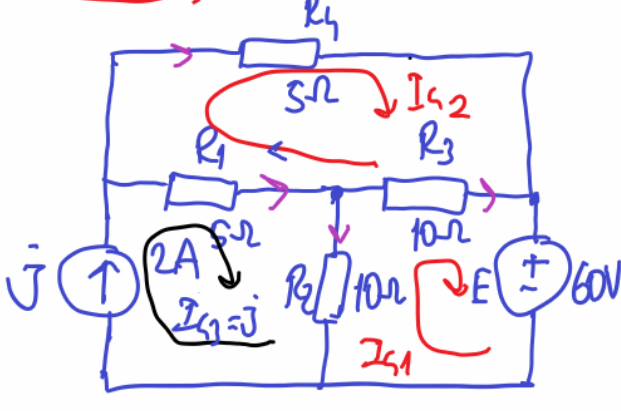


SORU 1 (GAY)

- a) Çevre Akımlar Yöntemi (GAY)
adım-adım dave denklemleri
elde ediniz ve matris biçiminde
yazınız (Akımları bilinmeyen başlımlara
çevre akımı yönlerini saat ibresi
yönünde seçiniz.)
- b) Denklemleri çözünüz ve R_3 'ün
gücünü hesaplayınız ($P_{R_3} = ?$)

Çözüm

a) $I_{s1} = ?$
 $I_{s2} = ?$
 $I_{s3} = \hat{J} = 2A$

Rakımlarını çevre akımlarına bağlı olarak yazalım

$$\begin{cases} I_{R1} = I_{s3} - I_{s2} = \hat{J} - I_{s2} \\ I_{R2} = \hat{J} - I_{s1} \\ I_{R3} = I_{s1} - I_{s2} \end{cases} \quad I_{R4} = I_{s2}$$

Çevre denklemleri

I_{s1} çevresi için

$$\begin{aligned} -V_{R2} + V_{R3} + E &= 0 \\ -R_2 I_{s2} + R_3 I_{s1} + E &= 0 \\ -R_2 (\hat{J} - I_{s1}) + R_3 (I_{s1} - I_{s2}) + E &= 0 \end{aligned}$$

$$(R_2 + R_3) I_{s1} - R_3 I_{s2} + E - R_2 \hat{J} = 0 \quad \text{1. denklemin}$$

I_{s2} çevresi için

$$\begin{aligned} -V_{R3} - V_{R1} + V_{R4} &= 0 \Rightarrow -R_3 I_{s1} - R_1 I_{s2} + R_4 I_{s2} = 0 \\ -R_3 (I_{s1} - I_{s2}) - R_1 (\hat{J} - I_{s2}) + R_4 I_{s2} &= 0 \end{aligned}$$

$$-R_3 I_{s1} + (R_1 + R_3 + R_4) I_{s2} - R_1 \hat{J} = 0 \quad \text{2. denklemin}$$

$$\begin{bmatrix} (R_2 + R_3) & -R_3 \\ -R_3 & (R_1 + R_3 + R_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E + \begin{bmatrix} -R_2 \\ R_1 \end{bmatrix} \hat{J} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) Sayısal çözüm

$$\begin{bmatrix} (10 + 10) & -10 \\ -10 & (5 + 10 + 5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} 60 + \begin{bmatrix} -10 \\ 5 \end{bmatrix} 2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

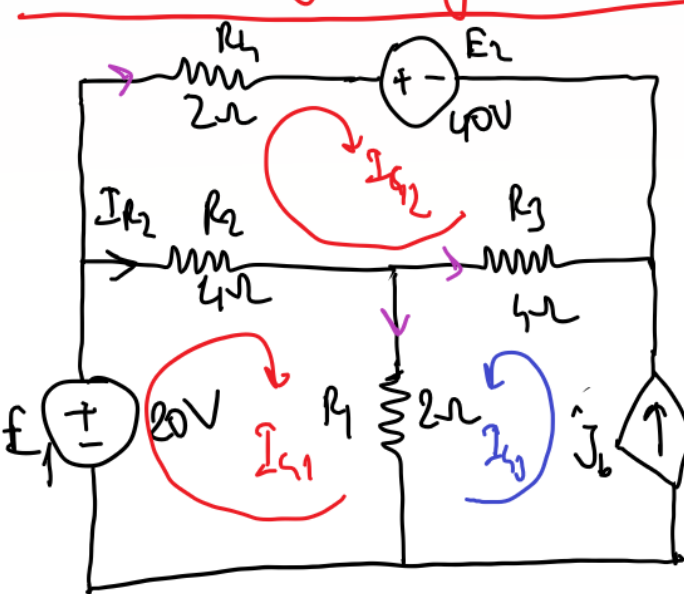
$$\begin{bmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$I_{s1} = \frac{\begin{vmatrix} -40 & -10 \\ 10 & 20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{-40 \cdot 20 - 10 \cdot (-10)}{20 \cdot 20 - (-10) \cdot (-10)} = \frac{-700}{300} \Rightarrow I_{s1} = -\frac{7}{3} = -2,333A$$

$$I_{s2} = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -40 \\ -10 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 20 \end{vmatrix}} = \dots = \frac{-200}{300} \Rightarrow I_{s2} = -\frac{2}{3} = -0,666A$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_{R_3}^2 \Rightarrow I_{R_3} = I_{s1} - I_{s2} = -\frac{2}{3} - (-\frac{7}{3}) = \frac{5}{3}$$

$$I_{R_3} = 1,666A$$

Soru 2 (Bağımlı Kaynaklı ÇAY) (2017 vize sorusu)

a) ÇAY ile devre denklemleri matris biçiminde?

b) Denklemleri çözünüz $P_{R2}=?$
 $P_{E1}=?$ P_1 için akımlar

$$I_{R1} = I_{I1} + I_{I2} = I_1 + I_2$$

$$I_{R2} = I_{I1} - I_{I2}$$

$$I_{R3} = -I_{I2} - I_6$$

$$I_{R4} = I_{I2}$$

Çayre Denklemleri

$$I_6 = 3I_{I2} = 3(I_{I1} - I_{I2})$$

$$I_6 = 3I_{I1} - 3I_{I2}$$

 I_{I1} seçeriz için

$$-E_1 + R_1 I_{I1} + R_2 I_{I2} = 0$$

$$-E_1 + R_2 (I_{I1} - I_{I2}) + R_3 (I_{I1} + I_6) = 0$$

$$(R_1 + R_2) I_{I1} - R_2 I_{I2} - E_1 + R_3 I_6 = 0$$

 I_{I2} seçeriz için

$$R_1 I_{I1} + E_2 - R_3 I_{I2} - R_2 I_{I2} = 0$$

$$R_1 I_{I2} + E_2 - R_3 (-I_{I2} - I_6) - R_2 (I_{I1} - I_{I2}) = 0$$

$$-R_2 I_{I1} + (R_2 + R_3 + R_4) I_{I2} + E_2 + R_3 I_6 = 0$$

$$\begin{bmatrix} (R_1 + R_2) & -R_2 \\ -R_2 & (R_2 + R_3 + R_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{I1} \\ I_{I2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 \\ R_3 \end{bmatrix} I_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$I_6 = 3I_{I2} = 3(I_{I1} - I_{I2})$

Denklemleri soru hal'ine

$$\begin{bmatrix} (4R_1 + R_2) & -(R_2 + 3R_3) \\ (3R_3 - R_2) & (R_2 - 2R_3 + R_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{I1} \\ I_{I2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

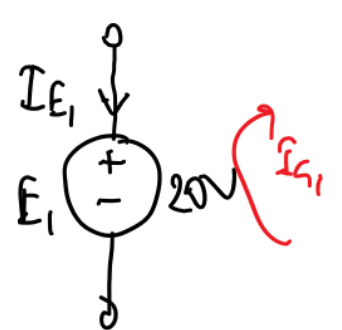
b) Sayısal çözüm

$$\begin{bmatrix} 12 & -10 \\ 8 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{I1} \\ I_{I2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -40 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I_{I1} \\ I_{I2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7,857 \\ -11,429 \end{bmatrix}$$

$$P_{R2}=? , P_{E1}=?$$

$$I_{R2} = I_{I1} - I_{I2} = -7,857 - (-11,429) = 3,572 \text{ A}$$

$$P_{R2} = R_2 I_{R2}^2 = 4,357 \text{ W} \Rightarrow P_{R2} = 51,03 \text{ W}$$



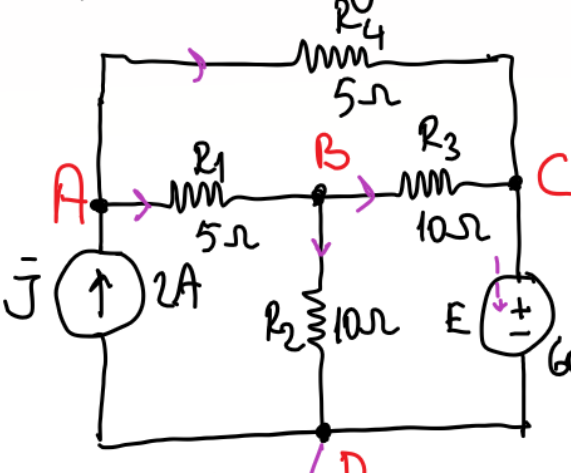
$$P_{E1} = E_1 \cdot I_{E1} = E_1 \cdot (-I_{I1}) = 20 \cdot (-(-7,857))$$

$$P_{E1} = 20 \cdot 7,857 \Rightarrow P_{E1} = 157,14 \text{ W}$$

 $P_{E1} < 0$ ise (P_{E1} (-) işaretli ise) devreye enerji verir (kaynak) $P_{E1} > 0$ (+) işaretli ise devreden enerji alır (şarj olan pil veya akü gibi)

SORU3 (DÜĞÜ)

GAY ile çözdüğümüz 1. soruyu DÜĞÜ ile çözelim.

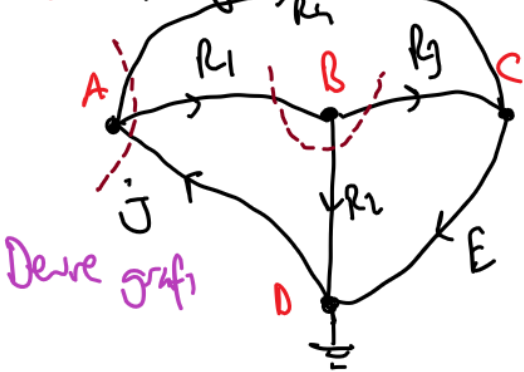


a) Düğüm Gerilimleri Yöntemi (DÜĞÜ) ile devre denklemlerini adım-adım elde ediyoruz. Matris biçiminde yazarız.

b) Denklemleri çözüyoruz ve P_{R_1} 'in gücünü hesaplıyoruz. R_1 'in akımını hesaplıyoruz.

Çözüm

a) Ref. düğüm seçilir. (D)



Düğüm gerilimleri

$$\left. \begin{aligned} V_D &= 0 \text{ (Referans düğüm)} \\ V_C &= E = 60V \\ V_A &=? \\ V_B &=? \end{aligned} \right\} \text{Bilinenler}$$

* Gerilimi bilinmeyen düğümler (A ve B) için düğüm denklemleri yazarız.

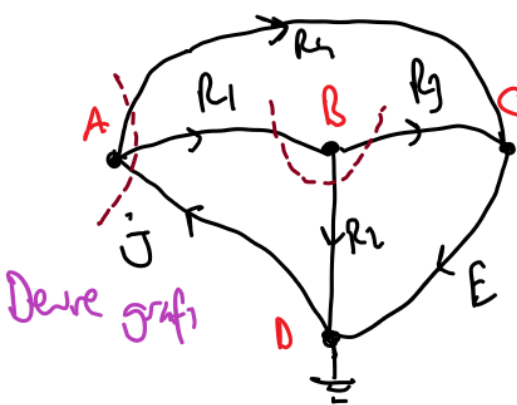
Yön kuralı : $\rightarrow \bullet$ (-) düğüme gelen akım yönü (-)
 $\bullet \rightarrow$ (+) düğümde çıkan " " (+)

Düğüm akımları düğüm gerilimine bağlı olarak yazılır

$$I_{R_1} = G_1 \cdot V_{R_1} = G_1 (V_A - V_B), \quad I_{R_2} = G_2 (V_B - V_D) = G_2 \cdot V_B$$

$$I_{R_3} = G_3 (V_B - V_C) \Rightarrow I_{R_3} = G_3 (V_B - E), \quad I_{R_4} = G_4 (V_A - V_C)$$

$$I_{R_4} = G_4 (V_A - E)$$



A için düğüm denklemleri

$$I_{R_1} + I_{R_4} - \hat{J} = 0$$

$$G_1 V_{R_1} + G_4 V_{R_4} - \hat{J} = 0$$

$$G_1 (V_A - V_B) + G_4 (V_A - E) - \hat{J} = 0$$

$$(G_1 + G_4) \cdot V_A - G_1 \cdot V_B - G_4 \cdot E - \hat{J} = 0 \quad 1. \text{ denklemler}$$

B için düğüm denklemleri

$$-I_{R_1} + I_{R_2} + I_{R_3} = 0 \Rightarrow -G_1 (V_A - V_B) + G_2 \cdot V_B + G_3 (V_B - E) = 0$$

$$-G_1 \cdot V_A + (G_1 + G_2 + G_3) V_B - G_3 \cdot E = 0 \quad 2. \text{ denklemler}$$

$$\begin{bmatrix} (G_1 + G_4) & -G_1 \\ -G_1 & (G_1 + G_2 + G_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -G_4 \\ -G_3 \end{bmatrix} \cdot E + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{J} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) Sayısal çözüm ($G = \frac{1}{R}$)

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ mho} \quad G_2 = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ mho} \quad G_3 = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ mho}$$

$$G_4 = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ mho} \quad E = 60V \quad \text{ve} \quad \hat{J} = 2A$$

$$\begin{bmatrix} 0,4 & -0,2 \\ -0,2 & 0,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \text{---} \rightarrow \quad \begin{aligned} V_A &= 56,666V \\ V_B &= 43,333V \end{aligned}$$

 $P_{R_3} = ?$

$$V_{R_3} = V_B - V_C = V_B - E = 43,333 - 60 \Rightarrow P_{R_3} = \frac{V_{R_3}^2}{R_3} = \frac{(43,333 - 60)^2}{10}$$

$$P_{R_3} = 27,7W$$

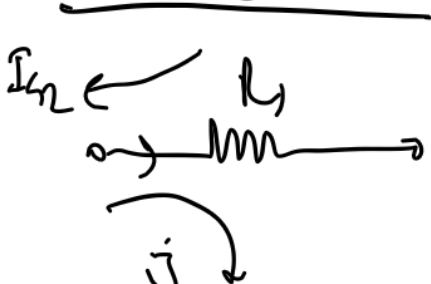
$$I_{R_3} = \frac{V_{R_3}}{R_3} = G_3 \cdot V_{R_3} = G_3 (V_B - E) = 0,1 \cdot (43,333 - 60) = -1,666A$$

Etker

SAY ile aynı sonuç!

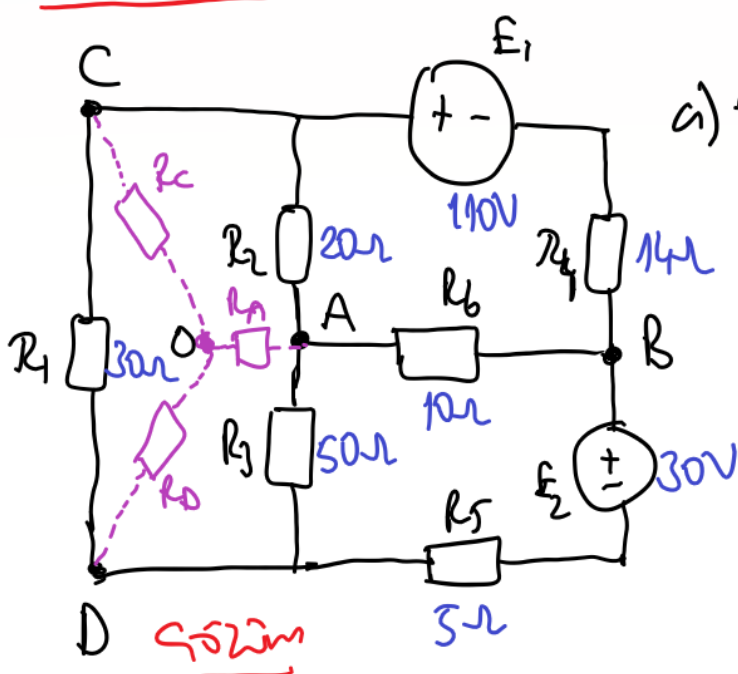
 $I_{R_1} = ?$

$$I_{R_1} = \frac{V_{R_1}}{R_1} = G_1 (V_A - V_B) = 0,2 (56,666 - 43,333) = 2,666A$$

1. soruda (SAY)

$$I_{R_1} = \hat{J} - I_{R_2} = 2 - (-0,666) = 2,666A$$

aynı sonuç!

SOAL 4 (THEVENİN VE MAKSİMUM GÜÇ)

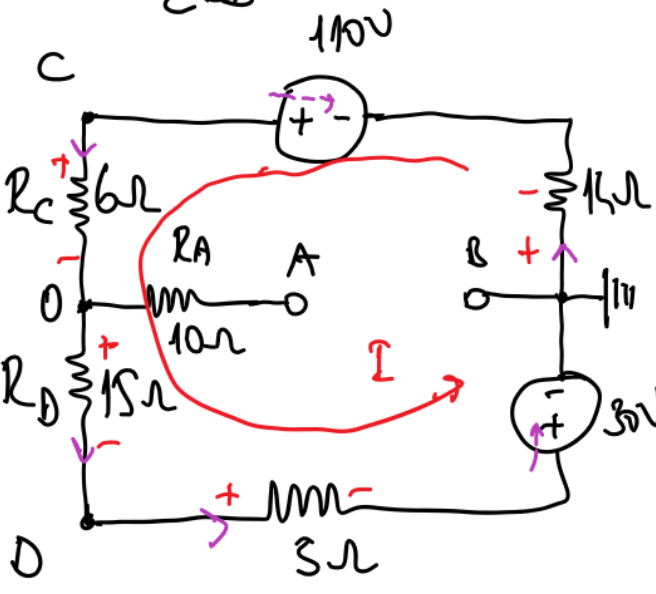
a) 10Ω'lık R_6 direncinin atılımını
Thevenin Teoremi ile hesaplayın

b) R_6 direncinin maksimum
güç çekmesi için değeri
kaynaklar kısa ve
açık devre alarak maksimum
güç değeri hesaplayınız

$\Delta \rightarrow \lambda$ dönüşümü

$$\Sigma R_0 = R_1 + R_2 + R_3 = 30 + 20 + 50 = 100\Omega$$

$$R_c = \frac{R_1 \cdot R_2}{\Sigma R_0} = \frac{30 \cdot 20}{100} = 6\Omega, \quad R_d = \frac{30 \cdot 50}{100} = 15\Omega, \quad R_A = \frac{20 \cdot 50}{100} = 10\Omega$$



$$E_{th} = V_{AB} = ?$$

$$I = \frac{110 - 30}{6 + 15 + 5 + 14} = \frac{80}{40} = 2A$$

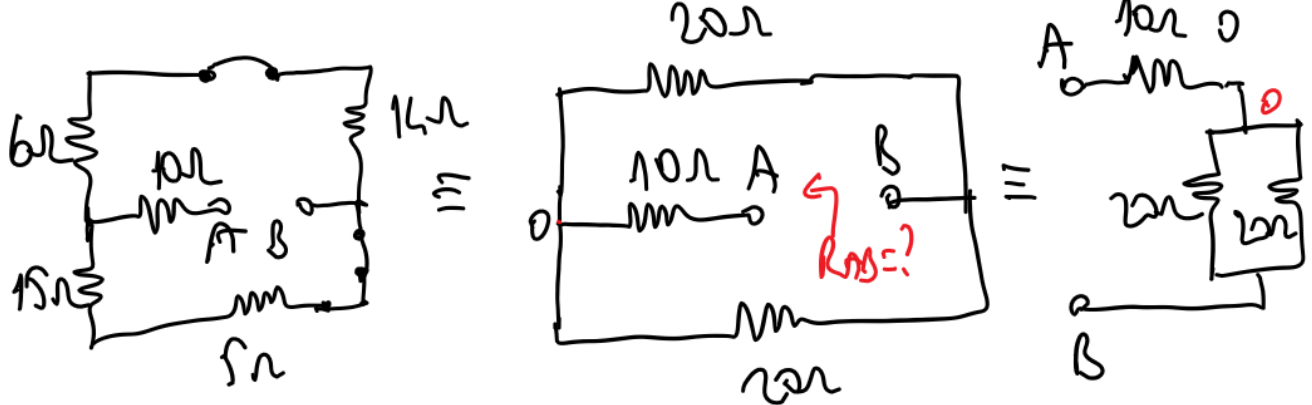
veya çevre denk

$$-110 + (6 + 15 + 5 + 14)I + 30 = 0 \Rightarrow 40 \cdot I = 80 \Rightarrow I = \frac{80}{40} = 2A$$

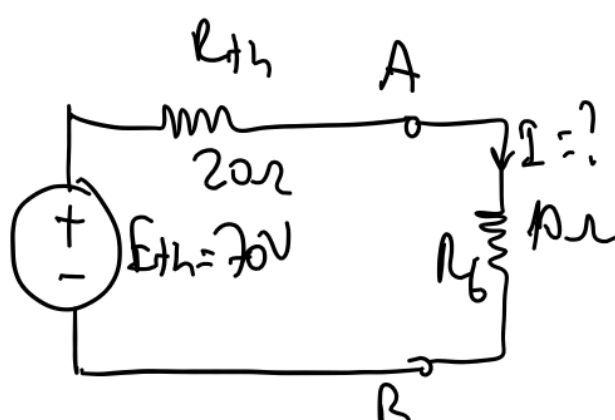
$$V_{AB} = V_0 - V_5 = V_{AB} = 15 \cdot I + 5 \cdot I + 30 = 20I + 30 = 20 \cdot 2 + 30 = 70V$$

$$E_{th} = 70V$$

$R_{th} = ?$ (Gerçek kaynakları kısa devre ve varsa aktif
kaynakları açık devre alarak $R_{AB} = R_{th}$ olur.)



$$R_{th} = R_{AB} = 10 + \left(\frac{10 \cdot 20}{20 + 20} \right) = 20\Omega \quad \boxed{R_{th} = 20\Omega}$$



$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_6} = \frac{70}{20 + 10}$$

$$I = 2,333A$$

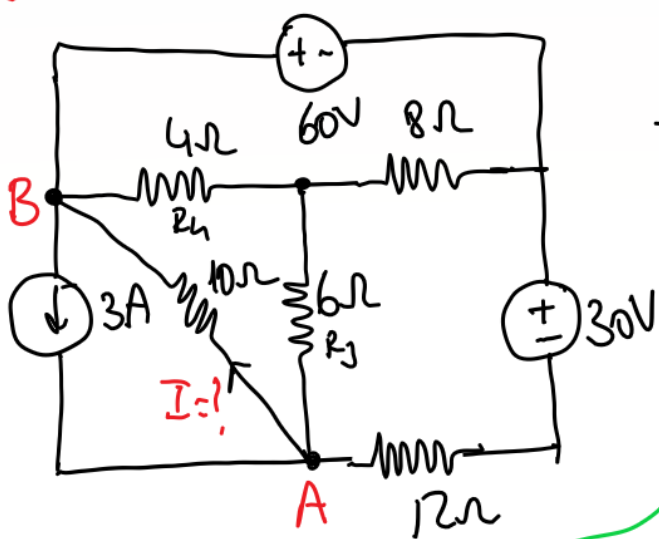
b) Maksimum güç için $R_6 = R_{th} = 20\Omega$ olur.

$$I = \frac{E_{th}}{2R_{th}} = \frac{70}{2 \cdot 20} = \frac{70}{40} = 1,75A$$

$$P_{R_6 \max} = R_6 I^2 = 20 \cdot 1,75^2 = 61,25W$$

veya formülle $P_{R_6 \max} = \frac{E_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{70^2}{4 \cdot 20} = 61,25W$

SOLUŞ (Thevenin, 2012 Final Sorusu)



10Ω'lık direncin akımını
Thevenin Teoremi ile
hesaplayınız Akım yönü?

Çözüm

$E_{th} = ?$

ÇAY ile devreyi çözersek

$V_{AB} = E_{th}$ bulalım.

I_1 çevresi için

$$(8+6+12) \cdot I_1 - 8I_2 + 6 \cdot 3 + 30 = 0$$

$$26I_1 - 8I_2 = -48 \quad (1)$$

I_2 çevresi için

$$(8+4) \cdot I_2 - 8I_1 + 4 \cdot 3 + 60 = 0 \Rightarrow -8I_1 + 12I_2 = -72$$

$$\begin{bmatrix} 26 & -8 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -48 \\ -72 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} -48 & -8 \\ -72 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 26 & -8 \\ -8 & 12 \end{vmatrix}} \Rightarrow I_1 = -4,645A$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 26 & -48 \\ -8 & -72 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 26 & -8 \\ -8 & 12 \end{vmatrix}} \Rightarrow I_2 = -9,097A$$

$$E_{th} = V_{AB} = V_{R_3} + V_{R_4} = R_3 I_{R_3} + R_4 I_{R_4}$$

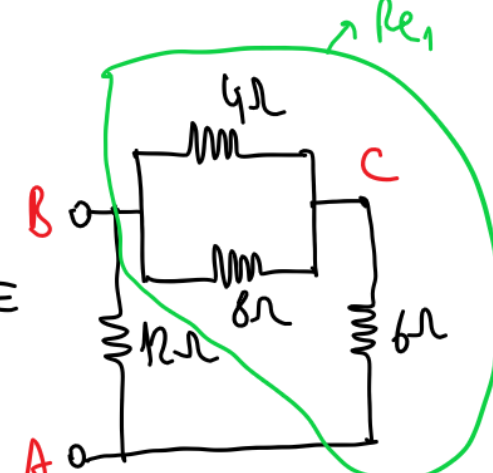
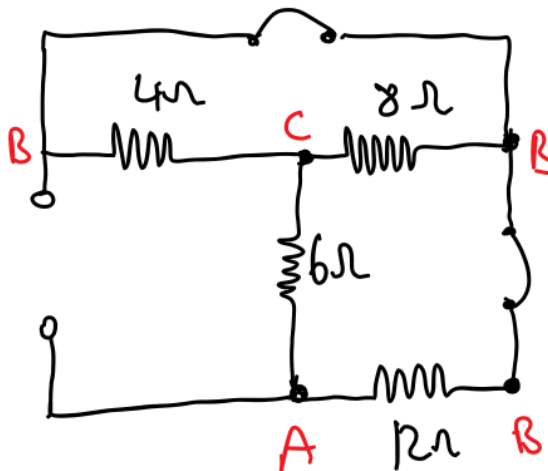
$$I_{R_3} = I_1 + \hat{J} = -4,645 + 3 \Rightarrow I_{R_3} = -1,645A$$

$$I_{R_4} = I_2 + \hat{J} = -9,097 + 3 \Rightarrow I_{R_4} = -6,097A$$

$$E_{th} = V_{AB} = R_3 I_{R_3} + R_4 I_{R_4} = 6 \cdot (-1,645) + 4 \cdot (-6,097)$$

$$E_{th} = -34,26V$$

$R_{th} = ?$

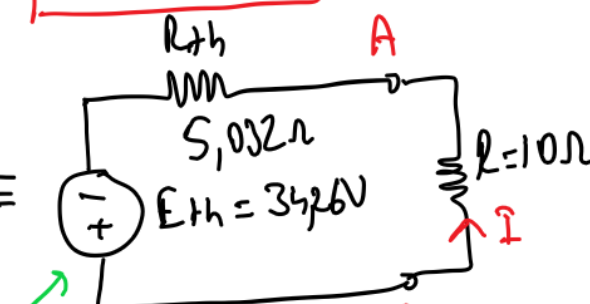
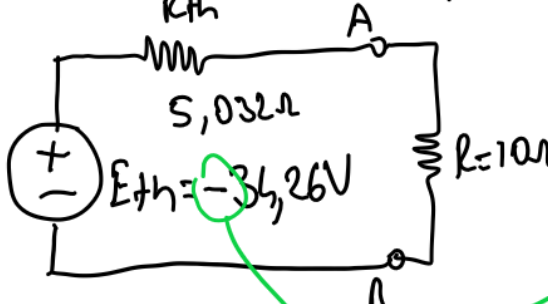


$$R_{e1} = \frac{4 \cdot 8}{4+8} + 6$$

$$R_{e1} = 8,667\Omega$$

$$R_{th} = R_{AB} = 12\Omega // R_{e1}$$

$$R_{th} = R_{AB} = \frac{12 \cdot 8,667}{12 + 8,667} \Rightarrow R_{th} = 5,032\Omega$$



E_{th} 'in kutupları ters çevir (işaret (+) sıktık)

$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R} = \frac{34,26}{5,032 + 10} \Rightarrow I = 2,28A$$

Yön: $B \rightarrow A$

* E_{th} 'in işareti (-) olduğu için R 'nin akım yönü $B \rightarrow A$ yönü
Eğer E_{th} 'in işareti (+) olsaydı akım yönü $A \rightarrow B$ olurdu.