



Yatay Ağ Dengelemesi

Prof. Dr. U. Doğan & Prof. Dr. C. Aydın

YTÜ-Harita Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı
İstanbul, Mart 2021

Yatay Ağ Dengelemesi

Jeodezik ağların dengelenmesi, ***dolaylı ölçüler dengelemesine*** göre gerçekleştirilir. Ağ dengelemesine geçmeden önce bu dengeleme türünü hatırlamakta fayda vardır: Aşağıda «Hata Kuramı ve Parametre Kestirimi» dersinde irdelenmiş olan dolaylı ölçüler dengelemesine kısaca değinilmektedir.

Yatay Ağ Dengelemesi / *Dolaylı Ölçüler Dengelemesi (I)*

Düzeltilme Denklemleri: **Fonksiyonel Model**

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{l}$$

Ölçülerin Ağırlık Matrisi: **Stokastik Model**

$$\mathbf{P} = \sigma_0^2 \mathbf{C}_{ll}^{-1}$$

Dengelemenin Matematiksel Modeli

Yatay Ağ Dengelemesi / *Dolaylı Ölçüler Dengelemesi (II)*

EKK Temel İlkesi

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \rightarrow \min.$$

(Minimum yapan x 'in bulunması problemi)

$$\frac{\partial \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}^T} = \mathbf{0}$$

Normal Denklemler

$$\mathbf{N} \mathbf{x} - \mathbf{n} = \mathbf{0}$$

Normal Denklemler Katsayılar Matrisi ($u \times u$)

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$$

Yalın Terim Vektörü ($u \times 1$)

$$\mathbf{n} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l}$$

Yatay Ağ Dengelemesi / *Dolaylı Ölçüler Dengelemesi (III)*

$$\mathbf{N}\mathbf{x} - \mathbf{n} = \mathbf{0}$$

$\mathbf{N}$ her zaman simetrik ve kare matristir; $\det(\mathbf{N}) \neq 0$

Normal Denklemlerin Çözümü

$$\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{n}$$

$$\mathbf{N}^{-1} = \mathbf{Q}_{xx}$$

$\mathbf{N}$ 'nin tersi, bilinmeyenlerin kofaktör matrisine eşittir.

(İspatı için bkz. →)

$$\mathbf{x} = \mathbf{Q}_{xx}\mathbf{n}$$

Küçültülmüş Bilinmeyenler Vektörü

Yatay Ağ Dengelemesi / *Dolaylı Ölçüler Dengelemesi (IV)*

$$\boxed{\mathbf{N}\mathbf{x} - \mathbf{n} = \mathbf{0}} \rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{n} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{l}$$

Kofaktör yayılma kuralı

$$\mathbf{Q}_{xx} = (\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P})\mathbf{Q}_{ll}(\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1})$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{ll}^{-1} \rightarrow \mathbf{Q}_{ll} = \mathbf{P}^{-1}$$

$$\mathbf{Q}_{xx} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{N}^{-1} = \mathbf{N}^{-1} \quad \checkmark$$

Yatay Ağ Dengelemesi / *Dolaylı Ölçüler Dengelemesi (V)*



Jeodezik ağ dengelemesinde koordinatlar bilinmeyen olarak ele alınır. Dengeleme sonrasında bu bilinmeyenler **dengeli koordinatlar** olarak adlandırılır.

Küçültülmüş Bilinmeyenler Vektörü

$$\mathbf{x} = \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \vdots \end{bmatrix}$$



Bilinmeyenler

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \delta x \\ y &= y_0 + \delta y \\ &\vdots \end{aligned}$$



Yatay Ağ Dengelemesi / *Dolaylı Ölçüler Dengelemesi (VI)*

Düzeltilme vektörü

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ax} - \mathbf{l} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Düzeltilmelerin Ağırlıklı
Karelerinin Toplamı

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = [Pvv]$$

Hesap Kontrolü

$$[Pvv] \stackrel{?}{=} \mathbf{l}^T \mathbf{P} \mathbf{l} - \mathbf{n}^T \mathbf{x}$$

Birim Ağırlıklı Ölçünün
Standart Sapması

$$s_0 = \sqrt{\frac{[Pvv]}{f}}$$

Yatay Ağ Dengelemesi / *Serbestlik Derecesi*

Ölçüler:

Projeksiyon düzlemine indirgenmiş uzunluklar ve doğrultular:

$$n = \text{Doğrultu sayısı} + \text{Uzunluk sayısı}$$

Bilinmeyenler:

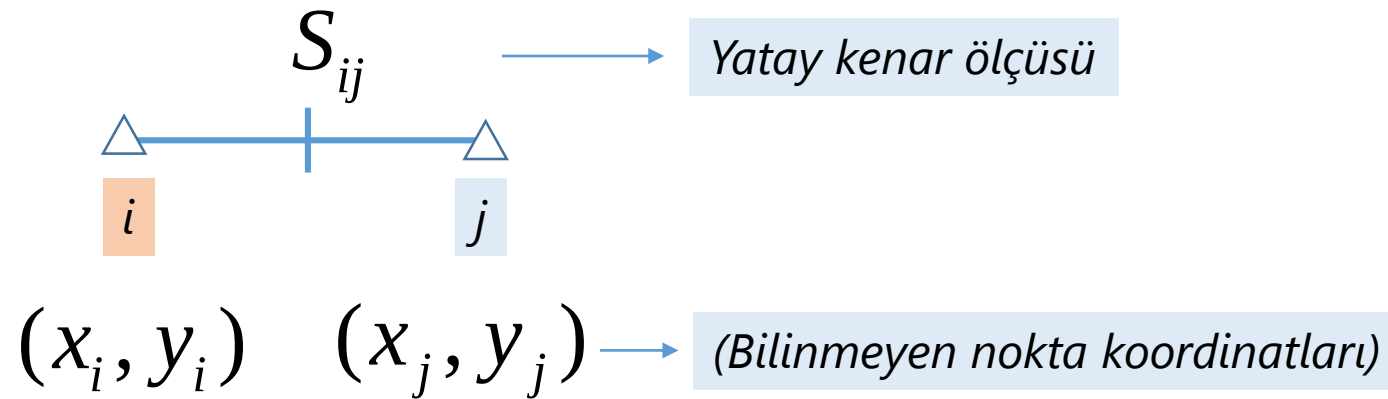
Yeni noktaların koordinatları, doğrultu ve doğrultu-kenar ağlarında yöneltme bilinmeyenleri, uzaklık ölçer ayar parametreleri:

$$u = \text{Koordinat bilinmeyeni sayısı} + \text{Doğrultu ölçüsü gerçekleştirilen nokta sayısı (yöneltme bilinmeyeni sayısı)} \\ + \text{Uzaklık ölçer ayar parametreleri vb. (VARSA)}$$

Serbestlik Derecesi:

$$f = n - u > 0$$

Yatay Ağ Dengelemesi/*Kenarlar için Düzeltme Denklemleri*



Ölçü + Düzeltmesi = Bilinmeyenlerin Fonksiyonu

$$S_{ij} + v_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$



Yatay Ağ Dengelemesi / *Kenarlar için Düzeltme Denklemleri*

Ölçü + Düzeltmesi = Bilinmeyenlerin Fonksiyonu

$$S_{ij} + v_{S_{ij}} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

Taylor açılımı uygulanırsa

$$v_{S_{ij}} = -(\cos t_{ij,0})\delta x_i - (\sin t_{ij,0})\delta y_i + (\cos t_{ij,0})\delta x_j + (\sin t_{ij,0})\delta y_j + (S_{ij,0} - S_{ij})$$

$$x = x_0 + \delta x$$

$$y = y_0 + \delta y$$

Yaklaşık Koordinatlar

⋮

Küçültülmüş Koordinatlar
Bilinmeyenleri

Yaklaşık koordinatlarla hesaplanan açıklık açısı

Yaklaşık koordinatlarla hesaplanan kenar



Yatay Ağ Dengelemesi / *Kenarlar için Düzeltme Denklemleri*

Katsayılar

$$a_{S_{ij}} = \cos t_{ij,0} ; b_{S_{ij}} = \sin t_{ij,0}$$

Küçültülmüş Kenar Ölçüsü

$$-l_{S_{ij}} = S_{ij,0} - S_{ij}$$

Katsayı Denetimi:

$$a_{S_{ij}}^2 + b_{S_{ij}}^2 \stackrel{?}{=} 1$$

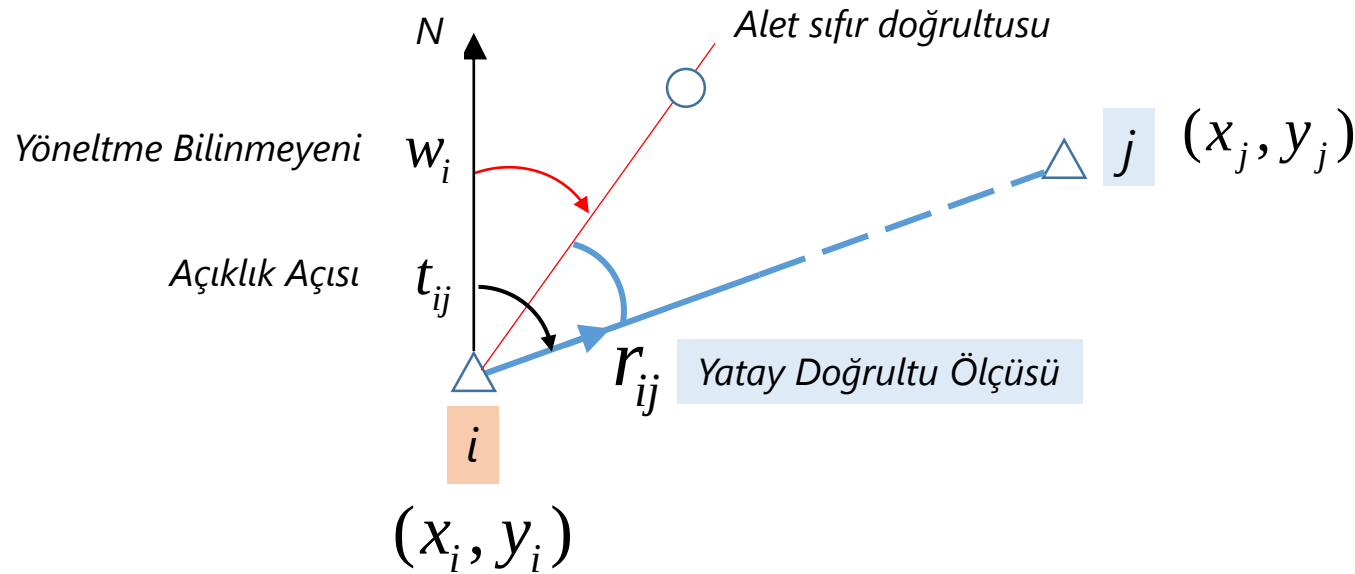
Yatay Kenar Düzeltme Denklemi

$$v_{S_{ij}} = \underbrace{-a_{S_{ij}} \delta x_i - b_{S_{ij}} \delta y_i}_{\text{Durulan Nokta}} + \underbrace{a_{S_{ij}} \delta x_j + b_{S_{ij}} \delta y_j}_{\text{Bakılan Nokta}} - l_{S_{ij}}$$

Durulan Nokta

Bakılan Nokta

Yatay Ağ Dengelemesi / Doğrultular için Düzeltme Denklemleri



Her alet kurulan ve doğrultu ölçüsü yapılan nokta için yalnızca 1 adet yöneltilme bilinmeyeni bulunur.

$$r_{ij} = t_{ij} - w_i$$

Ölçü + Düzeltmesi = Bilinmeyenlerin Fonksiyonu

$$r_{ij} + v_{r_{ij}} = t_{ij} - w_i = \arctan \left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right) - w_i$$



Yatay Ağ Dengelemesi / *Doğrultular için Düzeltme Denklemleri*

Ölçü + Düzeltmesi = Bilinmeyenlerin Fonksiyonu

$$r_{ij} + v_{r_{ij}} = t_{ij} - w_i = \arctan \left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right) - w_i$$

Taylor açılımı uygulanırsa

$$v_{r_{ij}} = -\left(-\frac{\sin t_{ij,0}}{S_{ij,0}} \rho\right) \delta x_i - \left(\frac{\cos t_{ij,0}}{S_{ij,0}} \rho\right) \delta y_i + \left(-\frac{\sin t_{ij,0}}{S_{ij,0}} \rho\right) \delta x_j + \left(\frac{\cos t_{ij,0}}{S_{ij,0}} \rho\right) \delta y_j - \delta w_i + (t_{ij,0} - r_{ij} - w_{i,0})$$

Yaklaşık Koordinatlar

$$x = x_0 + \delta x$$

$$y = y_0 + \delta y$$

⋮

$$w_i = w_{i,0} + \delta w_i$$

Küçültülmüş Koordinat Bilinmeyenleri

Yaklaşık Yöneltilme Bilinmeyeni



Yatay Ağ Dengelemesi / *Doğrultular için Düzeltme Denklemleri*

Katsayılar

$$a_{r_{ij}} = -\frac{\sin t_{ij,0}}{S_{ij,0}} \rho ; b_{r_{ij}} = \frac{\cos t_{ij,0}}{S_{ij,0}} \rho$$

Küçültülmüş Doğrultu Ölçüsü

$$-l_{r_{ij}} = (t_{ij,0} - r_{ij} - w_{i,0})$$

Katsayı Denetimi:

$$\Delta y_{ij} (a_{r_{ij}} + b_{r_{ij}}) + \Delta x_{ij} (a_{r_{ij}} - b_{r_{ij}}) \stackrel{?}{=} -\rho$$

Yatay Doğrultu Düzeltme Denklemi

$$v_{r_{ij}} = \underbrace{-a_{r_{ij}} \delta x_i - b_{r_{ij}} \delta y_i}_{\text{Durulan Nokta}} + \underbrace{a_{r_{ij}} \delta x_j + b_{r_{ij}} \delta y_j}_{\text{Bakılan Nokta}} - \delta w_i - l_{r_{ij}}$$

Durulan Nokta

Bakılan Nokta



Yatay Ağ Dengelemesi / Yaklaşık Yön. Bil. ve $-l_r$ Hesabı

Bir i noktasında m adet doğrultu ölçülmüş olsun:

DN	BN	t_0 (gon)	r (gon)	$t_0 - r$	$-l_r$
i	1	$t_{i1,0}$	r_{i1}	$t_{i1,0} - r_{i1}$	$t_{i1,0} - r_{i1} - w_{i,0}$
	2	$t_{i2,0}$	r_{i2}	$t_{i2,0} - r_{i2}$	$t_{i2,0} - r_{i2} - w_{i,0}$
	...	...	...	...	...
	j	$t_{ij,0}$	r_{ij}	$t_{ij,0} - r_{ij}$	$t_{ij,0} - r_{ij} - w_{i,0}$

+

Σ_1

$\Sigma_2 = 0$

$-l_r$ kontrolü

i noktasındaki
yaklaşık yöneltme bilinmeyenini
($t_0 - r$) sütunu **aritmetik ortalamasıdır**.

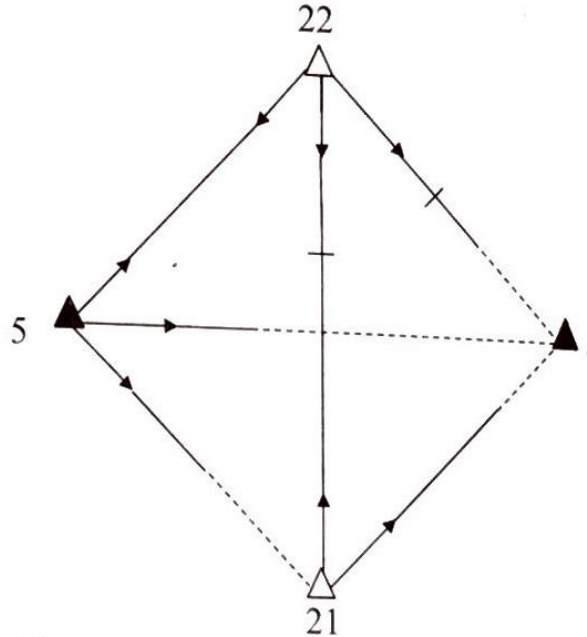
$$w_{i,0} = \frac{1}{m} \Sigma_1$$

Uygulama-1: *Yatay Ağlarda Düzeltme Denk. ve Ağırlıklar (Demirel, 2009)*

UYGULAMA-1 21 ve 22 noktalarının koordinatlarını bir yerel koordinat sisteminde belirlemek için şekilde işaretlenen doğrultu ve uzunluklar ölçülmüştür. 4 ve 5 noktalarının koordinatları bilinmektedir.

Ölçüler:

DN	BN	r (gon)	S (m)
5	22	0.0000	
	4	23.4888	
	21	112.7002	
21	22	0.0000	2135.1806
	4	23.2432	
22	4	0.0000	773.4534
	21	87.5956	
	5	110.6708	



NN	x	y
4	7052.246	6851.472
5	5564.872	5348.264
21	5115.318	5976.312
22	7246.725	6102.845

Doğrultu ölçülerinin standart sapmaları, her bir noktadaki dizi ölçülerinin ayrı ayrı dengelenmesi sonunda $\sigma_{r,5} = 1.0$, $\sigma_{r,21} = 2.0$, $\sigma_{r,22} = 1.5$ mgon bulunmuştur. Kenar uzunlukları bir ölçü için standart sapması $\sigma_s = 5 + 3$ ppm olan bir elektronik uzaklık ölçer ile ikişer kez ölçülmüştür.

Düzeltme denklemlerini ve ağırlık matrisini oluşturunuz.

Uygulama-1: *Yatay Ağlarda Düzeltme Denk. ve Ağırlıklar (Demirel, 2009)*

ÇÖZÜM: *Serbestlik Derecesi Hesabı:*

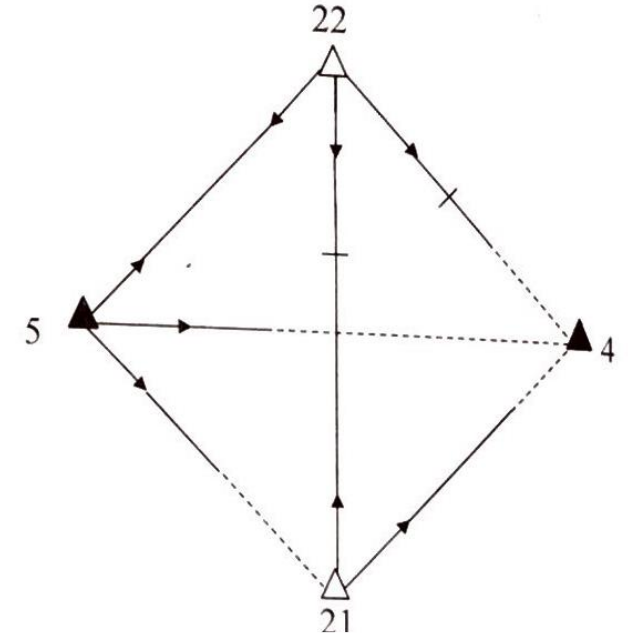
- Ağda 2 sabit (4 ve 5 no'lu noktalar) ve 2 bilinmeyen nokta bulunmaktadır (21 ve 22 no'lu noktalar)
- Ağda 8 doğrultu ve 2 kenar ölçüsü bulunmaktadır.
- Toplam ölçü sayısı;

$n=10$ 'dur.

- Ağda koordinat bilinmeyenleri sayısı $2 \times 2 = 4$ 'tür.
- Ağda 3 noktada (5, 21 ve 22) doğrultu ölçüsü yapılmıştır. buna göre toplam 3 yöneltme bilinmeyeni bulunmaktadır.
- Bilinmeyen sayısı;

$u=4$ koordinat bilinmeyeni + 3 yöneltme bilinmeyeni = 7'dir.

- Buna göre,
- $f=n-u= 10-7=3>0$ dengeleme yapılabilir.



Uygulama-1: Yatay Ağlarda Düzeltme Denk. ve Ağırlıklar (Demirel, 2009)

Doğrultular için Katsayı Hesabı:

$$a_r = -\frac{\sin t_0}{S_0} \rho ; b_r = \frac{\cos t_0}{S_0} \rho$$

$$\Delta y(a_r + b_r) + \Delta x(a_r - b_r) = -\rho$$

Açılar: mgon, Uzunluklar: cm

DN	BN	S_0 (m)	t_0 (gon)	r (gon)	a_r	b_r	Kont.	$t_0 - r$	$-l_r$ (mgon)
5	22	1843,3725	26,84877	0,0000	-0,1414	0,3151	-636,695	26,84877	-0,14
	4	2114,6905	50,33706	23,4888	-0,2140	0,2117	-636,632	26,84826	-0,65
	21	772,3620	139,54991	112,7002	-0,6702	-0,4798	-636,660	26,84971	0,80
								$w_{5,0} = 26,84891$	0,01 (kontrol)
21	22	2135,1596	3,77492	0,0000	-0,0177	0,2976	-636,616	3,77492	0,82
	4	2124,4635	27,01647	23,2432	-0,1233	0,2730	-636,593	3,77327	-0,83
								$w_{21,0} = 3,77410$	-0,01 (kontrol)
22	4	773,4756	116,18051	0,0000	-0,7966	-0,2069	-636,563	116,18051	1,24
	21	2135,1596	203,77492	87,5956	0,0177	-0,2976	-636,616	116,17932	0,05
	5	1843,3725	226,84877	110,6708	0,1414	-0,3151	-636,695	116,17797	-1,30
								$w_{22,0} = 116,17927$	-0,01 (kontrol)

Uygulama-1: *Yatay Ağlarda Düzeltme Denk. ve Ağırlıklar (Demirel, 2009)*

Açılar: mgon; Uzunluklar: cm

Kenarlar için Katsayı Hesabı:

$$a_s = \cos t_0 ; b_s = \sin t_0$$

$$a_s^2 + b_s^2 = 1$$

DN	BN	S_0 (m)	t_0 (gon)	a_s	b_s	Kont.	$-l_s = S_0 - S$ (cm)
21	22	2135,1596	3,77492	0,9982	0,0593	0,9999	-2,10
22	4	773,4756	116,18051	-0,2514	0,9679	1,0000	0,94

Uygulama-1: Yatay Ağlarda Düzeltme Denk. ve Ağırlıklar (Demirel, 2009)

Düzeltme Denklemleri:

DN - BN +

DN	BN	δx_{21}	δy_{21}	δx_{22}	δy_{22}	δw_5	δw_{21}	δw_{22}	$-l$
5	22	0	0	-0,1414	0,3151	-1	0	0	-0,14
	4	0	0	0	0	-1	0	0	-0,65
	21	-0,6702	-0,4798	0	0	-1	0	0	0,80
21	22	0,0177	-0,2976	-0,0177	0,2976	0	-1	0	0,82
	4	0,1233	-0,2730	0	0	0	-1	0	-0,83
22	4	0	0	0,7966	0,2069	0	0	-1	1,24
	21	0,0177	-0,2976	-0,0177	0,2976	0	0	-1	0,05
	5	0	0	-0,1414	0,3151	0	0	-1	-1,30
21	22	-0,9982	-0,0593	0,9982	0,0593	0	0	0	-2,10
22	4	0	0	0,2514	-0,9679	0	0	0	0,94

Doğrultular

Kenarlar

Uygulama-1: Yatay Ağlarda Düzeltme Denk. ve Ağırlıklar (Demirel, 2009)

Ağırlıklar:

Doğrultular

Kenarlar

DN	BN	σ_i^2	$P = \sigma_0^2 / \sigma_i^2$
5	22	1 mgon ²	1,000
	4	1 mgon ²	1,000
	21	1 mgon ²	1,000
21	22	4 mgon ²	0,250
	4	4 mgon ²	0,250
22	4	2,25 mgon ²	0,444
	21	2,25 mgon ²	0,444
	5	2,25 mgon ²	0,444
21	22	$\frac{(5 + 3 \times 2,1351806)^2}{2} = 65,0432 \text{ mm}^2 = 0,650432 \text{ cm}^2$	1,537 mgon ² /cm ²
22	4	$\frac{(5 + 3 \times 0,7734534)^2}{2} = 26,7938 \text{ mm}^2 = 0,267938 \text{ cm}^2$	3,732 mgon ² /cm ²

Uygulama-1: *Yatay Ağlarda Düzeltme Denk. ve Ağırlıklar (Demirel, 2009)*

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,1414 & 0,3151 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,6702 & -0,4798 & 0 & 0 \\ 0,0177 & -0,2976 & -0,0177 & 0,2976 \\ 0,1233 & -0,2730 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,7966 & 0,2069 \\ 0,0177 & -0,2976 & -0,0177 & 0,2976 \\ 0 & 0 & -0,1414 & 0,3151 \\ -0,9982 & -0,0593 & 0,9982 & 0,0593 \\ 0 & 0 & 0,2514 & -0,9679 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad -\mathbf{I} = \begin{bmatrix} -0,14 \\ -0,65 \\ 0,80 \\ 0,82 \\ -0,83 \\ 1,24 \\ 0,05 \\ -1,30 \\ -2,10 \\ 0,94 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \delta x_{21} & \delta y_{21} & \delta x_{22} & \delta y_{22} & \delta w_5 & \delta w_{21} & \delta w_{22} \end{bmatrix}^T$$

Yöneltme bilinmeyenleri yok edilir: Bunun için **indirgenmiş düzeltme denklemleri** oluşturulur.

Yatay Ağ Dengelemesi / *İndirgenmiş Düzeltme Denklemleri; Toplam Yöntemi*

$$\begin{aligned} v_1 &= a_1 \delta x + b_1 \delta y + c \delta z - l_1 ; P \\ &\vdots \\ v_n &= a_n \delta x + b_n \delta y + c \delta z - l_n ; P \end{aligned}$$

Şart-1: Yok edilecek bilinmeyenlerin katsayıları özdeş (burada tümü c)

Şart-2: İlgili ölçülerin ağırlıkları eşit (burada tümü P)

$$\delta z = -\frac{[a]}{nc} \delta x - \frac{[b]}{nc} \delta y + \frac{[l]}{nc}$$

Bu durumda dengeleme yapmadan δz , diğerleri cinsinden yazılabilir.

Normal denklemler:

$$\mathbf{N}\mathbf{x} - \mathbf{n} = \begin{bmatrix} [Paa] & [Pab] & [Pac] \\ & [Pbb] & [Pbc] \\ & & [Pcc] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [Pal] \\ [Pbl] \\ [Pcl] \end{bmatrix} \longrightarrow Pc[a]\delta x + Pc[b]\delta y + nPc^2\delta z - Pc[l] = 0 \longrightarrow$$



Yatay Ağ Dengelemesi / *İndirgenmiş Düzeltme Denklemleri; Toplam Yöntemi*

$$\begin{aligned}v_1 &= a_1 \delta x + b_1 \delta y + c \delta z - l_1 ; P \\&\vdots \\v_n &= a_n \delta x + b_n \delta y + c \delta z - l_n ; P\end{aligned}$$

←
*Düzeltme
denklemlerinde
düşünülürse*

$$\delta z = -\frac{[a]}{nc} \delta x - \frac{[b]}{nc} \delta y + \frac{[l]}{nc}$$

İndirgenmiş Düzeltme Denklemleri elde edilir:

$$\begin{aligned}v_1 &= (a_1 - [a]/n) \delta x + (b_1 - [b]/n) \delta y - (l_1 - [l]/n) ; P \\&\vdots \\v_n &= (a_n - [a]/n) \delta x + (b_n - [b]/n) \delta y - (l_n - [l]/n) ; P\end{aligned}$$

*Böylece δz yok edilmiş
olur. (Ancak bu işlem,
 δz 'nin sıfır alındığı
anlamına gelmez!)*



Yatay Ağ Dengelemesi / *İndirgenmiş Düzeltme Denklemleri; Toplam Yöntemi*

Söz konusu yöntem, yatay doğrultu ölçülerine ilişkin düzeltme denklemlerinde geçen yöneltme bilinmeyenlerinin yok edilmesi için oldukça kullanışlı ve kolay olan bir yöntemdir. Bu yöntem, söz konusu düzeltme denklemleri için uygulanabilir; çünkü,

- *Bir durulan noktadaki yöneltme bilinmeyi katsayısı, o noktadaki doğrultuların düzeltme denklemlerinde her zaman özdeştir ($c=-1$).*
- *Bir durulan noktadaki doğrultu ölçülerinin standart sapmaları çoğunlukla birbirine eşittir; dolayısıyla ağırlıkları özdeştir.*

*Buna göre, indirgenmiş düzeltme denklemlerini elde etmek için, **her bir durulan noktadaki doğrultu ölçüleri için toplam yöntemi ayrı ayrı uygulanır.** Söz konusu bu basit işlem, bir sayısal uygulama üzerinden açıklanmaktadır.*



Uygulama-2: *İndirgenmiş Düzeltme Denklemleri (Demirel, 2009)*

UYGULAMA-2 Uygulama-1 için indirgenmiş düzeltme denklemlerini yazınız. Dengeleme modelini oluşturunuz.

ÇÖZÜM:

Çözüm için, Uygulama-1'de verilen düzeltme denklemleri tablosundaki sarıyla gölgelendirilmiş kısımlara ilgili sütunların aritmetik ortalamaları yazılır. Her bir sütundaki elemanın ilgili aritmetik ortalamadan farkı alınır (**-l sütunu için işlem yapmaya gerek yoktur; çünkü, bu sütunların toplamı sıfırdır**). Böylece, üç adet yöneltme bilinmeyeni yok edilmiş olur.

Uygulama-1: *Yatay Ağlarda Düzeltme Denk. ve Ağırlıklar (Demirel, 2009)*

Düzeltilme Denklemleri:									
DN - BN +									
DN	BN	δx_{21}	δy_{21}	δx_{22}	δy_{22}	δw_5	δw_{21}	δw_{22}	$-l_{ij}$
5	22	0	0	-0,1414	0,3151	-1	0	0	-0,14
	4	0	0	0	0	-1	0	0	-0,65
	21	-0,6702	-0,4798	0	0	-1	0	0	0,80
21	22	0,0177	-0,2976	-0,0177	0,2976	0	-1	0	0,82
	4	0,1233	-0,2730	0	0	0	-1	0	-0,83
	22	0	0	0,7966	0,2069	0	0	-1	1,24
22	21	0,0177	-0,2976	-0,0177	0,2976	0	0	-1	0,05
	5	0	0	-0,1414	0,3151	0	0	-1	-1,30
	22	0	0	0,2514	-0,9679	0	0	0	0,94

Uygulama-2: *İndirgenmiş Düzeltme Denklemleri (Demirel, 2009)*

		DN	BN	δx_{21}	δy_{21}	δx_{22}	δy_{22}	δw_5	δw_{21}	δw_{22}	$-l$
Doğrultular		5	22	0	0	-0,1414	0,3151	-1	0	0	-0,14
			4	0	0	0	0	-1	0	0	-0,65
			21	-0,6702	-0,4798	0	0	-1	0	0	0,80
			$\Sigma/3$	-0,2234	-0,1599	-0,0471	0,1050	~	~	~	~
		21	22	0,0177	-0,2976	-0,0177	0,2976	0	-1	0	0,82
			4	0,1233	-0,2730	0	0	0	-1	0	-0,83
			$\Sigma/2$	0,0705	-0,2853	-0,0089	0,1488	~	~	~	~
		22	4	0	0	0,7966	0,2069	0	0	-1	1,24
			21	0,0177	-0,2976	-0,0177	0,2976	0	0	-1	0,05
			5	0	0	-0,1414	0,3151	0	0	-1	-1,30
Kenarlar			$\Sigma/3$	0,0059	-0,0992	0,2125	0,2732	~	~	~	~
		21	22	-0,9982	-0,0593	0,9982	0,0593	0	0	0	-2,10
		22	4	0	0	0,2514	-0,9679	0	0	0	0,94

Uygulama-2: *İndirgenmiş Düzeltme Denklemleri (Demirel, 2009)*

Dengeleme Modeli

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,2234 & 0,1599 & -0,0943 & 0,2101 \\ 0,2234 & 0,1599 & 0,0471 & -0,1050 \\ -0,4468 & -0,3199 & 0,0471 & -0,1050 \\ -0,0528 & -0,0123 & -0,0089 & 0,1488 \\ 0,0528 & 0,0123 & 0,0089 & -0,1488 \\ -0,0059 & 0,0992 & 0,5841 & -0,0663 \\ 0,0118 & -0,1984 & -0,2302 & 0,0244 \\ -0,0059 & 0,0992 & -0,3539 & 0,0419 \\ -0,9982 & -0,0593 & 0,9982 & 0,0593 \\ 0 & 0 & 0,2514 & -0,9679 \end{bmatrix} \quad -\mathbf{I} = \begin{bmatrix} -0,14 \\ -0,65 \\ 0,80 \\ 0,82 \\ -0,83 \\ 1,24 \\ 0,05 \\ -1,30 \\ -2,10 \\ 0,94 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta x_{21} & \delta y_{21} & \delta x_{22} & \delta y_{22} \end{bmatrix}^T$$



Önceki uygulamanın dördüncü tablosundan ağırlık matrisi:

$$\mathbf{P} = \text{diag}(1 \ 1 \ 1 \ 0,250 \ 0,250 \ 0,444 \ 0,444 \ 0,444 \ 1,537 \ 3,732)$$

Yatay Ağ Dengelemesi / *Dengelemenin Ana Denetimi*

- Dengeleme modeli elde edildikten sonra, bilinen dolaylı ölçüler yardımıyla dengeli koordinatlar, dengeli ölçüler ve bunların standart sapmaları hesaplanır. Dengelemenin ana denetimi için aşağıdaki işlemler yapılır:

1) Yatay Doğrultular için Dengelemenin Ana Denetimi:

Dengeli koord. ile hesaplanan açıklık açısı

Ölçü+Düzeltilmesi

DN	BN	t (gon)	r (gon)	$t - r$	$\bar{r} = t - w$	$\bar{r} = r + v$
i	1	t_{i1}	r_{i1}	$t_{i1} - r_{i1}$	$t_{i1} - w_i$	$r_{i1} + v_{ri1}$
	2	t_{i2}	r_{i2}	$t_{i2} - r_{i2}$	$t_{i2} - w_i$	$r_{i2} + v_{ri2}$
	...	...	...	...	...	...
	j	t_{ij}	r_{ij}	$t_{ij} - r_{ij}$	$t_{ij} - w_i$	$r_{ij} + v_{rij}$

+

Σ_1

i noktasındaki yöneltme bilinmeyenini $(t - r)$ sütunu **aritmetik ortalamasıdır**.

$$w_i = \frac{1}{m} \Sigma_1$$

Her iki yoldan hesaplanan dengeli doğrultu ölçüleri 1-2 cc mertebesinde tutmalıdır.



Yatay Ağ Dengelemesi / *Dengelemenin Ana Denetimi*

2) Yatay Kenarlar için Dengelemenin Ana Denetimi:

Ölçü + Düzeltmesi

DN	BN	S (m)	$\bar{S} = S + v$	$\bar{S} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
i	1	S_{i1}	$S_{i1} + v_{Si1}$	$\bar{S}_{i1}$
	2	S_{i2}	$S_{i2} + v_{Si2}$	$\bar{S}_{i2}$
	...	...	...	...
	j	S_{ij}	$S_{ij} + v_{Sij}$	$\bar{S}_{ij}$

Her iki yoldan hesaplanan dengeli kenar ölçüleri 0,1-1 mm mertebesinde tutmalıdır.

Yatay Ağ Dengelemesi / Açıklık Açısı Koşulu

Kenar ve doğrultu-kenar ağlarında datum parametrelerinin sayısı $d=3$ 'tür (x ve y ötelemeleri ve 1 dönüklük).

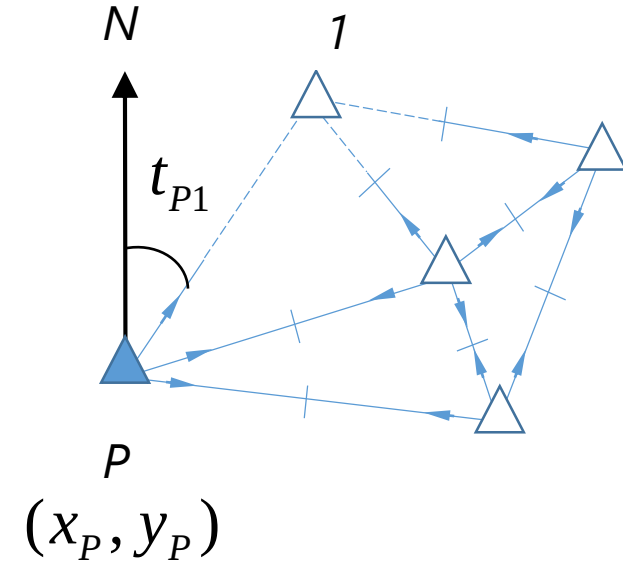
Dolayısıyla, bu ağlarda en az bu kadar sayıda datumu tanımlayan ek bilgiye ihtiyaç duyulur.

Kenar ve doğrultu-kenar ağlarında 1 sabit nokta ve bu noktadan olan 1 açıklık açısı söz konusu bilgi için yeterlidir. Yandaki şekilde datumu, P noktasının sabit koordinatları (x_P, y_P) ve bu noktadan bilinmeyen bir noktaya olan açıklık açısı (t_{P1}) ile tanımlanan bir ağ gösterilmektedir. Söz konusu açıklık açısı dengelemeye aşağıdaki biçimde dahil edilir:

Açıklık Açısı Koşulu:

$$\delta y_1 = (\tan t_{P1}) \delta x_1$$

Söz konusu koşul, 1 noktasının yaklaşık koordinatlarının P noktasından ilgili açıklık açısı kullanılarak hesaplanmış olmasına bağlıdır.



Yatay Ağ Dengelemesi / Açıklık Açısı Koşulu (İspat)

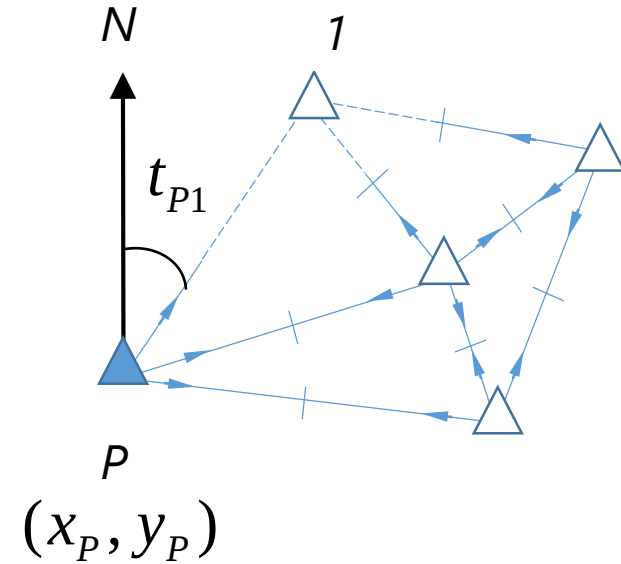
$$(x_{1,0} = x_P + S_{P1} \cos t_{P1}, y_{1,0} = y_P + S_{P1} \sin t_{P1})$$

$$\tan t_{P1} = \frac{y_1 - y_P}{x_1 - x_P} = \frac{(y_{1,0} + \delta y_1) - y_P}{(x_{1,0} + \delta x_1) - x_P}$$

$$\tan t_{P1} = \frac{(S_{P1} \sin t_{P1} + \delta y_1)}{(S_{P1} \cos t_{P1} + \delta x_1)}$$



$$\delta y_1 = (\tan t_{P1}) \delta x_1$$

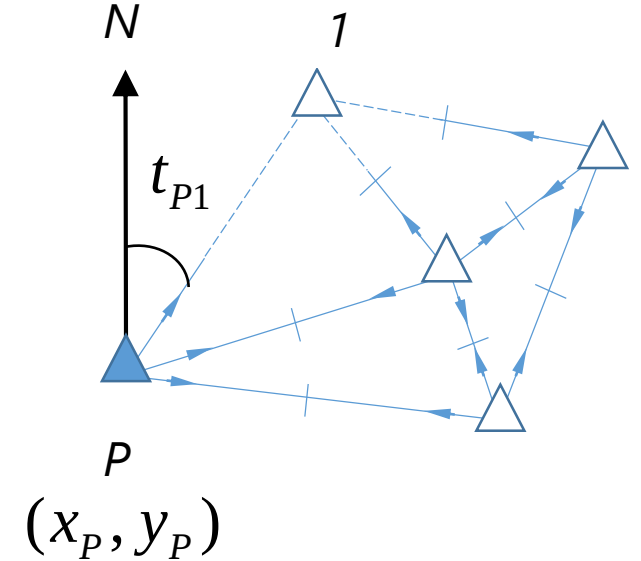


Yatay Ağ Dengelemesi / Açıklık Açısı Koşulu ile Dengelemede Aşamalar

- Düzeltme denklemleri oluşturulur.
- δy_1 bilinmeyi yerine ($\tan t_{P1} \delta x_1$) yazılır. Sonuçta δy_1 bilinmeyi ortadan kalkar. Tablo halinde yazılan düzeltme denklemleri için bu işlem şöyledir; **δy_1 sütunundaki her katsayı $\tan t_{P1}$ ile çarpılıp o katsayıya karşılık gelen δx_1 sütunundaki katsayı ile toplanır; sonuç, δx_1 sütunundaki yeni katsayıları oluşturur: Böylece, δy_1 sütunu ortadan kalkar, δx_1 sütunundaki katsayılar değişir.**
- Ağ, doğrultu ya da doğrultu-kenar ağı ise indirgenmiş düzeltme denklemleri yazılır; bilinen yolla dengeleme yapılır. (**Önce indirgeme sonra açıklık açısı koşulu yazılsa da sonuç değişmez!**)
- Dengeleme sonrasında δy_1 , $\delta y_1 = \tan t_{P1} \delta x_1$ ile hesaplanır.
- Dengeleme sonrasında y_1 koordinatına ilişkin katsayılar şöyle hesaplanır: →

$$Q_{y_1 y_1} = (\tan^2 t_{P1}) Q_{x_1 x_1}$$

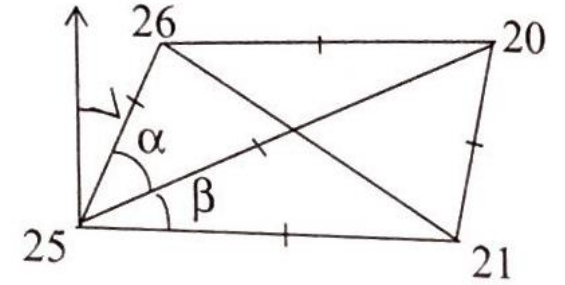
$$Q_{x_1 y_1} = (\tan t_{P1}) Q_{x_1 x_1}$$



Uygulama-3: *Açıklık Açısı Koşulu (Demirel, 2009)*

UYGULAMA-3: Şekildeki kenar ağında 25 noktası ve (25-26) açıklık açısı sabittir; **(25-26)=35,26854 gon.**

Kenarlara ilişkin düzeltme denklemleri aşağıda verilmektedir. Açıklık açısı koşulunu düzeltme denklemlerinde yazınız.



DN	BN	δx_{20}	δy_{20}	δx_{21}	δy_{21}	δx_{26}	δy_{26}	$-l$ (cm)
20	21	0,8912	0,4536	-0,8912	-0,4536	0	0	-0,10
20	25	0,4022	0,9156	0	0	0	0	-0,04
20	26	-0,0716	0,9974	0	0	0,0716	-0,9974	0,03
21	25	0	0	-0,3476	0,9377	0	0	-0,01
21	26	0	0	-0,9018	0,4321	0,9018	-0,4321	-5,78
25	26	0	0	0	0	0,8504	0,5261	-0,03

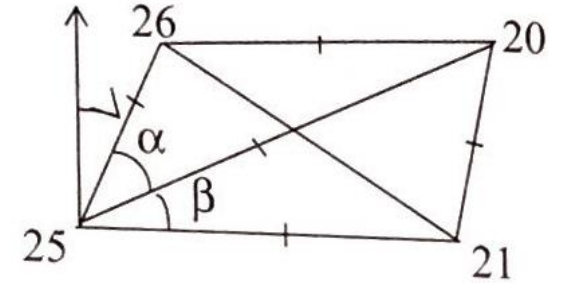
Uygulama-3: Açıklık Açısı Koşulu (Demirel, 2009)

ÇÖZÜM:

Açıklık Açısı Koşulu:

$$\delta y_{26} = (\tan 35,26854) \delta x_{26} = 0,6186 \delta x_{26}$$

Yalnızca 26 noktasına ilişkin kısımda düşünülür; diğer kısımlarda bir değişiklik olmaz.



DN	BN	δx_{20}	δy_{20}	δx_{21}	δy_{21}	δx_{26}	δy_{26}	$-l$ (cm)
20	21	0,8912	0,4536	-0,8912	-0,4536	0	0	-0,10
20	25	0,4022	0,9156	0	0	0	0	-0,04
20	26	-0,0716	0,9974	0	0	0,0716	-0,9974	0,03
21	25	0	0	-0,3476	0,9377	0	0	-0,01
21	26	0	0	-0,9018	0,4321	0,9018	-0,4321	-5,78
25	26	0	0	0	0	0,8504	0,5261	-0,03



$$v_{S_{25-26}} = 0,8504\delta x_{26} + 0,5261\delta y_{26} - 0,03 = 0,8504\delta x_{26} + 0,5261 \times 0,6186\delta x_{26} - 0,03$$

$$= (0,8504 + 0,5261 \times 0,6186)\delta x_{26} - 0,03$$

Sütun katsayıları 0,6186 ile çarpılıp, x sütunundakilerle toplanır.

Uygulama-3: Açıklık Açısı Koşulu (Demirel, 2009)

Açıklık Açısı Koşullu Düzeltme Denklemleri:

DN	BN	δx_{20}	δy_{20}	δx_{21}	δy_{21}	δx_{26}	$-l$ (cm)
20	21	0,8912	0,4536	-0,8912	-0,4536	0	-0,10
20	25	0,4022	0,9156	0	0	0	-0,04
20	26	-0,0716	0,9974	0	0	-0,5454	0,03
21	25	0	0	-0,3476	0,9377	0	-0,01
21	26	0	0	-0,9018	0,4321	0,6345	-5,78
25	26	0	0	0	0	1,1758	-0,03



Açıklama:

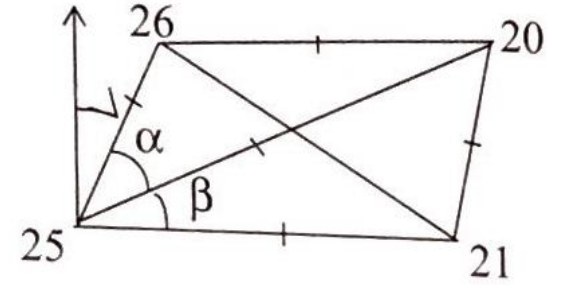
$$v_{S_{20-26}} = 0,0716\delta x_{26} - 0,9974\delta y_{26} + 0,03 = 0,0716\delta x_{26} - 0,9974 \times 0,6186\delta x_{26} + 0,03 = -0,5454\delta x_{26} + 0,03$$

$$v_{S_{21-26}} = 0,9018\delta x_{26} - 0,4321\delta y_{26} - 5,78 = 0,9018\delta x_{26} - 0,4321 \times 0,6186\delta x_{26} - 5,78 = 0,6345\delta x_{26} - 5,78$$

$$v_{S_{25-26}} = 0,8504\delta x_{26} + 0,5261\delta y_{26} - 0,03 = 0,8504\delta x_{26} + 0,5261 \times 0,6186\delta x_{26} - 0,03 = 1,1758\delta x_{26} - 0,03$$

Uygulama-4: *Açıklık Açısı Koşulu (Demirel, 2009)*

UYGULAMA-4: Bir önceki uygulamada 26 noktasının dengeleme sonrasında koordinatının ağırlık katsayısı; $Q_{x26,x26} = 0,4906$ olarak elde ediliyor. Buna göre 26 noktasının ağırlık katsayıları matrisini belirleyiniz.



ÇÖZÜM:

$$\delta y_{26} = (\tan 35,26854) \delta x_{26} = 0,6186 \delta x_{26} \quad \text{Açıklık Açısı Koşulu}$$

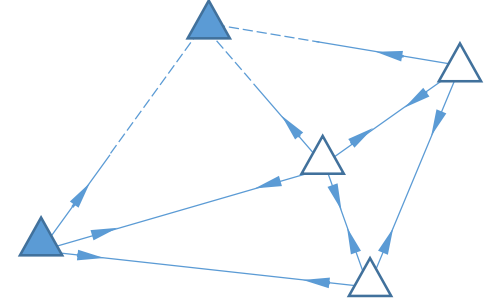
$$Q_{y26y26} = (\tan^2 t_{(25-26)}) Q_{x26x26} = 0,6186^2 \times 0,4906 = 0,1877$$

$$Q_{x26y26} = (\tan t_{(25-26)}) Q_{x26x26} = 0,6186 \times 0,4906 = 0,3035$$

$$Q_{x26x26} = \begin{bmatrix} Q_{x26x26} & Q_{x26y26} \\ Q_{x26y26} & Q_{y26y26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4906 & 0,3035 \\ 0,3035 & 0,1877 \end{bmatrix} \quad \checkmark$$

Örnek-1: *Yatay Ağlarda Serbestlik Derecesi Hesabı*

ÖRNEK-1: Şekildeki doğrultu ağında serbestlik derecesini belirleyiniz.



ÇÖZÜM: Ölçü sayısı; $n=13$ doğrultu
Koordinat bilinmeyen sayısı; $3 \times 2 = 6$
Yöneltme bilinmeyen sayısı; 4 (Doğrultu ölçüsü yapılan her bir nokta için 1 adet)
Toplam bilinmeyen sayısı; $u = 6 + 4 = 10$
Serbestlik derecesi; $f = n - u = 13 - 10 = 3$

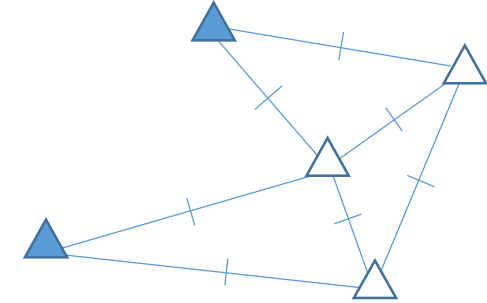


Örnek-2: *Yatay Ağlarda Serbestlik Derecesi Hesabı*

ÖRNEK-2: Şekildeki kenar ağında serbestlik derecesini belirleyiniz.

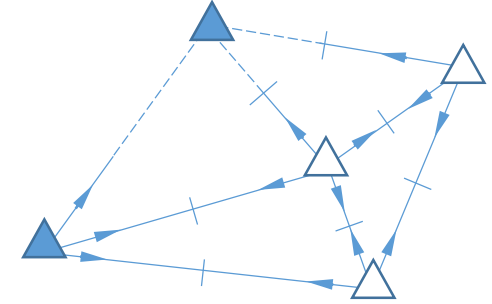
ÇÖZÜM: Ölçü sayısı; $n=7$ kenar
Koordinat bilinmeyen sayısı; $u=3 \times 2=6$

Serbestlik derecesi; $f=n-u=7-6=1$



Örnek-3: *Yatay Ağlarda Serbestlik Derecesi Hesabı*

ÖRNEK-3: Şekildeki kenar ağında serbestlik derecesini belirleyiniz.



ÇÖZÜM: Ölçü sayısı; $n = 13 \text{ doğrultu} + 7 \text{ kenar} = 20$
Koordinat bilinmeyen sayısı; $3 \times 2 = 6$
Yöneltme bilinmeyen sayısı; 4 (Doğrultu ölçüsü yapılan her bir nokta için 1 adet)
Toplam bilinmeyen sayısı; $u = 6 + 4 = 10$
Serbestlik derecesi; $f = n - u = 20 - 10 = 10$

Örnek-4: *Yatay Ağlarda Serbestlik Derecesi Hesabı*

ÖRNEK-4: Şekildeki kenar ağında serbestlik derecesini belirleyiniz.

ÇÖZÜM:

Ölçü sayısı; $n = 13$ doğrultu + 7 kenar = 20

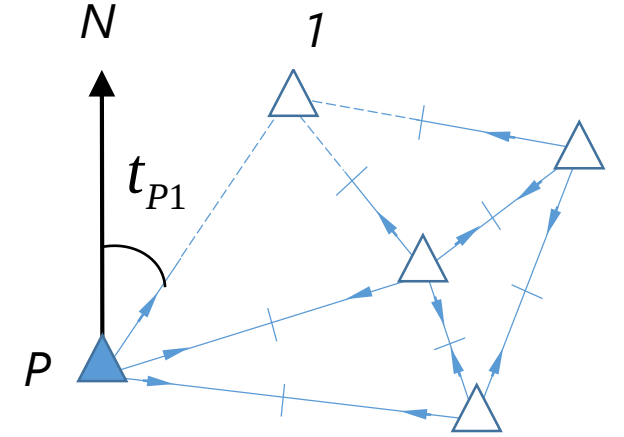
Koordinat bilinmeyen sayısı; $4 \times 2 = 8$

Yöneltme bilinmeyen sayısı; 4 (Doğrultu ölçüsü yapılan her bir nokta için 1 adet)

Toplam bilinmeyen sayısı; $u = 8 + 4 = 12$

Koşul sayısı; $r = 1$ (Açıklık açısı)

Serbestlik derecesi; **$f = n - u + r = 20 - 12 + 1 = 9$**



Ders duyuruları, soru ve görüşleriniz için:



Prof. Dr. Uğur DOĞAN

<https://avesis.yildiz.edu.tr/dogan>

dogan@yildiz.edu.tr



Prof. Dr. Cüneyt AYDIN

<https://avesis.yildiz.edu.tr/caydin>

caydin@yildiz.edu.tr; caydin78@gmail.com