

Yıldız Teknik Üniversitesi
Matematik Bölümü
2021-2022 Bahar Dönemi
Lineer Operatörler 2 Ödevi (Final)

Adı-Soyadı: _____

Numarası: _____

SORULAR:

1. H bir Hilbert uzayı ve $\{e_i\}, \{g_i\}$ de H de iki ortonormal dizi olsun. Ayrıca $\{\lambda_i\}$ de sınırlı bir sayı dizisi olsun. O takdirde, $A : H \rightarrow H$

$$Ax = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i (x, e_i) g_i$$

operatörünün lineer, sınırlı olduğunu gösterip A^* eşleniğini bulunuz.

2. $A : L_2[0, \pi] \rightarrow L_2[0, \pi]$ lineer operatörü

$$(Ax)(t) = \int_0^{\pi} \cos(t+s)x(s)ds$$

şeklinde verilsin. A operatörünün spektrumunu belirleyiniz.

3. H bir Hilbert uzayı ve $A : H \rightarrow H$ bir sınırlı lineer operatör olsun. O zaman

- (a) Eğer $|\lambda| > \|A\|$ ise $\lambda \notin \sigma(A)$ olduğunu ve
(b) $\sigma(A)$ kümesinin kapalı olduğunu gösteriniz.

4. X bir Banach uzayı ve $D(A) \subset X$ ile $A : D(A) \rightarrow X$ bir kapalı operatör ise $\lambda, \mu \in \rho(A)$ için

$$R_{\lambda} - R_{\mu} = (\lambda - \mu)R_{\lambda}R_{\mu}$$

olduğunu gösteriniz.