubuğunun uzunluğu 3.75 m ve kesit alanı 3.125 cm^2 dir. E noktasına tatbik edilmiş $P = 4.5$ tonluk bir kuvvetten dolayı AD kirişinin D ucundaki çökmeyi bulunuz.



Şek. 12-5.

ÇÖZÜM :

Yapıyı D noktasından ayırarak Şekil 12-5 (b) ve (c) de gösterilen serbest cisim diyagramlarını elde edelim. Her iki diyagramda da bilinmeyen ola-

rak kalan X kuvveti şekilde gösterildiği gibi etkimektedir (statik şart). İster AD kirişi, isterse DC kirişi düşünölsün müşterek olan D noktası aynı miktarda çöker. Şekil 12-5 (b) deki D noktasının Δ_1 çökmesine tamamiyle X kuvveti sebep olmaktadır. Çubuğun D ucunun Δ_2 çökmesi, BE kirişinin P ve X kuvvetlerinden dolayı meydana gelen v_c çökmesiyle DC çubuğunun uzaması farkına eşittir.

$$\text{Statikten: } X_{AD\text{çökme}} = X_{DC\text{çökme}} = X$$

$$\text{Geometriden: } \Delta_1 = \Delta_2 \text{ veya } |v_D| = |v_c| - \Delta_{\text{çubuk}}$$

Kiriş çökmeleri daha önce incelenen yöntemlerin biriyle hesaplanabilir. Ek'teki Tablo 11 den, bu problemin notasyonlarına göre aşağıdaki bağıntılar elde edilir:

$$v_D = -\frac{Xa^3}{3EI} = -\frac{X \times 150^3}{3 \times 25 \times 10^9} = -45 \times 10^{-6} X \text{ (aşağı)}$$

$$X \text{ ten dolayı: } v_c = +45 \times 10^{-6} X \text{ (yukarı)}$$

$$P \text{ den dolayı: } v_c = -\frac{P}{6EI} [2(2a)^3 - 3(2a)^2a + a^3] = -0.5 \text{ cm (aşağı)}$$

(4-33) denklemini kullanarak

$$\Delta_{\text{çubuk}} = \frac{XL_{CD}}{A_{CD}E} = \frac{X(375)}{3.125(21)10^5} = 57.14 \times 10^{-6} X$$

Buradan

$$45 \times 10^{-6} X = (0.5 - 45 \times 10^{-6} X) - 57.14 \times 10^{-6} X, \quad X = 3395 \text{ kg}$$

ve

$$v_D = -45 \times 10^{-6} \times 3395 = -0.153 \text{ cm (aşağı)}$$

bulunur.

Burada özellikle dikkat edilmesi gereken husus, C noktasındaki çökme, linmeyen X kuvvetinden olduğu kadar ankastre kiriş ucundaki P kuvvetinden de etkilenmektedir.

12-3. SICAKLIKTAN DOĞAN GERİLMELER

Statikçe belirli sistemler, sıcaklık etkisi altında serbestçe uz kısılabildikleri için sıcaklığın sebep olduğu deformasyonları ihmal etmek gerilme analizi açısından bir sakınca yaratmaz. Halbuki statikçe lirsiz sistemlerde cismin belirli doğrultulardaki uzama veya kısılması

kansız yapılmış veya yapay olarak mani olunmuştur. Bu durum çok önemli gerilmelere sebep olabilir; dolayısıyla araştırılması gereklidir.

Sıcaklık değişiminden dolayı meydana gelen serbest yer değiştirmelerin tayini için (4-14) denklemi kullanılabilir. Uzunluğu L ve şekil değiştirmesi üniform olan bir cismin δT sıcaklık değişiminden dolayı lineer Δ deformasyonu

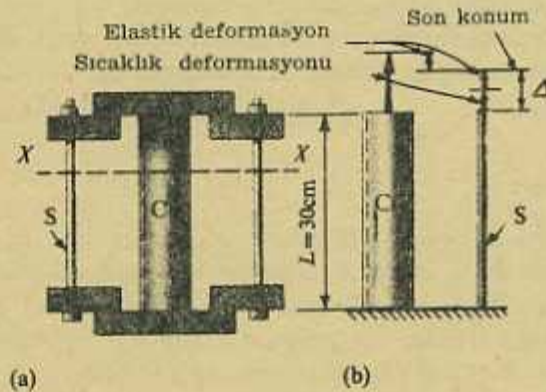
$$\Delta = \alpha(\delta T) L \quad (12-6)$$

ile verilir ki, burada α sıcaklık genleşme katsayısıdır.

Sıcaklık deformasyonlarını içeren belirsiz sistemlerin çözümü daha önce incelenen kavramlardan hareket ile hemen elde edilir. Çözümün detaylarını açıklamak için aşağıdaki iki örneği incelemekte yarar vardır.

ÖRNEK 12-6 :

30 cm uzunluğunda ve dikkesit alanı 18.75 cm^2 olan bakır bir tüp, çelik-nikel karışımından yapılmış (Invar)* iki rijit başlık arasına Şekil 12-6 (a) da gösterildiği gibi yerleştirilmiştir. Tüp eksenine paralel ve 20 mm çapında dört çelik civata ile tüp hafifçe sıkılmıştır. Sistemin sıcaklığı 15°C 'tan 70°C 'a çıkarıldığında tüpteki gerilme-yi bulunuz. $E_{cu} = 12 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $E_c = 21 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $\alpha_{cu} = 0.000016/\text{C}^\circ$ ve $\alpha_c = 0.000012/\text{C}^\circ$ olduğu kabul edilecektir.



Şek. 12-6.

* Invar, bir çelik alaşımı olup normal sıcaklıkta $\alpha \approx 0$ dir. Bu nedenle, saat yayları ve topograf şeritleri yapımında kullanılır.

ÇÖZÜM :

Eğer bakır tüp ve çelik civatalar serbestçe uzayabilselerdi Şekil 12-6 (b) de gösterilen eksenel uzamalar meydana gelecekti. Halbuki tüp ve civataların eksenel deformasyonlarının aynı olması gerektiğinden bakır tüp geri itilecek, civatalar ise uzatılarak aynı miktar deformasyona sahip olmaları temin edilecektir. Bundan başka, topluluğun herhangi bir X — X kesiti yukarısında kalan kısmının serbest cisim diyagramını düşünürsek, bakır tüpteki P_{cu} basınç kuvveti ile çelik civatalardaki P_c çekme kuvvetinin eşit olması gerektiğini görürüz, Şekil 12-6 (a). Şu halde,

$$\text{Statikten: } P_{cu} = P_c = P$$

$$\text{Geometriden: } \Delta_{cu} = \Delta_c = \Delta$$

Şekil 12-6 (b) ye göre, (12-6) ve (4-33) denklemlerinin yardımıyla bu kinematik bağıntı aşağıdaki formu alır :

$$\alpha_{cu} \delta TL_{cu} - \frac{P_{cu} L_{cu}}{A_{cu} E_{cu}} = \alpha_c \delta TL_c + \frac{P_c L_c}{A_c E_c}$$

veya, $\delta T = 55^\circ\text{C}$ ve bir civatanın kesit alanı 3.14 cm^2 olduğundan,

$$16(10)^{-6} 55 - \frac{P_{cu}}{18.75(12)10^3} = 12(10^{-6}) 55 + \frac{P_c}{4(3.14)21(10)^6}$$

Bu iki denklemi çözersek, $P = 2675 \text{ kg}$ elde edilir. Buradan, bakır tüpteki gerilme : $\sigma_{cu} = 2675/18.75 = 143 \text{ kg/cm}^2$ olarak bulunur.

Yukarıda kullanılan kinematik ifade aşağıdaki esasa göre de tesis edilebilir : Sıcaklık değişmesinden dolayı iki malzemedeki genişlemeler farkı, iki malzeme meydana gelen elastik deformasyona eşit veya bu uzamalar tarafından karşılanır.

ÖRNEK 12-7 :

Kesit alanı $A_1 = 6.25 \text{ cm}^2$ olan çelik bir civata, toplam kalınlığı L ve her birinin kesit alanı $A_2 = 56.25 \text{ cm}^2$ olan iki çelik rondeleyi birbirine sıkıca yapıştırmak için kullanılıyor, Şekil 12-7 (a). Eğer bu topluluktaki civata, ön gerilmesi 1400 kg/cm^2 olacak tarzda sıkıştırılmış ise, $P = 6750 \text{ kg}$ şiddetindeki bir yükün tatbikinden sonra civatadaki gerilme ne olur?

ÇÖZÜM :

Topluluğun başlangıç koşullarına ait serbest cisim diyagramı Şekil 12-7 (b) de gösterilmiştir. Burada, I_c civatadaki ön çekme kuvvetini, I_r ise rondel