### Matematiksel Morfoloji

Matematiksel morfoloji, küme teorisi, topoloji ve rastgele fonksiyonlara dayalı bir analiz ve işleme yöntemidir. Geometrik yapılar ile uğraşmaktadır. Matematiksel morfoloji genellikle sayısal görüntülerde kullanılmaktadır. Ayrıca, grafiklerde, yüzey birleştirmelerde ve birçok görüntü işleme uygulamasında da kullanılmaktadır [57].

Devamlılık ve boşluk gibi topolojik ve geometrik kavramlar, şekil, ayrıklık, birleşiklik, uzaklık gibi özelliklerle birlikte matematiksek morfolojiyi karakterize eder. Matematiksel morfoloji görüntülerdeki objeleri görüntünün diğer bölgelerinden ayırt etmek için kullanılmaktadır. Ayrıca görüntüde obje büyüklüğünü bozmadan işlemler yapar. Matematiksel morfoloji ikili görüntüler için bulunmuş, daha sonra gri düzeyli görüntüler için geliştirilmiştir [57].

Morfolojinin temel fikri, daha önceden belirlenmiş bir piksel grubunu görüntü üzerinde gezdirip, ne kadarının uyduğu veya uymadığı durumunu incelemektir [58]. Matematiksel morfoloji uygulamaları, diğer görüntü işleme uygulamalarının genelinde de olduğu gibi ana görüntü üzerinde bir matrisin dolaştırılması ve bazı matematiksel işlemlerin yapılması ile çalışmaktadır.

#### Yapıtaşı Elemanı

Yapıtaşı elemanı (Structuring Element), görüntü işlemede kullanılan ve ana görüntü üzerinde dolaştırılan matrisin morfoloji için özelleştirilmiş halidir. Farklı şekillerde ve büyüklüklerde olabilmektedir. Bunların bir merkez noktası bulunmakta olup, işlenecek resmin her bir pikseli bu noktaya oturtularak işlem yapılmaktadır [58]. Yapıtaşı elemanları farklı şekillerde olabilmektedir. Belli başlı örnekler aşağıdaki gibidir.

D:\Akademik\TEZ\SE.tif

Şekil 3. 16 Morfolojik yapıtaşı elemanı örnekleri

Yapıtaşı elemanının şeklinin seçilmesi uygulamada istenilen sonuca göre değişebilmektedir. Aşağıdaki örnekte yuvarlak objelerin görüntüden ayırt edilmesi istendiğinde, yuvarlak objenin, buna uygun matematiksel morfolojik operatör kullanılması sonucunda ayırt edilebildiği görülmüştür. Aynı şekilde, çizgi şeklinde olan bir obje görüntüden ayırt edilmek istendiği zaman, çizgi şeklinde ve yönü de ayırt edilmek istenen obje ile aynı yönde olan, birden fazla yapıtaşı elemanı, uygun matematiksel morfoloji operatörü ile birlikte kullanılarak sonuca gidilmiştir.

D:\Akademik\TEZ\SE4.tif

Şekil 3. 17 Yapıtaşı elemanının matematiksel morfolojiye etkisi

#### İkili Kodlanmış Görüntülerde Matematiksel Morfoloji Operatörleri

Tüm morfoloji operatörlerinde yapıtaşı elamanı ikili görüntü üzerinde dolaşırken tam uyumluluk arar. Yapıtaşı elemanı ile ana görüntünün çakışan kısımları bire-bir eşitse operatör işlemini gerçekleştirir.

Matematiksel morfoloji görüntüdeki, sınırlar (borders), iskelet (skeleton) gibi yapıların tanımlanması ve çıkartılması, gürültü giderimi, bölütleme gibi uygulamalar için gerekli bir araçtır. Bu araç kullanılırken bilim adamları tarafından geliştirilmiş bazı hazır operatörler bulunmaktadır. Bu operatörler aşağıdaki gibidir [58].

#### Aşınma (Erode) ve Genişleme (Dilate) Matematiksel Morfoloji Operatörleri

Aşınma ve genişleme, matematiksel morfolojinin en temel işleçleridir. F1 ve F2, birer küme olmak üzere, her (F1, F2) iki-değerli görüntü ikilisi için, ötelenmeden etkilenmeyen her aşınma , ε , her genişleme , δ , aşağıdaki şekillerde ifade edilir [59]:

[59] (3.2)

[59] (3.3)

B, bir yapıtaşı elemanıdır [59].

Aşınma işleminde, yapıtaşı elemanının görüntü üzerindeki kısım ile tamamen uyuşması durumunda, yapıtaşı elemanının merkez noktası dışındaki yerler arka plan halini alır. Obje de operatörün adından da anlaşıldığı gibi bir aşınma meydana gelir. Aşağıda kullanılan yapıtaşı elemanı ve görüntü üzerinde dolaşması durumunda aşınma sonucunda nasıl bir sonuç doğuracağı gösterilmiştir. Koyu mavi ile temsil edilen yerler, mevcut görüntüdeki objeyi, açık mavi ile temsil edilen yerler, arka planı, turuncu ile ifade edilen yerler ise görüntünün son halini göstermektedir [59].

D:\Akademik\TEZ\örnekte kullanılan SE.tif

Şekil 3. 18 Örneklerde Kullanılan Morfolojik yapıtaşı elemanı

D:\Akademik\TEZ\aşınma.tif

D:\Akademik\TEZ\aşınma2.tif

Şekil 3. 19 Aşınma operatörünün kullanıldığı görüntü, yapıtaşı elemanının çalışması ve sonuç görüntü

Genişleme işleminde, yapıtaşı elemanı görüntü üzerinde dolaşırken, yapıtaşı elemanının merkezi ile obje çakıştığı anda yapıtaşı elemanı kadar genişleme olduğu gözlemlenir. Böylece her bir piksel yapıtaşı elemanı kadar büyür. Sonuç olarak arka plan küçülmüş ve obje büyümüştür. Aşağıda kullanılan yapıtaşı elemanı ve görüntü üzerinde dolaşması durumunda aşınma sonucunda nasıl bir sonuç doğuracağı gösterilmiştir. Koyu mavi ile temsil edilen yerler, mevcut görüntüdeki objeyi, açık mavi ile temsil edilen yerler, arka planı, turuncu ile ifade edilen yerler ise görüntünün son halini göstermektedir.

D:\Akademik\TEZ\genişleme.tif

D:\Akademik\TEZ\genişleme2.tif

Şekil 3. 20 Genişleme operatörünün kullanıldığı görüntü, yapıtaşı elemanının çalışması ve sonuç görüntü

#### Açılış (Open) ve Kapanış (Close) Matematiksel Morfoloji Operatörleri

F ο B = (F Θ B) ⊕ B birleşimi açılış (veya morfolojik açılış) , α , F • B = (F ⊕ B) Θ B birleşimi kapanış (veya morfolojik kapanış) , κ , olarak adlandırılır [59].

Bir F şeklini bir B yapıtaşı elemanıyla açmak F'nin B'den küçük tüm bileşenlerini çıkarır. Açma işleminden sonra F'nin B'nin herhangi bir ötelenmiş yansımasını içeren bir bileşeni kalmaz. Böylece, açma işleci, bir düzeltici filtre gibi davranır. Düzeltmenin miktarı ve tipi, kullanılan yapıtaşı elemanının şekli ve büyüklüğü tarafından belirlenir. Bir F şeklini bir B yapıtaşı elemanıyla kapamak Fc 'nin B- 'den küçük tüm bileşenlerini çıkarır. Kapama işleminden sonra Fc'nin B-'nin herhangi bir ötelenmiş yansımasını içeren bir bileşeni kalmaz [59].

Temel olarak açılış operatörü, aşınma ve genişleme operatörlerinin peş peşe kullanılması ile oluşturulmuş bir matematiksel morfoloji operatörüdür. Aşınma ve genişleme operatöründen en büyük farkı obje ve arka planda çok küçük miktarda değişiklik olmasıdır. Operatördeki prensip, yapıtaşı elamanından daha az piksele sahip grupların elenmesi diğer yerlerin ise aynı şekilde kalmasıdır (Şekil 3.21).

D:\Akademik\TEZ\açılma.tif

Şekil 3. 21 Açılış operatörünün kullanıldığı görüntü ve sonuç görüntü

Kapanış operatörü, açılış operatörünün tam tersi olan, genişleme ve aşınma operatörlerinin peş peşe kullanılmasından oluşmuştur. Kapanım operatöründeki asıl amaç, adından da anlaşılacağı gibi boşlukları kapatmaktır. Ancak bu matematiksel morfoloji operatörünün başarılı olduğu nokta, yalnızca obje dâhilinde bulunan boşlukları giderebilmesidir. Daha önce kullanılan örnek görüntüde boşluk olmadığı için açılış operatörünün sonuç görüntüsü kapanış operatörünün giriş görüntüsü olarak kullanılmıştır (Şekil 3.22).

D:\Akademik\TEZ\kapanma.tif

Şekil 3. 22 Kapanış operatörünün kullanıldığı görüntü ve sonuç görüntü

#### Diğer Matematiksel Morfoloji Operatörleri

Temel matematiksel morfolojik operatörler dışında, birçok farklı uygulamalarda kullanılan ancak yapılan çalışmada kullanılmayan matematiksel morfolojik operatörler de vardır. Bu operatörler [59];

* Vurma ve kaçırma operatörü
* İnceltme operatörü
* İskelet (Orta Aks) operatörü
* Yoğunlaştırma operatörü

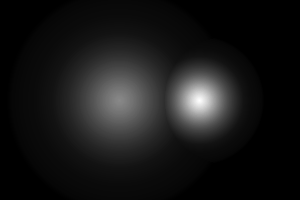
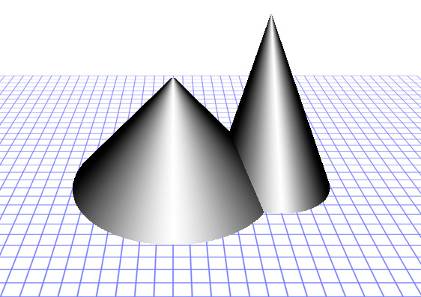
D:\Akademik\TEZ\diğer morf.tif

Şekil 3. 23 Diğer Matematiksel morfoloji operatörleri [59]

#### Gri düzeyli görüntülerde Matematiksel Morfoloji

Morfolojik operatörler ikili kodlanmış görüntülerde kullanılabileceği gibi, gri düzeyli görüntülerde de kullanılabilmektedir. Operatörlerin etkileri ikili görüntüler ile benzer sonuçlar doğurmaktadır.

Gri düzeyli görüntülerde, yapıtaşı elemanı alınmak istenen sonuca göre ikili kodlanmış olarak veya gri değerli olarak seçilebilmektedir.

****

Şekil 3. 24 Gri değerli yapıtaşı elemanı Örneği