

	YTÜ - Fen-Edebiyat Fakültesi Final sınavı Soru ve Cevap Kâğıdı			NOT TABLOSU					
				1.5	3.5	3.5	4.5	5.5	TOPLAM
Adı Soyadı		Grup No		1					
Öğrenci Numarası									
Bölüm		Matematik			Sınav Tarihi		13.1.2013		
Dersin Adı		Pozitif Operatörlere Giriş			Sınav Süresi		80dk		Sınav Yeri
Dersi veren Öğretim Üyesi		Doç. Dr. Erdal GÜL			İmza				
Öğrenci Adı Soyadı									

YÖK, msn 2547 sayılı Kararının Öğrenci Disiplin YürütmeHikmetinin 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya başka teşebbüs etmek" fıllı işlemlerle bir veya iki veya üç kez yakalanan öğrencilerin cezaları aşağıdır

Sorular:

1. Bir E Riesz uzayının bir A ideali verilsin. A 'nın E de sıra yoğun olması için gerek ve yeter koşul $A^\perp = \{0\}$ olmasıdır. Gösteriniz.
2. Bir E Riesz uzayında A ve B iki izdüşüm bandı ise $A \cap B$ 'nin de E de bir izdüşüm bandı olduğunu ve $P_{A \cap B} = P_A P_B$ olduğunu gösteriniz.
3. Bir E Riesz uzayındaki bir e pozitif vektörün bilegenini tanımlayınız. x, y vektörleri e 'nin bilegeninde yani $x, y \in C_e$ ve $x \leq y$ ise $y - x \in C_e$ olduğunu gösteriniz.
4. İki E ve F Riesz uzayları arasında verilen bir $T: E \rightarrow F$ operatörü için sıra sınırlı, sıra sürekli ve σ -sıra sürekli operatörleri tanımlayınız. Aralarındaki ilişkiyi açıklayınız.

① A, E de sıra yoğun olsun. $x \in A^\perp$ alalım. $x \neq 0$ ise $0 < y \leq |x|$ olacak şekilde bir $y \in A^\perp$ vardır. Bu da $y \in A \cap A^\perp = \{0\}$ çelişkisini verir. Böylece $A^\perp = \{0\}$ dir. (10)

Tersi için, $A^\perp = \{0\}$ olsun. $0 < x \in E$ alalım. Eğer tüm $y \in A$ için $xy = 0$ ise o zaman $x \in A^\perp = \{0\}$ olur. Böylece $yx > 0$ her $y \in A$ için doğru olur. Ancak o zaman $yx \in A$ ve $0 < yx \leq x$ olması A nın E de sıra yoğun olduğunu gösterir. (15)

② $A \cap B$ nın bir izdüşüm bandı olduğunu göstermek için $\forall x \in E^+$ için

$$B \cap [0, x] = [0, P_B x] \Rightarrow A \cap B \cap [0, x] = A \cap [0, P_B x] \quad (10)$$

olduğunu direkt olarak edelim. Sonuç olarak, $\forall x \in E^+$

$$\text{icin } P_A P_B x = \sup A \cap [0, P_B x] = \sup A \cap B \cap [0, x] \quad (10)$$

olar. Teo 1.41 den $A \cap B$ bir izdüşüm bandıdır ve

$$P_A P_B = P_{A \cap B} \text{ olur.} \quad (5)$$

③ e , bir E Riesz uzayında bir pozitif vektör olsun. Eğer, $x \wedge (e-x) = 0$ ise $x \in E^+$ vektörüne e vektörünün bir bilegeni denir. e 'nin tüm bilegenlerinin kümesi C_e ile gösterilir. (10)

$$x, y \in C_e \text{ ve } x \leq y \Rightarrow y - x \in C_e$$

$$0 \leq (y-x) \wedge [e - (y-x)] = (y-x) \wedge [(e-y) + x] \quad (5)$$

$$\leq (y-x) \wedge (e-y) + (y-x) \wedge x \quad (5)$$

$$\leq y \wedge (e-y) + (e-x) \wedge x = 0 + 0 = 0 \quad (5)$$

④ sıra sınırlı kümeyi sıra sınırlı kümeye götüren operatöre sıra sınırlı operatör denir. (5)

$$x_n \xrightarrow{0} 0 (Ede) \Rightarrow Tx_n \xrightarrow{0} 0 (Fde) \text{ ise } T \text{ sıra sınırlıdır.} \quad (5)$$

$$x_n \xrightarrow{0} 0 (Ede) \Rightarrow Tx_n \xrightarrow{0} 0 (Fde) \text{ ise } T \text{ } \sigma\text{-sıra sınırlıdır.} \quad (5)$$

$$\text{Sıra sınırlılık} \Rightarrow \text{sıra sınırlılık} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \sigma\text{-sıra sınırlılık} \quad (5)$$

$$\Leftarrow \sigma\text{-sıra sınırlılık} \quad (5)$$