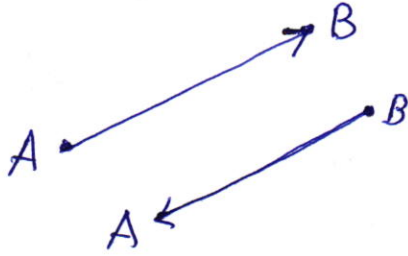


Vektörler

Düzlemde Vektör

$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$$



$$[AB] = \{A, B\} \text{ doğru parçası}$$

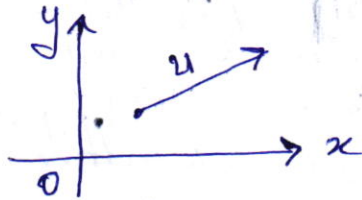
$$\vec{AB}$$

$$\vec{BA}$$

$[AB]$ doğru parçasının uzunluğuna yani $|AB|$ sayısına, $\vec{AB}$ yönlü doğru parçasının uzunluğu denir.

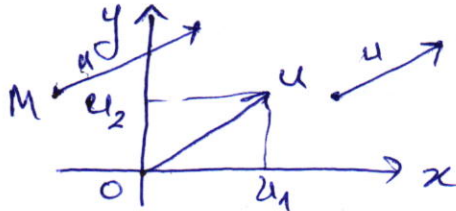
Tanım: Düzlemde yönlü doğru parçalarının denklik bağantısına göre elde edilen bir denklik sınıfına düzlemde bir vektör denir.

Denklik Bağantısı { Her vektör kendisine bağlı ise yansıma
Her iki vektör birbirine " " simetri
Her üç vektör " " " Geçişme

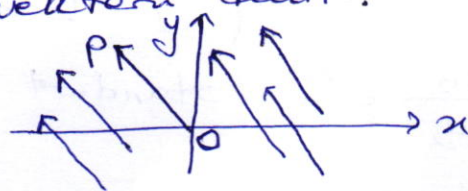


Düzlemde $\vec{AB}$ yönlü doğru parçasına eş olan bütün yönlü doğru parçalarının kümesine $\vec{AB}$ nin denklik sınıfı denir.

Bir vektörün bileşenleri $\vec{OU}$ yönlü doğru parçasının belirttiği vektör u ise U noktasının bileşenlerine u vektörünün bileşenleri denir.



Yer Vektörü: P , düzlemde bir nokta olsun. $\vec{OP}$ yönlü doğru parçasının denklik sınıfı olan "vektöre", P noktasının yer vektörü denir.



Örnek: $u = (u_1, u_2)$, $v = (v_1, v_2)$

$$u + v = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

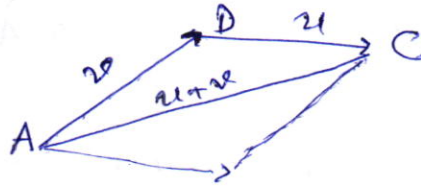
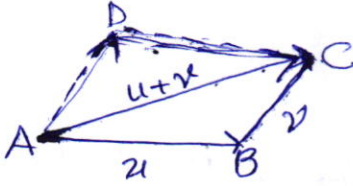
Skalar Çarpımı:

$$u = (u_1, u_2), c \in \mathbb{R}$$

$$cu = (cu_1, cu_2)$$

vektörün boyu (büyüklüğü)

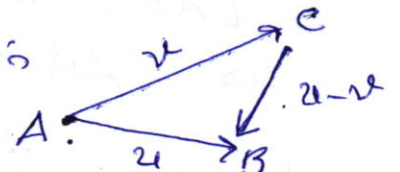
$$|v| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$



Düzlemde her A, B, C noktaları için

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

dir.

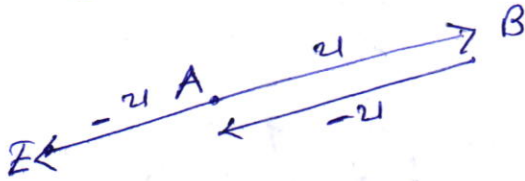


$$\vec{CB} = \vec{AB} - \vec{AC}$$

$u - v$ vektörü:

$$-\vec{AB} = \vec{BA} \text{ dir.}$$

Düzlemde her A, B noktaları için



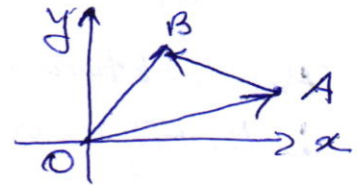
$\vec{AB}$ vektörü:

Düzlemde $A = (a_1, a_2)$

$B = (b_1, b_2)$ noktaları verilsin.

$$\vec{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= \vec{OB} - \vec{OA} \\ &= \vec{OB} + (-\vec{OA}) \\ &= (b_1, b_2) + (-a_1, -a_2) \\ &= (b_1 - a_1, b_2 - a_2) \\ &= B - A \end{aligned}$$



Doğru Denklemleri:

$$\exists \lambda \in \mathbb{R}, \vec{AX} = \lambda \vec{AB} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} X - A = \lambda (B - A) \\ x = a_1 + \lambda (b_1 - a_1) \\ y = a_2 + \lambda (b_2 - a_2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{vektörel denklemi} \\ \text{parametrik} \\ \text{denklemleri} \end{array}$$

$$\frac{x - a_1}{b_1 - a_1} = \frac{y - a_2}{b_2 - a_2} = \lambda \quad \text{standart denklemi}$$

Uzayda Vektörler

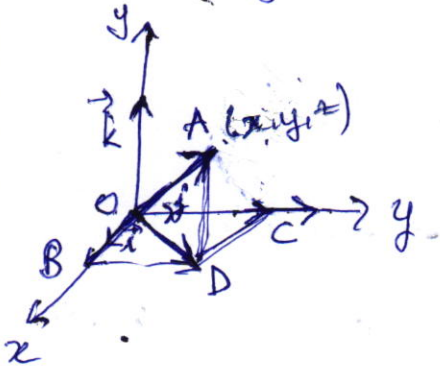
$$u = (u_1, u_2, u_3) \quad , \quad v = (v_1, v_2, v_3)$$

Toplamı $u + v = (u_1 + v_1, u_2 + v_2, u_3 + v_3)$

Skaler Çarpımı $cu = (cu_1, cu_2, cu_3)$

$$u + (-v) = u - v = (u_1 - v_1, u_2 - v_2, u_3 - v_3)$$

Düzey Denklemi: A, B noktalarından geçen düzaydın denklemi
 $\exists \lambda \in \mathbb{R}, \quad \vec{AX} = \lambda \vec{AB}$ vektörel denk.



$$X - A = \lambda (B - A)$$

$$x_1 = a_1 + \lambda (b_1 - a_1)$$

$$x_2 = a_2 + \lambda (b_2 - a_2)$$

$$x_3 = a_3 + \lambda (b_3 - a_3)$$

parametrik
denk.

$$\frac{x - a_1}{b_1 - a_1} = \frac{y - a_2}{b_2 - a_2} = \frac{z - a_3}{b_3 - a_3} = \lambda \quad \text{standart denk.}$$

İki vektör arasındaki uzaklık:

$$d(u, v) = \sqrt{(v_1 - u_1)^2 + (v_2 - u_2)^2 + (v_3 - u_3)^2}$$

İki vektör arasındaki açı: θ : $u = (u_1 i + u_2 j + u_3 k)$, $v = (v_1 i + v_2 j + v_3 k)$ ise

$$\cos \theta = \frac{u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3}{|u| \cdot |v|} = \frac{u \cdot v}{|u| |v|}$$

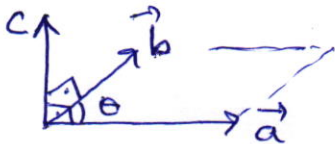
$$|u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

$$|v| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

$i \wedge i = j \wedge j = k \wedge k = 0$
 $i \wedge j = k, j \wedge k = i, k \wedge i = j$
 i, j, k birim vektörler

Vektörel Çarpımı: $(\wedge)$

$\vec{a} \wedge \vec{b} = 0 \Leftrightarrow$ İki vektörün paralellik şartı



$$c \perp a, c \perp b$$

$$\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \theta \cdot \vec{e}$$

$\vec{e}$ birim vektör $\vec{e} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \Rightarrow |\vec{e}| = 1$ dir.

$$|\vec{a} \wedge \vec{b}| = \text{paralel kenarın alanı}$$

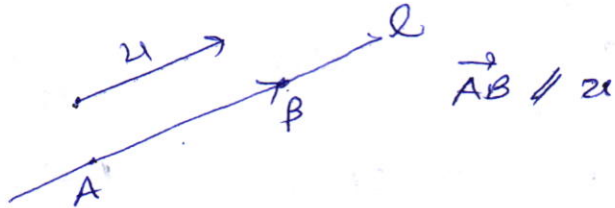
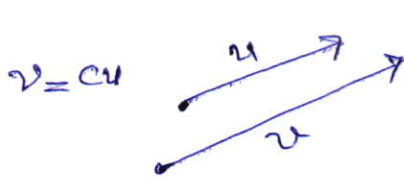
$$\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b} = \det \begin{bmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

Karma Çarpım: $\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ dir.
 (Paralel Yüzünün Hacmi)

Paralellik

$u, v \in \mathbb{R}^n$, $u \neq 0$, $v \neq 0$ $\exists c \in \mathbb{R}$ için

$v = cu$ ise $v \parallel u$ paraleldir.



l doğrusuna paralel olan sıfırdan farklı bir vektöre l 'nin doğultu yön vektörü denir.

Düzlemde $b \in X$ noktasının l doğrusu üstünde bulunması için f.v.y.k.

$\exists \lambda \in \mathbb{R}$, $\vec{AX} = \lambda u$ olmalıdır.

$$\frac{x-a_1}{u_1} = \frac{y-a_2}{u_2} = \lambda \quad \text{belirli bir ifade edilir.}$$

Üçgenin Alanı:

Düzlemde $A(a_1, a_2)$ $B(b_1, b_2)$ $C(c_1, c_2)$ noktalar verilsin.

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix} \right|$$

$$= \frac{1}{2} \left| \det(\vec{AB}, \vec{AC}) \right|$$

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 - a_1 & c_1 - a_1 \\ a_2 & b_2 - a_2 & c_2 - a_2 \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} b_1 - a_1 & c_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 & c_2 - a_2 \end{bmatrix}$$

$$= \det(\vec{AB}, \vec{AC})$$

Düzlemde $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ noktalarının oluşturduğu AB doğrusunun denklemini

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & a_1 & b_1 \\ y & a_2 & b_2 \end{bmatrix} = 0$$

veya

$$\det(\vec{XA}, \vec{XB}) = 0 \quad \text{dir.}$$