



Güvenilirlik ve Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması

Prof. Dr. U. Doğan & Prof. Dr. C. Aydın

YTÜ-Harita Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı
İstanbul, Mart 2021

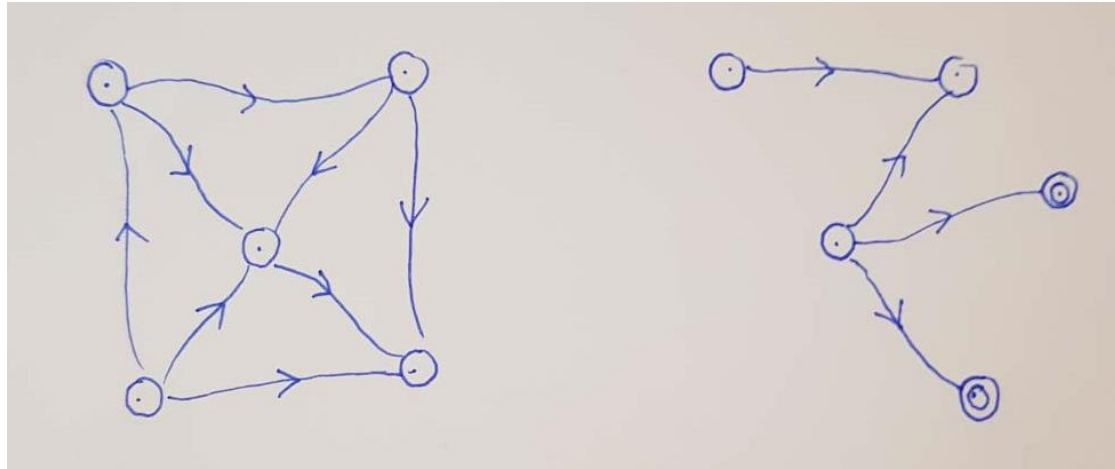
Güvenilirlik Kavramı

- Arazi ölçmelerinde ne kadar dikkatli olunursa olunsun, bir jeodezik ağdaki ölçüler arasında uyuşumsuz (kaba hatalı) olan ölçüler olabilir.
- Jeodezik ağ bu olası kaba hatalara karşı dayanıklı olacak şekilde tasarlanmalıdır.
- Bu dayanıklılık **güvenilirlik ölçütleri** ile tanımlanır.
- Jeodezik ağın olası kaba hatalara karşı dayanıklı olmasını sağlamanın en pratik yolu, ağ noktaları arasında mümkün mertebe tüm bağlantıları sağlamak, yani –olabildiğince- ağı çok üçgen ve luplarla tasarlamaktır. Tek taraflı ölçü ya da nivelmanda bir noktadan olan tek bir bağlantı, ilgili ağı olası kaba hatalar karşısında zayıf düşürür.

Güvenilirlik Kavramı

Jeodezik ağ dengeleme terminolojisinde söz konusu dayanıklılık, güvenilirlik terimi ile ifade edilir.

Buna göre, ***güvenilirliği zayıf*** ya da ***güvenilirliği yüksek*** ağlardan söz edilebilir.



Yüksek Güvenilirlik

Çok Zayıf Güvenilirlik

Güvenilirlik Ölçütleri

Güvenilirliği ölçmek için üç ölçüt kullanılır:

- ✓ **Redündans payı** (Fazla ölçü payı)
- ✓ **İç güvenilirlik ölçütü**
- ✓ **Dış güvenilirlik ölçütü**

Güvenilirlik Ölçütleri: Redündans payı

- Redündans payı, **bir ölçünün kaba hatalar bakımından kontrol edilebilirlik (denetlenebilirlik) derecesidir**. En temel güvenilirlik ölçütüdür.
- Her bir ölçünün redündans payı (r) aşağıda gibi hesaplanır:

KONTROL: Redündans paylarının toplamı, serbestlik derecesine eşittir. (ki serbestlik derecesi, fazla ölçü sayısı anlamındaki **redündans** olarak da adlandırılır)

Doğrultu ve doğrultu-kenar ağlarında indirgenmiş düzeltme denklemleri kullanılıyorsa, bu toplam, **A** katsayılar matrisinin **satır sayısı-sütun sayısı** farkına eşittir.

$$r_1 = 1 - \bar{Q}_{l_1 l_1} P_1$$

$$r_2 = 1 - \bar{Q}_{l_2 l_2} P_2$$

$$\vdots$$

$$r_n = 1 - \bar{Q}_{l_n l_n} P_n$$

+

$$[r] = n - [\bar{Q}P] = n - u$$

$$\bar{Q}_{ll} = A Q_{xx} A^T$$

$\bar{Q}_{l_i l_i} \rightarrow$ Dengeli ölçünün ağırlık katsayısı

Güvenilirlik Ölçütleri: *Redündans payı*

- ✓ r redündans payı 0 ile 1 arasındadır.
- ✓ Bir ölçüdeki kaba hata (∇l) onun düzeltmesine

$$\Delta v = -r(\nabla l)$$

şeklinde yansır. Bu nedenle redündans payı 0 olan bir ölçüdeki kaba hata, onun düzeltmesinde kaybolur. Bir başka deyişle, o kaba hatayı belirlemek imkansızlaşır. Tersine, 1 olması durumunda, o kaba hata, ölçünün düzeltmesine %100 oranında yansır.

- ✓ Ancak, bir ağdaki ölçülerin eş redündans paylı olması istendiğinde her bir ölçünün redündans payı en ideal durumda u/n kadar olur. $u < n$ olduğu için, 1 eş redündans payı elde edilemez.
- ✓ Redündans paylarının miktarına göre bir derecelendirme yapılır.



Güvenilirlik Ölçütleri: *Redündan payı/Denetlenebilirlik skalası*

Kaba Hatalara Karşı Denetlenebilirlik



Güvenilirlik Ölçütleri: *İç güvenilirlik ölçütü*

- ✓ İstatistikte genliği 3σ ve daha büyük olan hatalar kaba hata olarak adlandırılır.
- ✓ Jeodezik ağlarda, ileride anlatılacak yöntemlerle **belirlenebilecek en küçük kaba hata miktarı**, o ölçünün standart sapmasına (σ_i 'ye) ve redüdüans payına (r_i 'ye) bağlıdır:



4.13 değeri, %80 test gücü ve %0.1 yanlışma olasılığına karşılık gelen tek boyutlu dış merkezlik parametresidir.

$$\nabla l_{min,i} = 4.13 \frac{\sigma_i}{\sqrt{r_i}} \quad (i=1, \dots, n)$$

İç güvenilirlik ölçütü

- ✓ Bu büyüklük, **İç güvenilirlik ölçütü** olarak adlandırılır: Her bir ölçü için ne kadar küçükse, ağın iç güvenilirliği o kadar yüksektir. Dolayısıyla, redüdüans payları yüksek ve yüksek prezisyonlu ölçülerden oluşan bir ağda iç güvenilirlik de yüksek olur.

Güvenilirlik Ölçütleri: *Dış güvenilirlik ölçütü*

- ✓ Redüdens payının düşük olmasından dolayı, her kaba hata belirlenemez. Örneğin, bir önceki yansıda belirtilen iç güvenilirlik ölçütünden daha küçük kaba hatalar, ileride anlatılacak yöntemlerle ortaya çıkarılamaz.
- ✓ Belirlenemeyen kaba hatalar, nokta koordinatlarını etkiler. Belirlenemeyen kaba hataların koordinatlara olan etkisi, **dış güvenilirlik ölçütü** ile tanımlanır.



Bu ölçüt, İngilizce kaynaklarda «global external reliability», Almanca kaynaklarda «Netzverzerrung» olarak adlandırılır.

$$\bar{\delta}_{0,i} = 4.13 \sqrt{\frac{1-r_i}{r_i}} \quad (i=1, \dots, n)$$

Dış güvenilirlik ölçütü

- ✓ Her bir ölçü için bu ölçüt ne kadar küçükse, dış güvenilirlik o kadar yüksek olur. Bu ölçüt de yine ölçünün redüdens payına bağlıdır; redüdens payları yüksek olan ölçülere sahip bir jeodezik ağda dış güvenilirlik o denli yüksektir.

Güvenilirlik Ölçütleri: *İdeal bir jeodezik ağ*

İdeal bir jeodezik ağda güvenilirlik ölçütleri aşağıdaki gibi olmalıdır:

✓ *Redündans payları* → 0.3'den büyük

✓ *İç güvenilirlik ölçütleri* → $6-8\sigma_i$

✓ *Dış güvenilirlik ölçütleri* → 8-10



Güvenilirlik ölçütleri ilke olarak bir **SERBEST AĞ Dengelemesinde** ele alınır.

Zorlamasız klasik dengeleme, tüm-iz minimum ya da kısmi-iz minimum çözümünden herhangi biri kullanılabilir. Üç çözümde de özdeş sonuçlar elde edilir.

Güvenilirlik Ölçütleri: *Uygulama-1 (Demirel, 2009)*

UYGULAMA-1 Dört noktalı bir nivelman ağına ilişkin zorlamasız klasik dengeleme **A** katsayılar matrisi, ölçülerin ağırlık matrisi **P** ve düzeltme vektörü aşağıda verilmektedir.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{P} = \text{diag} (1 \ 1 \ 4 \ 4), \mathbf{v} = [-0.72 \ -0.72 \ -0.18 \ -0.18]^T$$

Fazla ölçü paylarını, iç ve dış güvenilirlik ölçütlerini belirleyiniz.

Güvenilirlik Ölçütleri: *Uygulama-1 (Demirel, 2009)*

ÇÖZÜM:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 4 \\ 4 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_{xx} = \mathbf{N}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.600 & -0.400 & -0.100 \\ -0.400 & 0.600 & -0.100 \\ -0.100 & -0.100 & 0.225 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{ll} = \mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 0.600 & -0.400 & -0.100 & -0.100 \\ & 0.600 & -0.100 & -0.100 \\ \text{Sim.} & & 0.225 & -0.025 \\ & & & 0.225 \end{bmatrix}$$

Dengeli Ölçülerin Ağırlık Katsayıları Matrisi

Güvenilirlik Ölçütleri: *Uygulama-1 (Demirel, 2009)*

ÇÖZÜM:

$$[P_{VV}] = 1.2960$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{[P_{VV}]}{n-u}} = \sqrt{\frac{1.2960}{4-3}} = 1.14$$

i	P	Q _U	r=1-Q _U P	Yorum	İç güvenilirlik	Dış güvenilirlik
1	1	0.600	0.40	İyi denetlenebilirlik	7.44	5.06
2	1	0.600	0.40	İyi denetlenebilirlik	7.44	5.06
3	4	0.225	0.10	Zayıf denetlenebilirlik	7.44	12.39
4	4	0.225	0.10	Zayıf denetlenebilirlik	7.44	12.39

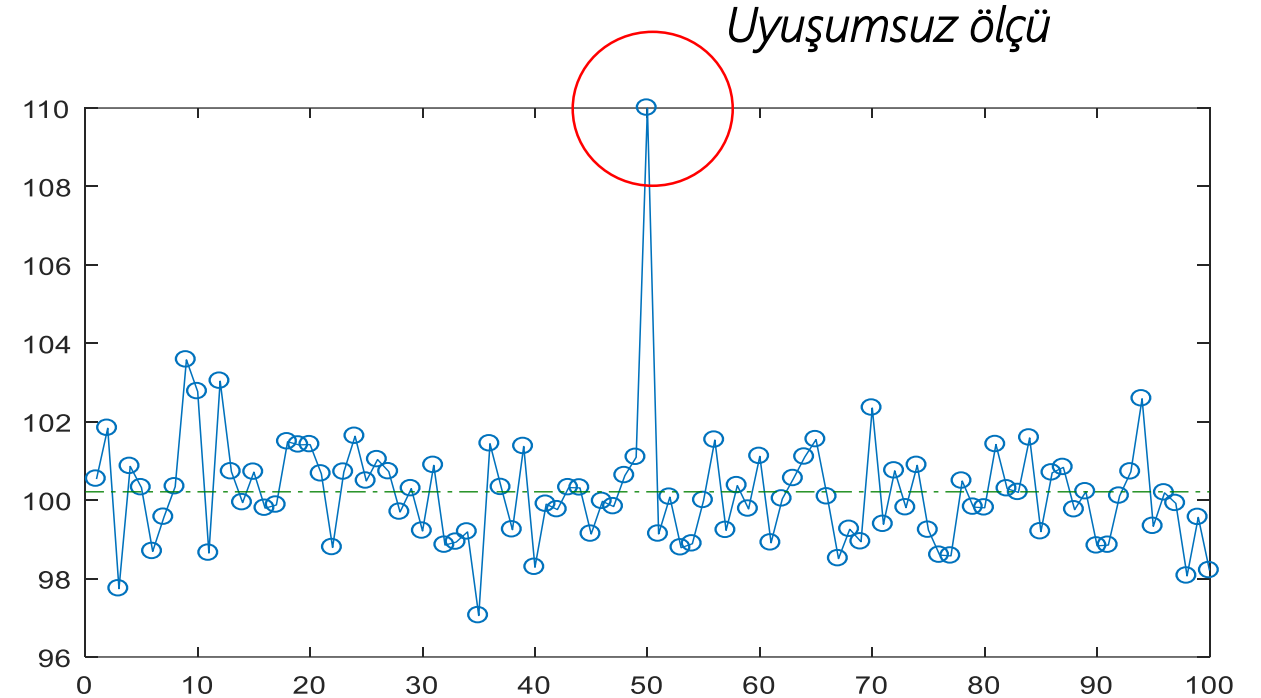
$$\nabla l_{min,i} = 4.13 \frac{\sigma_i}{\sqrt{r_i}}$$

$$\bar{\delta}_{0,i} = 4.13 \sqrt{\frac{1-r_i}{r_i}}$$

σ_i yerine $s_i = s_0 / \sqrt{P_i}$ kullanılabilir.

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması

- İstatistikte genliği 3σ ve daha büyük olan hatalar kaba hata olarak adlandırılır.
- Jeodezik ağlarda önceki slaytlarda verilen iç güvenilirlik ölçütüne eşit veya daha büyük genliğe sahip hatalar kaba hata olarak tanımlanır.
- Kaba hatalı olan ölçülere **uyuşumsuz ölçü** denir.
- Uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi uyuşumsuz ölçülerin araştırılması olarak adlandırılır.
- **Uyuşumsuz ölçülerin araştırılması için öncelikle SERBEST AĞ DENGELEMESİ yapılır (Zorlamasız, tüm-iz ya da kısmi-iz çözümü. Üç çözümden biri kullanılabilir.)**



*Bir büyüklüğün 100 kez gözlenmesi
sonucunda elde edilen ölçüler*

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Test yöntemleri*

- Uyuşumsuz ölçülerin araştırılması için birçok yöntem bulunur.

Robust yöntemler (M-Estimation, L1 Norm, Lp norm vd.)

Klasik jeodezik yöntemler (Baarda, Pope, t-testi)

- Burada klasik jeodezik yöntemler açıklanacaktır.

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: [1] Baarda yöntemi

- İsmi ünlü Hollandalı jeodezici Baarda'dan alan bu yöntemde (**data snooping** olarak da adlandırılır) öncelikle **global test** yapılır.
- Global test:



$\chi^2_{f,1-\alpha}$: Ki-kare dağılımının α yanılma olasılığına ve f serbestlik derecesine karşılık gelen güven sınır değeridir.

α , genellikle %1 ya da %5 seçilir.

Matlab'de

```
>>chi2inv(1- $\alpha$ , f)
```

ile hesaplanır.

$$T_{global} = \frac{fs_0^2}{\sigma_0^2} = \frac{[pvv]}{\sigma_0^2} \leq \chi_{f,1-\alpha}^2 \Rightarrow$$

Ağda uyuşumsuz ölçü yok

$$T_{global} = \frac{fs_0^2}{\sigma_0^2} = \frac{[pvv]}{\sigma_0^2} > \chi_{f,1-\alpha}^2 \Rightarrow$$

Ağda uyuşumsuz ölçü var



Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: [1] Baarda yöntemi

- Global test, uyumsuz ölçü var sonucunu vermişse, her bir ölçü için aşağıdaki test büyüklüğü (**Baarda normlandırılmış düzeltmesi**) hesaplanır:



3.29 değeri, standart normal dağılımın %0.1 tek boyutlu testin yanılma olasılığına karşılık gelen güven sınır değeridir.

Matlab'de

```
>>norminv(1-0.001/2)
```

ile hesaplanır.

$$\bar{V}_{i,B} = \frac{|v_i|}{\sigma_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (i=1, \dots, n)$$

Düzeltilmenin ağırlık katsayısı
(korelasyonsuz ölçüler için):

$$Q_{v_i v_i} = \frac{1}{P_i} - \bar{Q}_{l_i l_i} = \frac{r_i}{P_i}$$

- Normlandırılmış düzeltmesi 3.29'dan büyük olan ölçüler tespit edilir. Bunlardan **normlandırılmış düzeltmesi en büyük olan** ölçünün kaba hatalı olduğu sonucuna varılır. İlgili ölçü ya yeniden ölçülür ya da ölçülerden çıkarılarak yeniden bir dengeleme ve uyumsuz ölçü araştırması yapılır. Bu işlem uyumsuz ölçü kalmayıncaya kadar sürdürülür. (**bölüm sonundaki akış şemasına bakınız**)

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: [2] Pope yöntemi

- Pope yönteminde global test yoktur. Her bir ölçü kuşkuyla görülür. Her bir ölçü için aşağıdaki test büyüklüğü (**Pope normlandırılmış düzeltmesi**) hesaplanır.

$$\bar{V}_{i,P} = \frac{|v_i|}{s_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (i=1, \dots, n)$$

Düzeltilmenin ağırlık katsayısı
(korelasyonsuz ölçüler için):

$$Q_{v_i v_i} = \frac{1}{P_i} - \bar{Q}_{l_i l_i} = \frac{r_i}{P_i}$$

- Normlandırılmış düzeltmesi **tau dağılımının** $\tau_{f,1-\alpha_0}$ **güven sınırından** (hesabı için bir sonraki sayfaya bakınız) büyük olan ölçüler tespit edilir. Bunlardan **normlandırılmış düzeltmesi en büyük olan** ölçünün kaba hatalı olduğu sonucuna varılır. İlgili ölçü ya yeniden ölçülür ya da ölçülerden çıkarılarak yeniden bir dengeleme ve uyuşumsuz ölçü araştırması yapılır. Bu işlem uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar sürdürülür. (**bölüm sonundaki akış şemasına bakınız**)

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: [2] Pope yöntemi/Tau dağılımı sınır değeri

- Pope yönteminde kullanılan tau dağılımı sınır değeri aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\tau_{f,1-\alpha_0} = \sqrt{\frac{f F_{1,f-1,1-\alpha_0}}{f-1+F_{1,f-1,1-\alpha_0}}}$$

$F_{1,f-1,1-\alpha_0}$: F dağılımının $\alpha_0 = \frac{0.05}{n}$ yanılma olasılığı, 1 ve f serbestlik derecelerine karşılık gelen güven sınır değeridir.

Matlab'de

```
>>finv(1-0.05/n,1,f-1)
```

ile hesaplanır.

Bu değerin hesaplanması için Matlab file Exchange web sayfasından `taucv.m` fonksiyonu da kullanılabilir.



Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: [3] *t*-testi yöntemi

- t-testi yönteminde global test yoktur; Pope yöntemine benzer. Her bir ölçü kuşkuyla görülür. Her bir ölçü için aşağıdaki test büyüklüğü (***t*-testi normlandırılmış düzeltmesi**) hesaplanır.

i. ölçü dengelemeden çıkarıldıktan sonra elde edilen birim ağırlıklı ölçünün standart varyansı

$$s_{0,i}^2 = ([p_{vv}] - \frac{v_i^2}{Q_{v_i v_i}}) / (f - 1)$$

$$\bar{v}_{i,t} = \frac{|v_i|}{s_{0,i} \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (i=1, \dots, n)$$

Düzeltilmenin ağırlık katsayısı (korelasyonsuz ölçüler için):

$$Q_{v_i v_i} = \frac{1}{P_i} - \bar{Q}_{l_i l_i} = \frac{r_i}{P_i}$$

- Normlandırılmış düzeltmesi ***t*-dağılımının** $t_{f-1, 1-\alpha_0/2}$ **güven sınırından** (hesabı için bir sonraki sayfaya bakınız) büyük olan ölçüler tespit edilir. Bunlardan **normlandırılmış düzeltmesi en büyük olan** ölçünün kaba hatalı olduğu sonucuna varılır. İlgili ölçü ya yeniden ölçülür ya da ölçülerden çıkarılarak yeniden bir dengeleme ve uyuşumsuz ölçü araştırması yapılır. Bu işlem uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar sürdürülür. (***bölüm sonundaki akış şemasına bakınız***)

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: [3] *t*-testi yöntemi/sınır değer

$t_{f-1, 1-\alpha_0/2}$: *t* dağılımının $\alpha_0 = \frac{0.05}{n}$ yanılma olasılığı ve $f-1$ serbestlik derecelerine karşılık gelen güven sınır değeridir.



Matlab'de

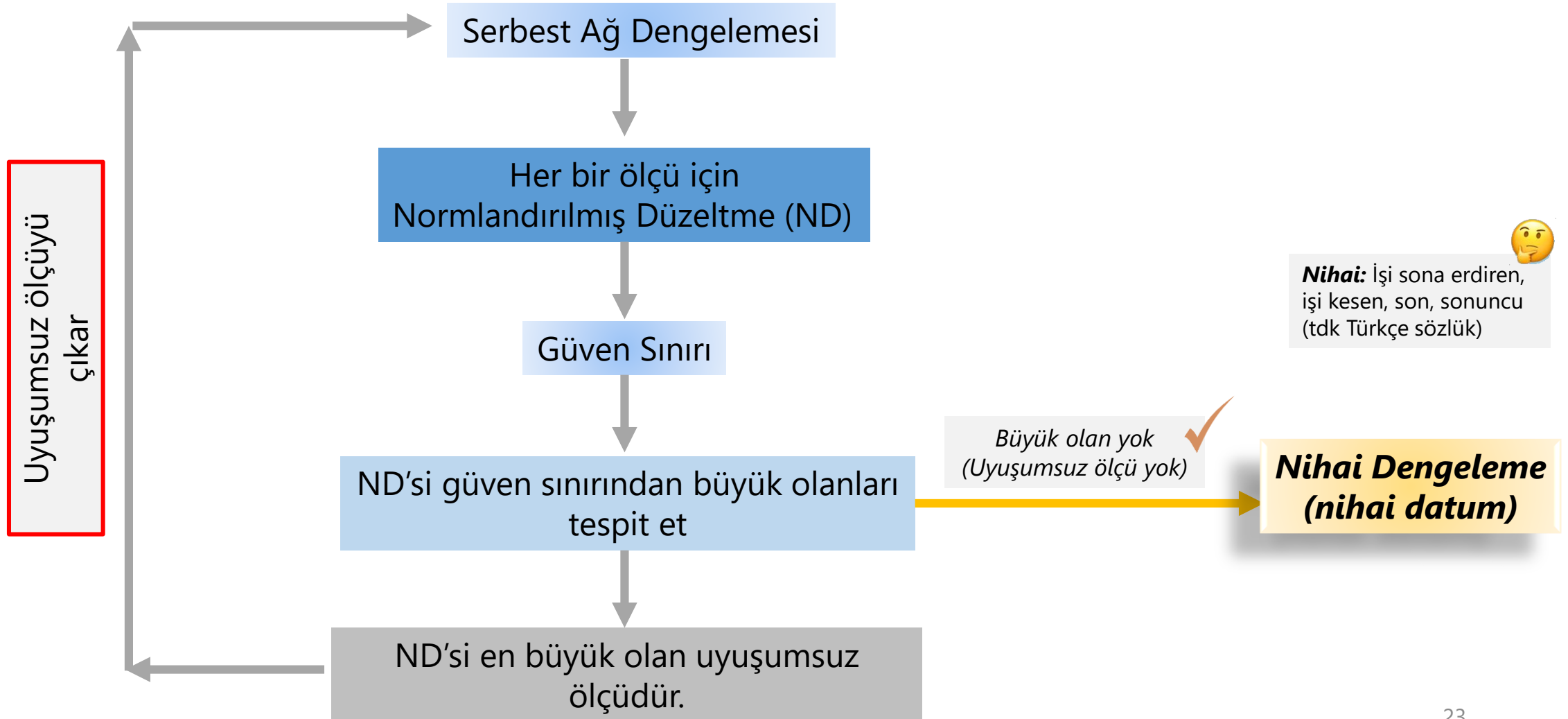
```
>> tinv(1-0.05/(2*n), f-1)
```

ile hesaplanır.

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Test Yöntemleri* **Özet**

YÖNTEM	Normlandırılmış Düzeltme	Güven sınırı (karşılaştırma değeri)
BAARDA	$\bar{v}_{i,B} = \frac{ v_i }{\sigma_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (i=1, \dots, n)$	3.29
POPE	$\bar{v}_{i,P} = \frac{ v_i }{s_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (i=1, \dots, n)$	$\tau_{f,1-\alpha_0}$
t-testi	$\bar{v}_{i,t} = \frac{ v_i }{s_{0,i} \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \quad (i=1, \dots, n)$	$t_{f-1,1-\alpha_0/2}$

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: Akış Şeması



Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Uygulama-2 (Demirel, 2009)*

UYGULAMA-2 Serbest Ağ Dengelemesi bölümündeki Uygulama-1 için Pope yöntemine göre uyuşumsuz ölçü araştırması yapınız. ($s_0=8.92$ mm; $\tau_{f,1-\alpha_0}=1.72$)

ÇÖZÜM

Dengeli ölçülerin standart sapmaları ($\bar{s}_i = s_0 \sqrt{\bar{Q}_{ii}}$):

i	$\bar{l}_i = l_i + v_i$	$\bar{Q}_{ii}$	$\bar{s}_i$ (mm)
1	$-\delta x_1 + \delta x_2$	$Q_{x_1x_1} + Q_{x_2x_2} - 2Q_{x_1x_2} = 0.1762$	3.7
2	$\delta x_2 - \delta x_3$	$Q_{x_2x_2} + Q_{x_3x_3} - 2Q_{x_2x_3} = 0.1496$	3.4
3	$-\delta x_3 + \delta x_4$	$Q_{x_3x_3} + Q_{x_4x_4} - 2Q_{x_3x_4} = 0.1636$	3.6
4	$-\delta x_1 + \delta x_4$	$Q_{x_1x_1} + Q_{x_4x_4} - 2Q_{x_1x_4} = 0.1368$	3.3
5	$-\delta x_1 + \delta x_3$	$Q_{x_1x_1} + Q_{x_3x_3} - 2Q_{x_1x_3} = 0.1850$	3.8
6	$\delta x_2 + \delta x_4$	$Q_{x_2x_2} + Q_{x_4x_4} - 2Q_{x_2x_4} = 0.1296$	3.2

$$\bar{Q}_{ll} = \mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T = \mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g \mathbf{A}_g^T = \mathbf{A}_g \mathbf{Q}_i \mathbf{A}_g^T$$

matrisinin köşegen elemanları



Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Uygulama-2 (Demirel, 2009)*

Tau dağılımlı standartlaştırılmış düzeltmeler ya da test büyüklükleri ($\bar{v}_i$) :

$$Q_{v_i v_i} = (1/P_i) - \bar{Q}_{ii} \quad , \quad s_{v_i} = s_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}} \quad , \quad \bar{v}_i = |v_i| / s_{v_i}$$

i	P_i	$Q_{v_i v_i}$	s_{v_i}	v_i	$\bar{v}_i$	Karar
1	1.79	0.3825	5.51	-4.52	0.82	Uyuşumlu
2	4.00	0.1004	2.83	0.70	0.25	"
3	2.35	0.2619	4.56	5.58	1.22	"
4	4.76	0.0733	2.41	-1.64	0.68	"
5	2.35	0.2405	4.37	6.78	1.55	"
6	4.76	0.0805	2.53	1.12	0.44	"

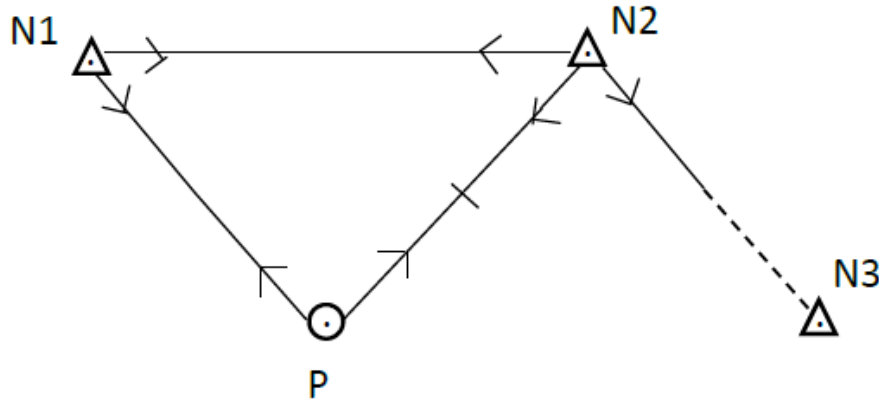
Tümü, tau dağılımı güven sınır değeri olan 1.72'den küçüktür.
Dolayısıyla uyumsuz ölçü yoktur.

Güvenilirlik ve Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Alıştırmalar*

1. Serbest Ağ Dengelemesi Bölümündeki Uygulama-1 için redündans paylarını, iç güvenilirlik ve dış güvenilirlik ölçütlerini belirleyiniz. Redündans paylarını yorumlayınız.
2. Serbest Ağ Dengelemesi Bölümündeki Uygulama-1 için uyumsuz ölçü **araştırmasını t-testi yöntemine göre yapınız** ($t_{f-1, 1-\alpha_0/2} = 10.89$)

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Uygulama-3*

UYGULAMA-3 N1, N2 ve N3 sabit noktalarına göre P noktasının konumunu belirlemek için aşağıdaki şekilde belirtilen doğrultular ve kenar uzunluğu ölçülmüştür. Nokta dengelemesine göre indirgenmemiş düzeltme denklemleri ve ölçülerin standart sapmaları (σ) aşağıda veriliyor :



	δx_P	δy_P	δw_P	σ
V_{rP-N1}	0,0141	0,0112	-1	1,0 mgon
V_{rP-N2}	-0,0125	0,0207	-1	1,0 mgon
V_{rN1-P}	0,0141	0,0112	0	1,0 mgon
V_{rN2-P}	-0,0125	0,0207	0	1,4 mgon
V_{sN2-P}	0,8551	0,5185	0	18,2 mm

($\sigma_0 = 1,0$ mgon olarak alınız.)

Fazla ölçü paylarını hesaplayınız ve sonuçları yorumlayınız.



Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Uygulama-3*

ÇÖZÜM

$n = 2$ iç doğ. + 2 dış doğ. + 1 kenar = 5 ; $u = 2$ koor. + 1 yön. bil. = 3
 $f = n - u = 5 - 3 = 2 > 0$ dengeleme vardır.

Düzeltilme denklemlerinin indirgenmesi ve ağırlık hesabı :

	δx_P	δy_P	δw_P	Std. sapma	P
V_{rP-N1}	0,0141	0,0112	-1	1,0 mgon	$1^2/1^2 = 1$
V_{rP-N2}	-0,0125	0,0207	-1	1,0 mgon	$1^2/1^2 = 1$
$\Sigma/2$	0,0008	0,0159	-1		
V_{rN1-P}	0,0141	0,0112	0	1,0 mgon	$1/2(1^2/1^2) = 0,5$
V_{rN2-P}	-0,0125	0,0207	0	1,4 mgon	$2/3(1^2/1,4^2) = 0,3401$
V_{SN2-P}	0,8551	0,5185	0	18,2 mm	$1^2/18,2^2 = 0,0030$

$$A = \begin{bmatrix} 0,0133 & -0,0048 \\ -0,0133 & 0,0048 \\ 0,0141 & 0,0112 \\ -0,0125 & 0,0207 \\ 0,8551 & 0,5185 \end{bmatrix}; N = \begin{bmatrix} 0,0027 & 0,0012 \\ 0,0012 & 0,0011 \end{bmatrix}; Q_{xx} = \begin{bmatrix} 736,5443 & -828,4033 \\ -828,4033 & 1874,1758 \end{bmatrix}$$



Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Uygulama-3*

ÇÖZÜM

i	$\bar{Q}_{iii} = A Q_{xx} A^T$	P_i	$\bar{Q}_{iii} P_i$	$\bar{r}_i = 1 - \bar{Q}_{iii} P_i$	Yorum
1	0,2792	1	0,2792	0,7208	İyi denetlenebilir
2	0,2792	1	0,2792	0,7208	İyi denetlenebilir
3	0,1199	0,5	0,0599	0,9401	İyi denetlenebilir
4	1,3468	0,3401	0,4581	0,5419	İyi denetlenebilir
5	307,8386	0,0030	0,9235	0,0764	Kötü denetlenebilir

$$[\bar{Q}_{iii} P_i] = 2$$

$$[\bar{r}_i] = 3$$

Kontrol: $u=2$ 'ye eşittir.

Kontrol: $f=3$ 'e eşittir.

Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Uygulama-4*

UYGULAMA-4 Bir nivelman ağına ilişkin ölçülerin nivelman yol uzunlukları (S_i), nivelman ağının serbest dengelenmesi ile elde edilen düzeltmeler ve dengeli ölçülerin ağırlık katsayıları aşağıda verilmektedir.

i	S_i (km)	Düzeltilme (mm)	Dengeli Ölçünün Ağırlık Katsayısı
1	1,0	5,2649	0,5351
2	2,0	-2,2271	1,0054
3	1,5	1,6702	0,9405
4	0,5	-2,6324	0,3838
5	0,8	-5,1027	0,4541

$S_0 = 1$ km olduğuna göre redüondans paylarını hesaplayınız. Uyuşumsuz ölçü araştırması yapınız.

$$\tau_{f-1,1-\alpha_0/2} = 1,35$$



Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Uygulama-4*

ÇÖZÜM

Ağırlık hesabı :

$$P = S_0 / S_i \rightarrow P_1 = 1 / 1 = 1,0000$$

$$P_2 = 1 / 2 = 0,5000$$

$$P_3 = 1 / 1,5 = 0,6667$$

$$P_4 = 1 / 0,5 = 2,0000$$

$$P_5 = 1 / 0,8 = 1,2500$$

$$P = \text{diag} (1,0000 \ 0,5000 \ 0,6667 \ 2,0000 \ 1,2500)$$

Redündans paylarının hesaplanması :

i	$\bar{Q}_{iii} = A Q_{xx} A^T$	P_i	$\bar{Q}_{iii} P_i$	$\bar{r}_i = 1 - \bar{Q}_{iii} P_i$	Yorum
1	0,5351	1	0,5351	0,4649	İyi denetlenebilir
2	1,0054	0,5	0,5027	0,4973	İyi denetlenebilir
3	0,9405	0,6667	0,6270	0,3730	İyi denetlenebilir
4	0,3838	2	0,7676	0,2324	Yeterince denetlenebilir
5	0,4541	1,25	0,5676	0,4324	İyi denetlenebilir

$$[\bar{Q}_{iii} P_i] = 3$$

$$[\bar{r}_i] = 2$$

Serbestlik derecesine eşittir.



Uyuşumsuz Ölçülerin Araştırılması: *Uygulama-4*

ÇÖZÜM

$[\bar{Q}_{III}P_i]=3$ olduğundan $u=3$ ve $[\bar{r}_i]=2$ olduğundan f serbestlik derecesi 2'dir. Ağ serbest dengelendiğine göre; $n=5$; $u=4$ nokta ve $d=1$ olur.

$$[PVV]=78,46496 \text{ mm}^2; s_0 = \sqrt{\frac{78,46496}{2}} = 6,2636 \text{ mm}$$

Uyuşumsuz ölçü araştırması :

i	V_i	$\bar{Q}_{vivi} = \frac{1}{P_i} - Q_{III}$	$\bar{V}_{i,p} = \frac{ V_i }{s_0 \sqrt{Q_{vivi}}}$	Yorum
1	5,2649	0,4649	1,2328	Uyuşumlu
2	-2,2271	0,9946	0,3565	Uyuşumlu
3	1,6702	0,5594	0,3565	Uyuşumlu
4	-2,6324	0,1162	1,2329	Uyuşumlu
5	-5,1027	0,3459	1,3852	Uyuşumsuz

$\tau_{f-1,1-\alpha_0/2} = 1,35$; $\bar{V}_{i,p} > \tau_{f-1,1-\alpha_0/2} \rightarrow 1,3852 > 1,35$ olduğundan 5. ölçü uyuşumsuzdur.

Ders duyuruları, soru ve görüşleriniz için:



Prof. Dr. Uğur DOĞAN

<https://avesis.yildiz.edu.tr/dogan>

dogan@yildiz.edu.tr



Prof. Dr. Cüneyt AYDIN

<https://avesis.yildiz.edu.tr/caydin>

caydin@yildiz.edu.tr; caydin78@gmail.com