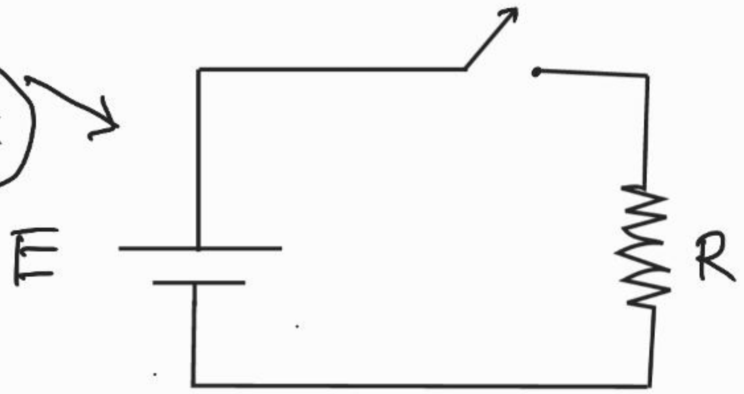
Devre: Belirli bir işlevi yerine getirmek için bir araya getirilmiş elemanlar topluluğudur.

Elektrik enerjisini ısıl enerjiye dönüştürmek için oluşturulmuş bir elektrik devresi



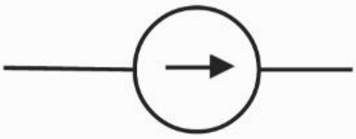

Direnç


Endüktans

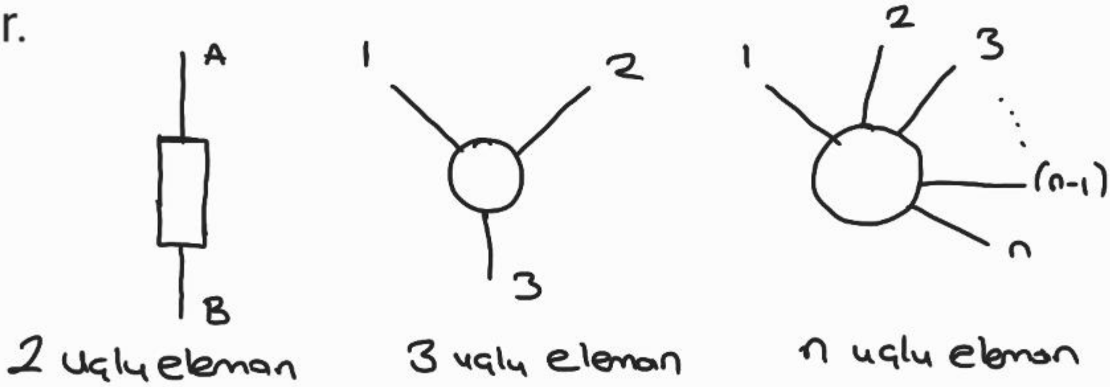

Kondansatör


Gerilim Kaynağı (DC)

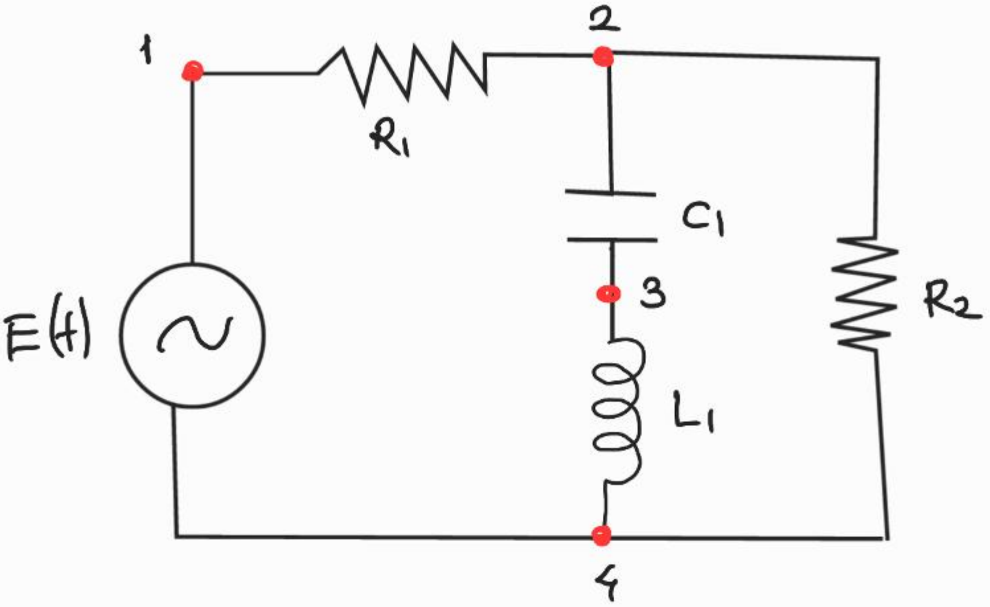

Gerilim Kaynağı (AC)


Akım kaynağı

Devre elemanları 'uç'ları yardımıyla devreye bağlanır. Elektrik mühendisliğinde elemanlar uç sayılarına göre tanımlanır.



Düğüm: 2 veya 2'den fazla elemanın bağlandığı nokta

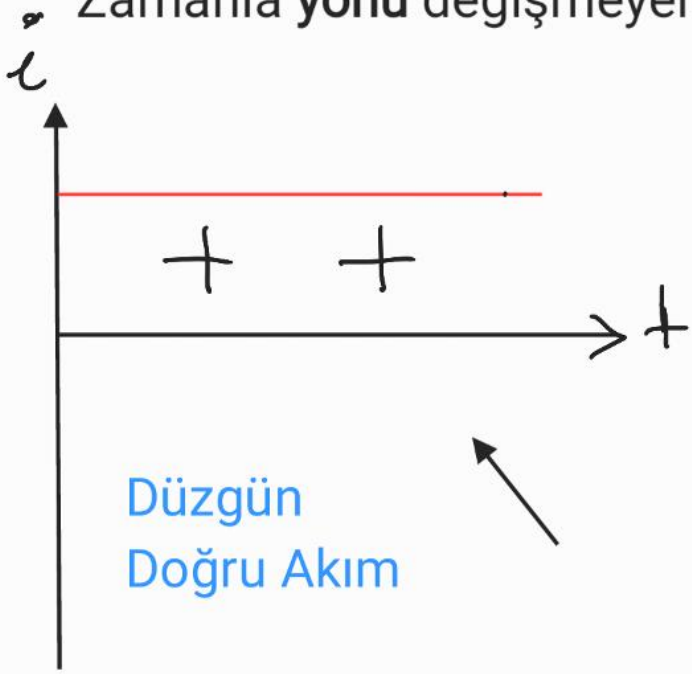


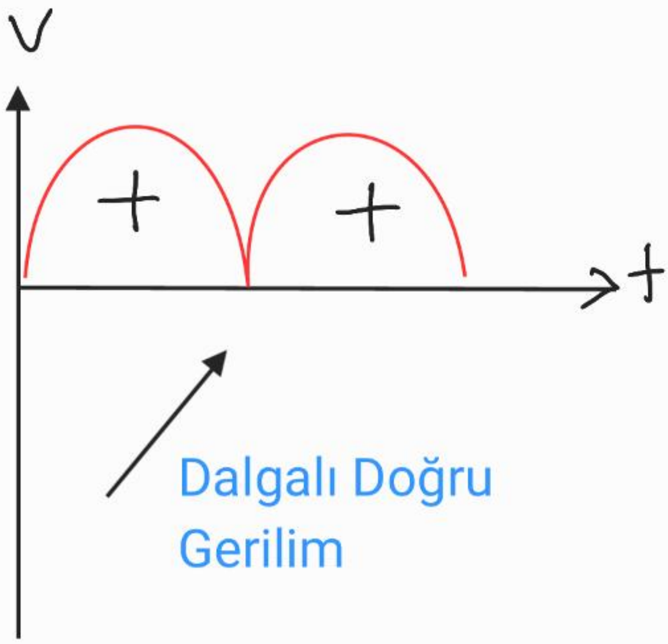
4 düğüm içeren bir devre

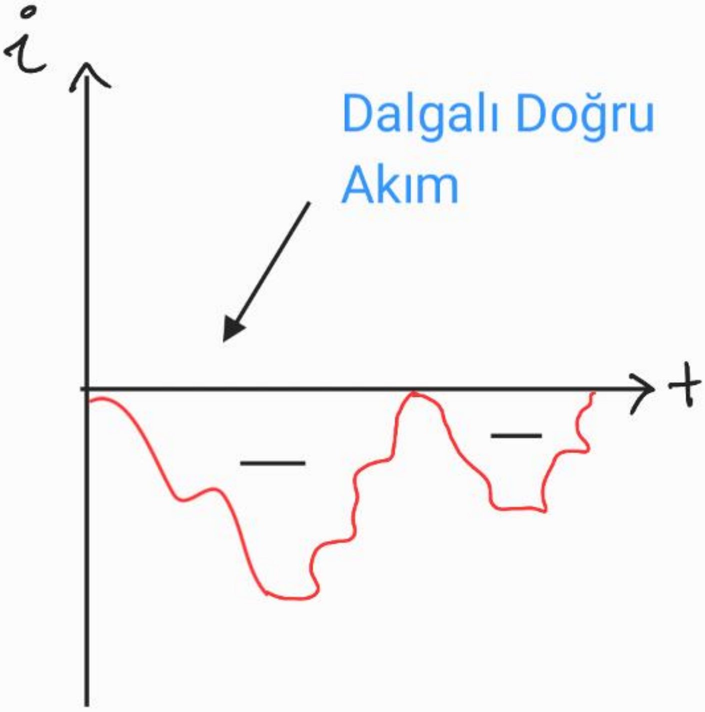
Akım ve Gerilim Dalga Şekilleri

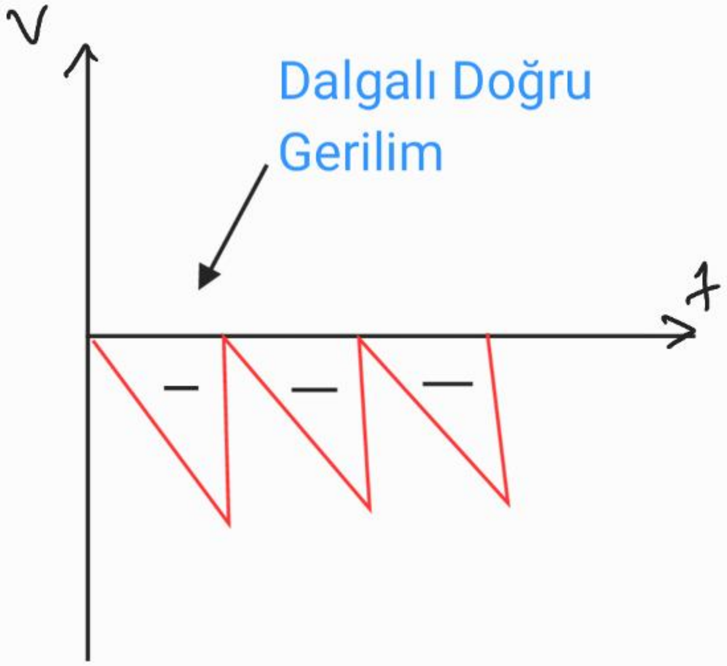
Doğru Akım(Direct Current-DC)

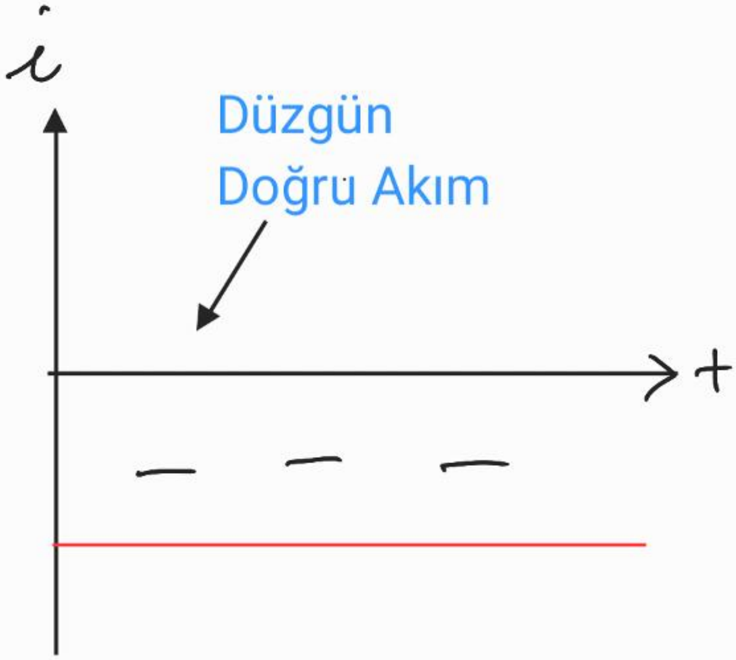
Zamanla **yönü** değişmeyen akıma doğru akım denir.
Zamanla **yönü** değişmeyen gerilime doğru gerilim denir.

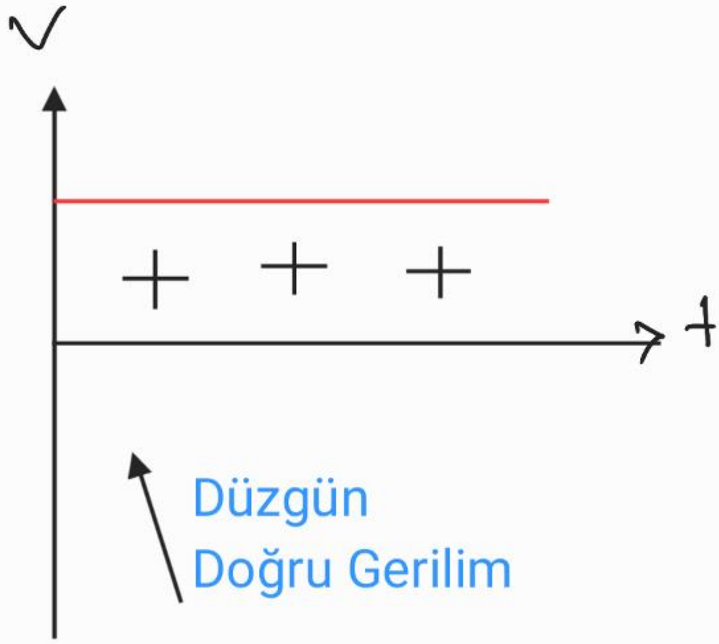












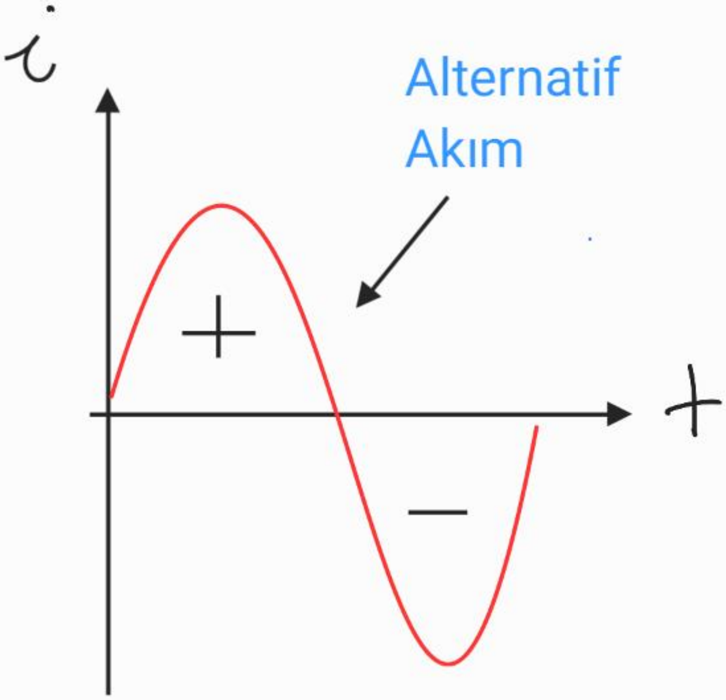
Alternatif Akım (Alternating Current- AC)

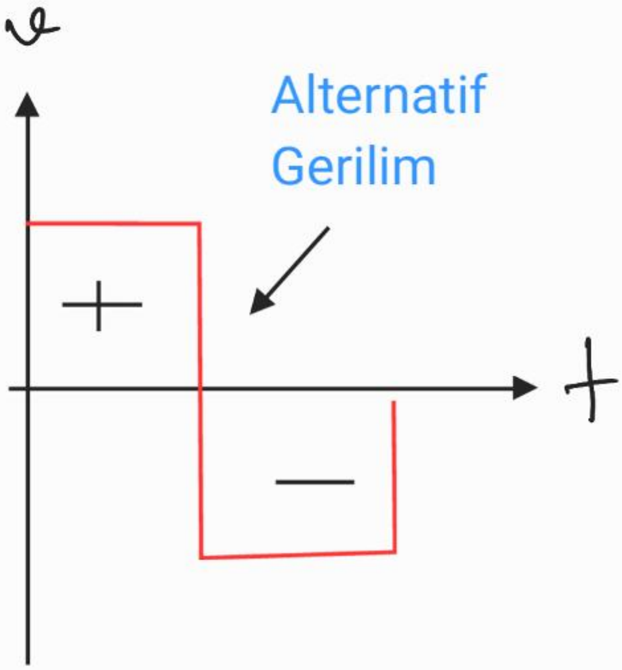
Yönü zamanla değişen ve ortalama değeri 0 olan akım alternatif akımdır. **Yönü** zamanla değişen ve ortalama değeri 0 olan gerilim alternatif gerilimdir. Alternatif işaretlerin tam tanımı ise aşağıda verilmiştir.

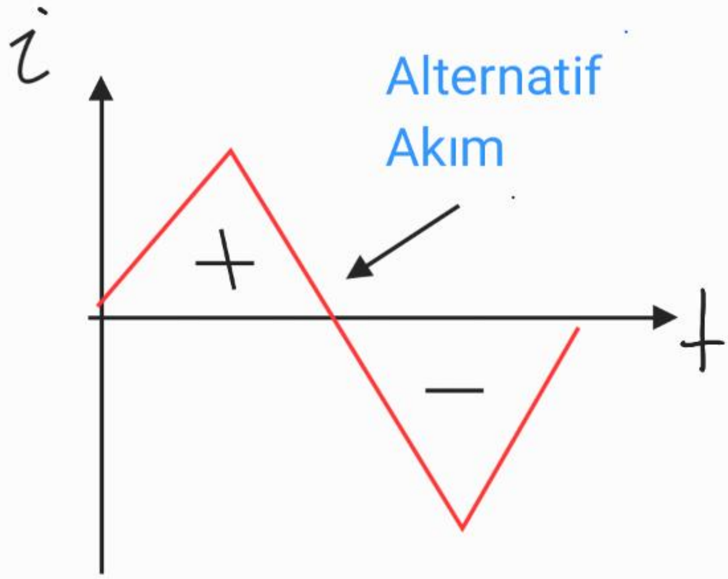
Bir f(t) fonksiyonu,

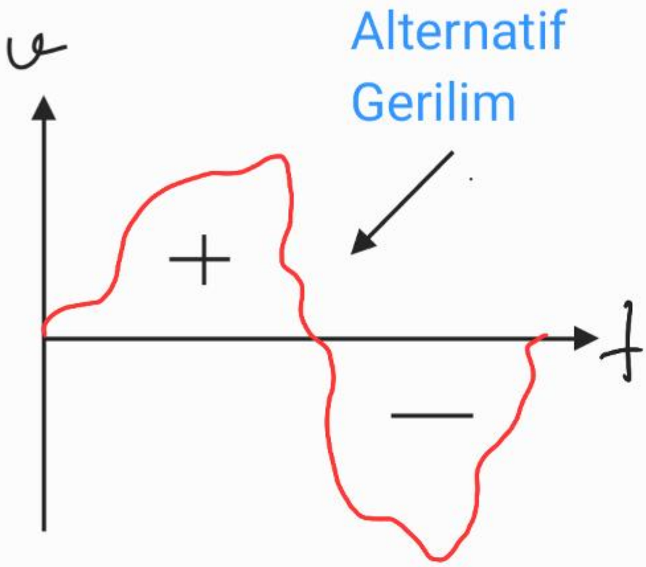
$$\lim_{t \to \infty} \int_{t_0}^{\infty} f(t)\,dt = 0$$

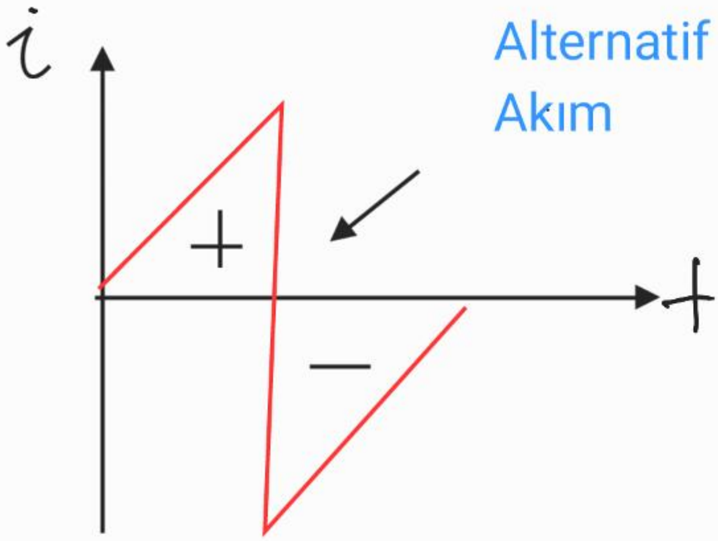
şartını sağlıyorsa bu fonksiyon afternatiftir.



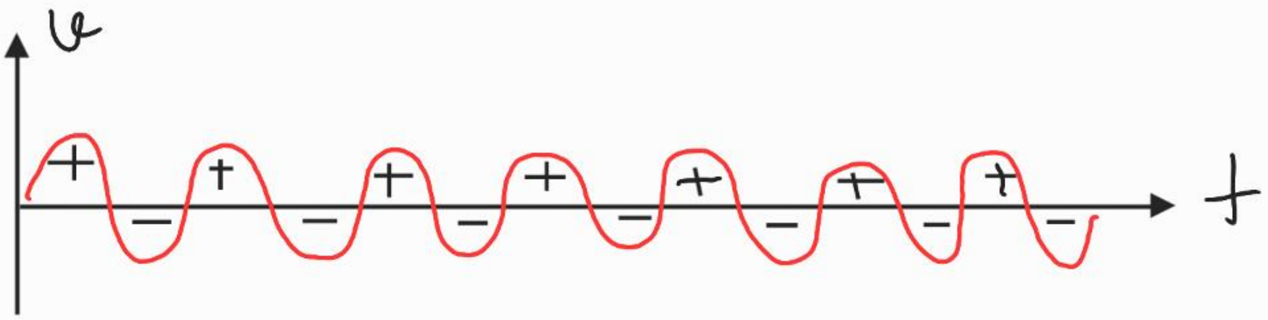




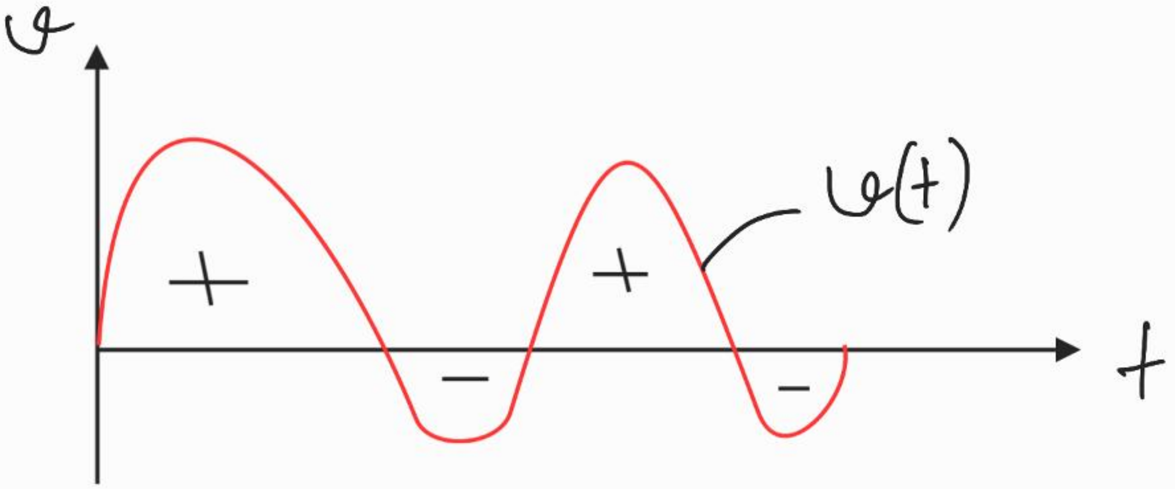




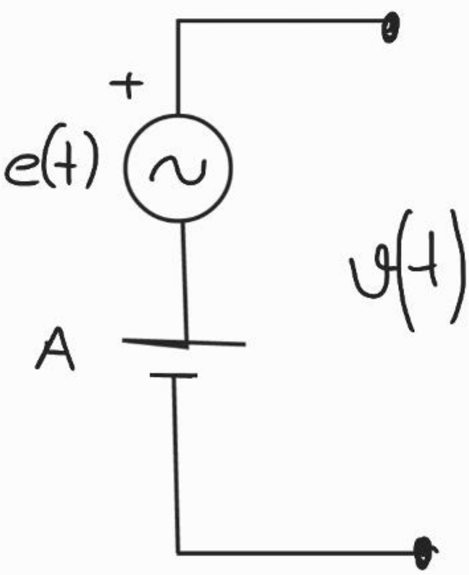
Not: Ülkemizde ve dünyada elektrik şebekelerinin gerilimi alternatif gerilimdir.



Soru: Dalga biçimi şekilde verildiği gibi olan bir gerilim işareti alternatif bir işaret midir?

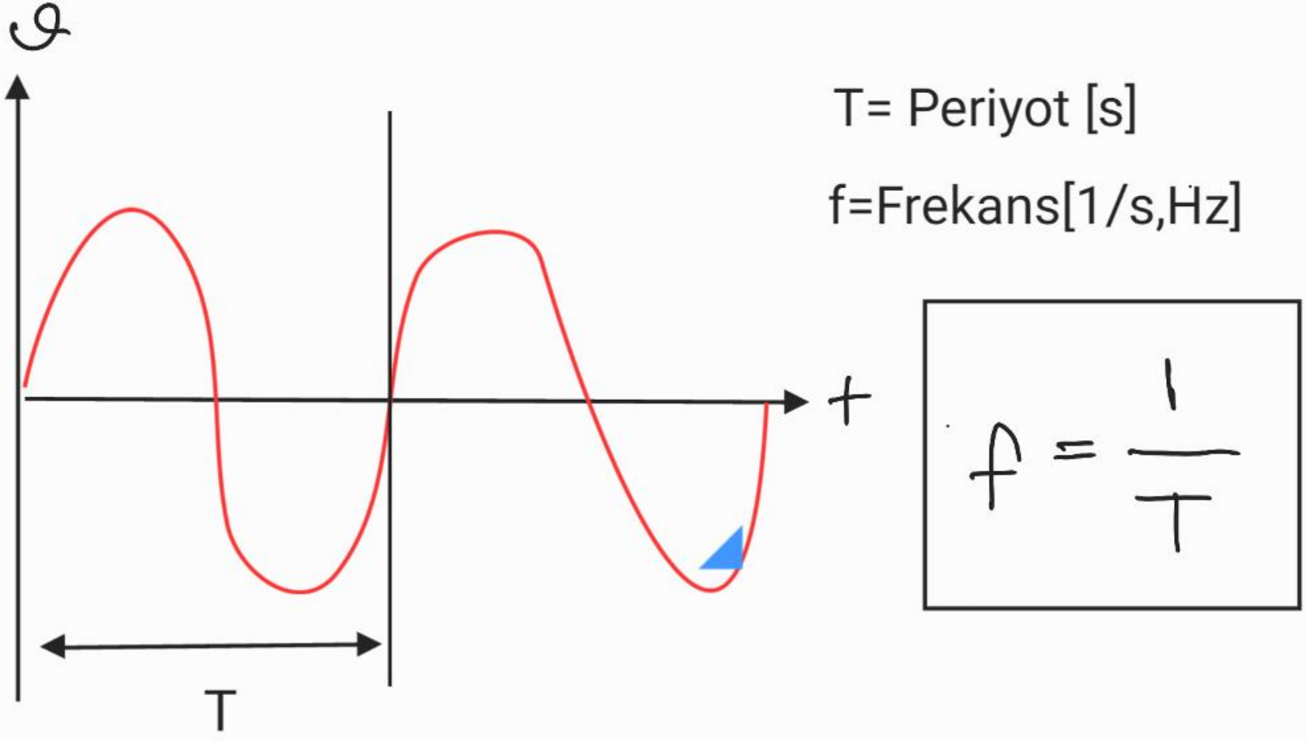


Yanıt: Hayır, alternatif bir gerilim değildir. Ancak, alternatif gerilim içermektedir. İlgili işaret hem doğru hem de alternatif gerilim bileşenleri içermektedir. Yani işaret (AC+DC) bir işarettir. Bu gerilim aşağıda verilen kaynak çifti ile elde edilebilir.



$$\lim_{t \to \infty} \int_{t_0}^{\infty} v(t)\,dt \neq 0$$

$$\lim_{t \to \infty} \int_{t_0}^{\infty} v(t)\,dt = \infty$$

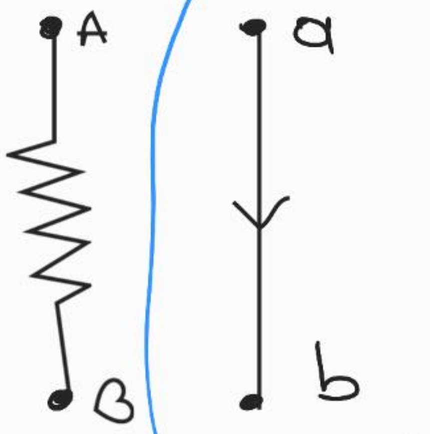


Not: Ülkemizde ve Avrupa'da elektrik şebekesinin frekansı 50 Hz, ABD'de 60 Hz'dir.

Devre Elemanlarının Matematiksel Modeli

Devre teorisinin 1. Aksiyomuna göre, n uçlu bir devre elemanının bütün özellikleri bu eleman için seçilen herhangi bir uç-graf ve n-1 adet matematiksel bağıntı ile tanımlanabilir. Bu şartı sağlayan uç-graf ve uç denklem ikilisine matematiksel model denir. Örneğin direnç elemanı için matematiksel model aşağıda gösterilmiştir.

Aksiyom: Doğru olduğu herkes tarafından kabul edilen önerme. Örneğin 'bir bütünün parçaları bütünden büyük olamaz' vb.



Sembol

uç-graf

$$\underbrace{V_R(t) = R \cdot i_R(t)}_{\text{Uç denklem}}$$

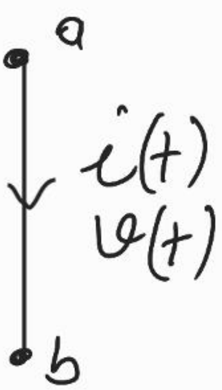
Matematiksel Model

Hatırlatma:

Akım birimi Amperdir (A)	Gerilim birimi Volttur (V)
1MA megaamper 10^6 A	1MV megavolt 10^6 V
1kA kiloamper 10^3 A	1kV kilovolt 10^3 V
1mA miliamper 10^-3 A	1mV milivolt 10^-3 V
1µA mikromper 10^-6 A	1µV mikrovolt 10^-6 V
1nA nanoamper 10^-9 A	1nV nanovolt 10^-9 V
1pA pikoamper 1^-12 A	1pV pikovolt 10^-12 V

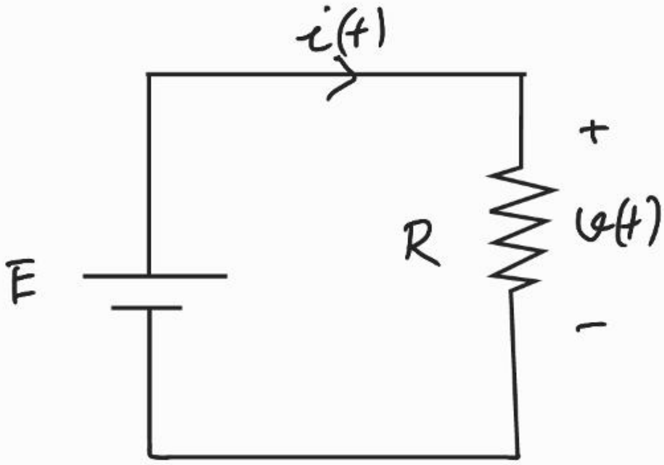
Elektriksel Güç ve Enerji

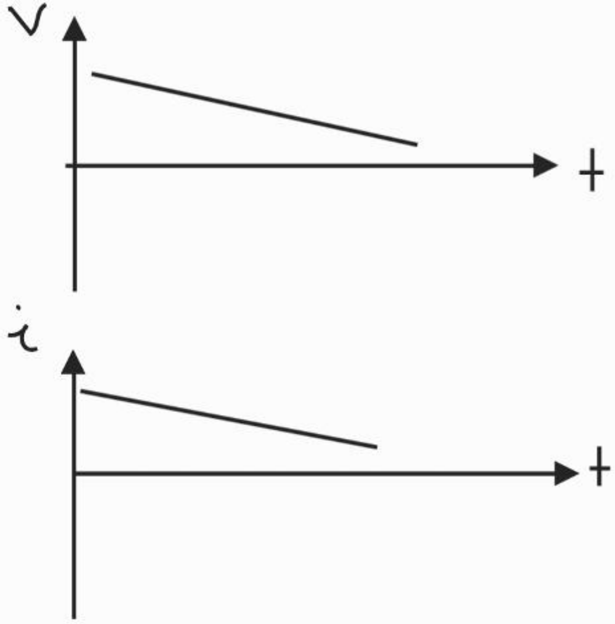
Elektriksel güç: Bir elemanın **birim zamanda** devredeki diğer elemanlardan transfer ettiği enerji miktarıdır.

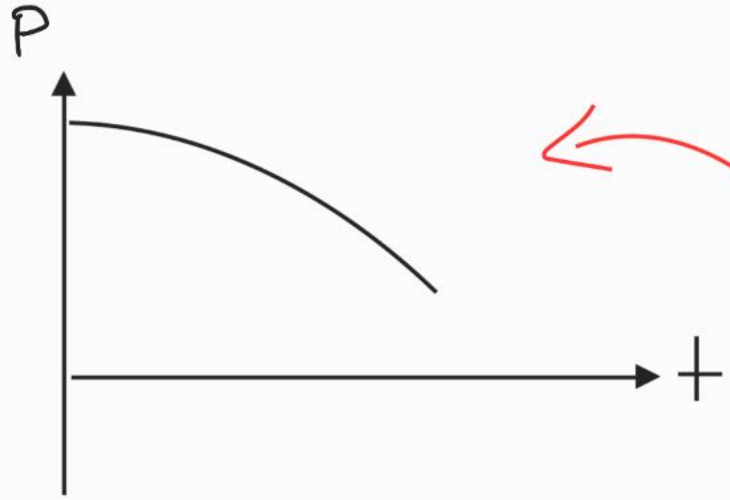


$$\boxed{P(t) = v(t) \cdot i(t)}$$

P(t)= Ani güç [W]







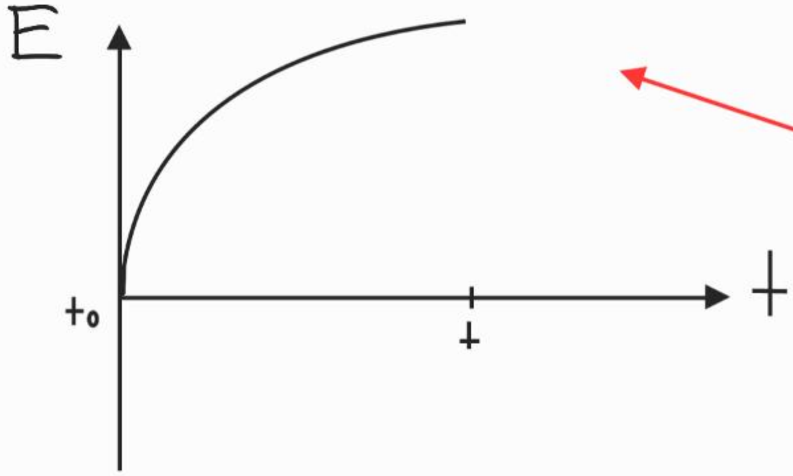
Pilden beslenen bir direncin Güç-Zaman grafiği

Elektriksel Enerji: Bir elemanın belirli bir süre içerisinde devredeki diğer elemanlardan transfer ettiği **toplam** enerji miktarıdır.

$$E_{(t_0 - t)} = \int_{t_0}^{t} P(\tau)\, d\tau$$

E: Enerji [Joule] (Watt.saniye)

Eto: to anında elemanın başlangıç enerjisi
Et: t anında elemanın nihayi enerjisi



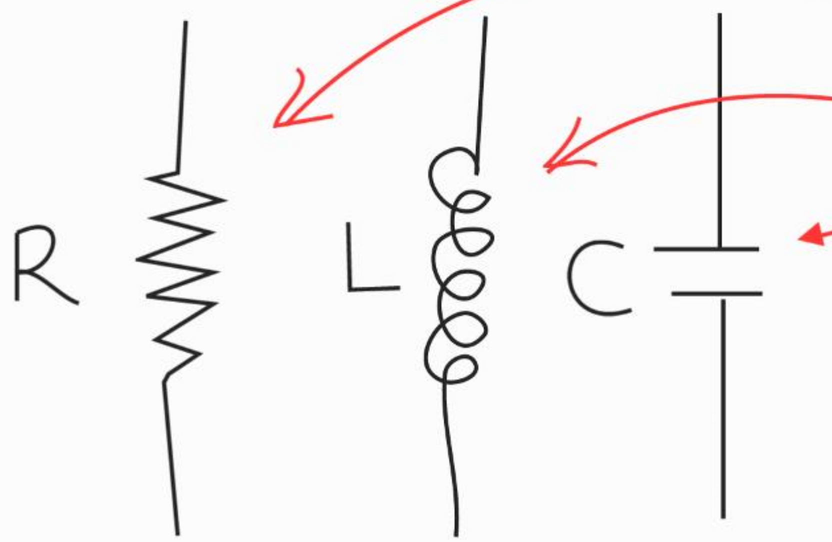
Pilden beslenen direncin Enerji-Zaman grafiği

Pasif Devre Elemanı

E(to) =0 olmak üzere [to, ∞] aralığından herhangi bir 't' değeri için elemanın enerjisi,

$$E(t) = \int_{t_0}^{t} P(\tau) \cdot d\tau > 0$$

ise bu elemana pasif eleman denir.

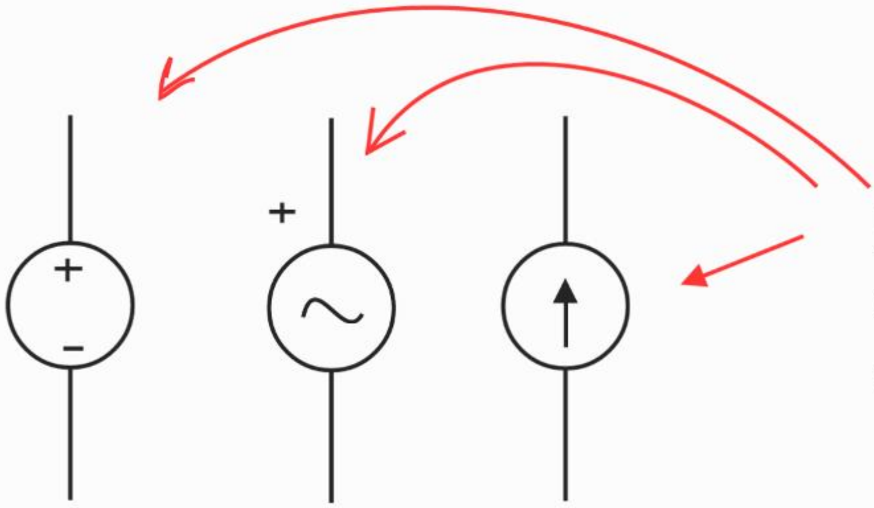


Her biri devreden enerji alır.

Elektrik mühendisliğindeki 3 temel eleman olan R, L ve C elemanları pasif devre elemanıdır.

Aktif Devre Elemanı

E(to) =0 olmak üzere [to,∞] aralığından herhangi bir 't' değeri için elemanın enerjisi E(t)< 0 oluyorsa bu elemana aktif eleman denir.

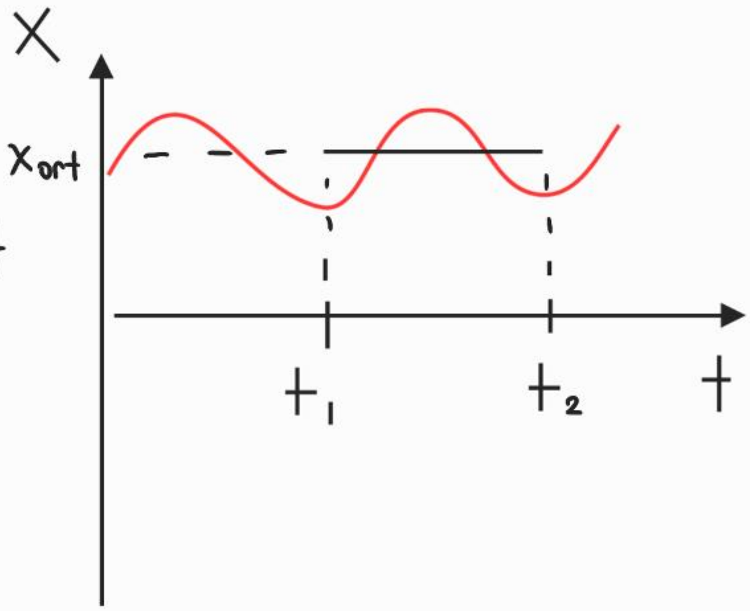


Her biri devreye enerji verir.

Ortalama Değer

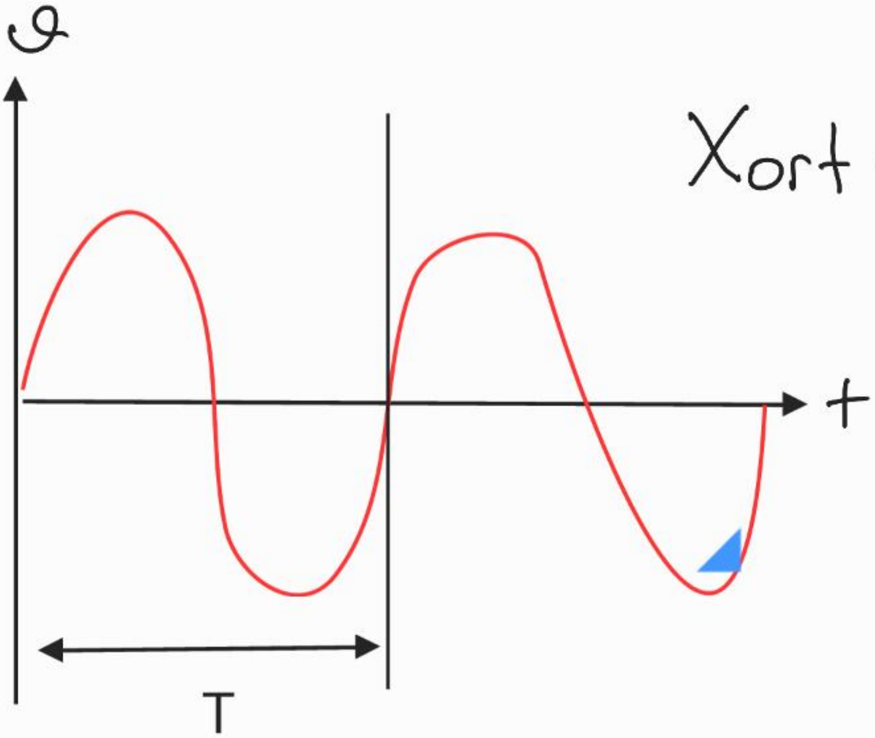
Bir X(t) fonksiyonunun [t1, t2] zaman aralığında ortalama değeri,

$$X_{ort} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} X(t)\, dt$$



Not: DC Ampermetre ve Voltmetreler göstergelerinde ortalama değeri gösterir.

Periyodik fonksiyonlarda ortalama değer bir periyot için hesaplanır.



$$X_{ort} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt$$

Not: Alternatif işaretlerin ortalama değeri '0' dır.

Efektif (Etkin, RMS, Efikas) Değer

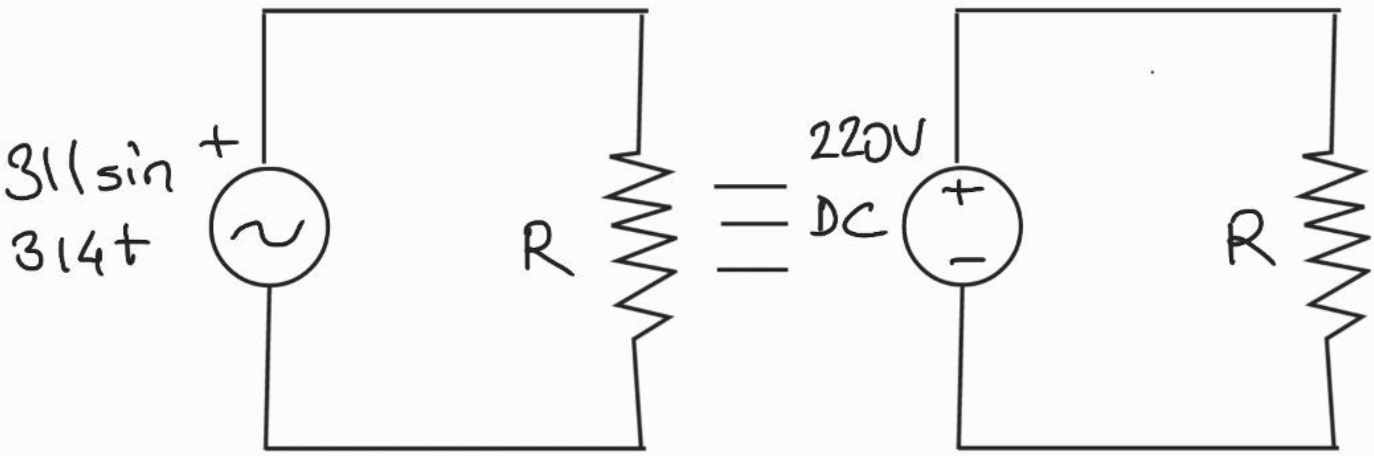
Matematikte karesel ortalama değer olarak anılır. Elektrik mühendisliğinde ise, rezistif bir yükte alternatif akımla aynı güç çıkışı üretecek olan sabit doğru akım değeridir. Bu durum AC gerilimin efektif değeri ile DC sabit gerilim arasında da vardır. Efektif değer aşağıdaki denklem ile hesaplanabilir.

$$X_{ef} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\,dt}$$

Periyodik fonksiyonlar için bu ifade,

$$X_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\,dt}$$

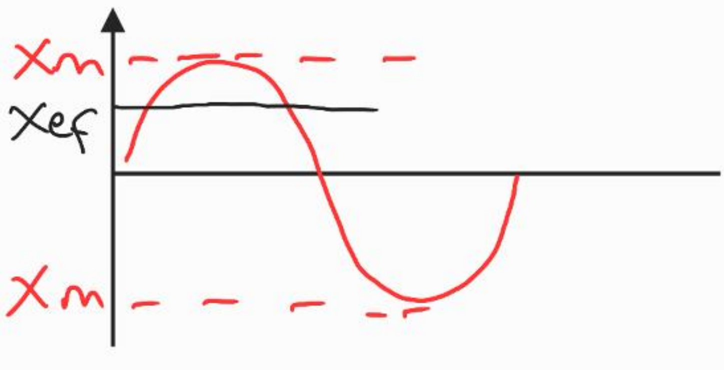
şeklinde yazılabilir.



Yukarıdaki her iki ısıtıcı da ortama eşit miktarda ısıl güç verir. Dolayısıyla teknik ifadesi 311sin(314t) olan şebeke gerilimi 220 V AC olarak anılır.

Not: AC Ampermetre ve Voltmetreler göstergelerinde efektif değeri gösterir.

Sinüsoidal fonksiyonlar için efektif değer

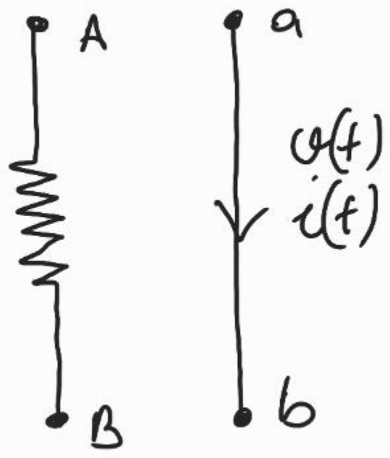


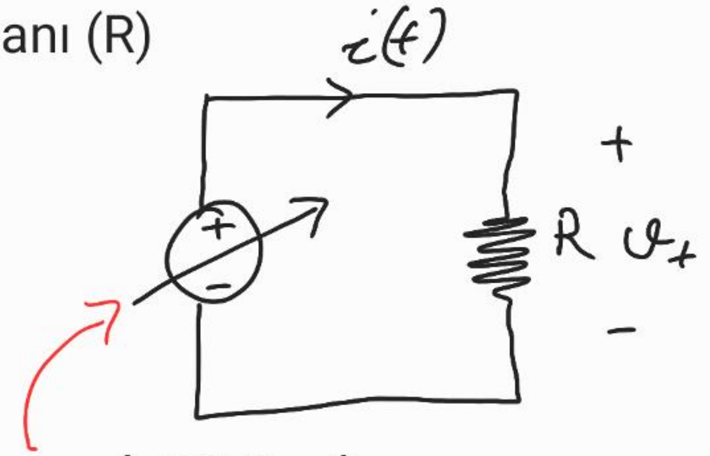
$$X_{ef} = \frac{X_m}{\sqrt{2}}$$

$$220 \cong \frac{311}{\sqrt{2}}$$

Elektrik Devre Elemanları ve Matematiksel Modelleri

Lineer Direnç Elemanı (R)





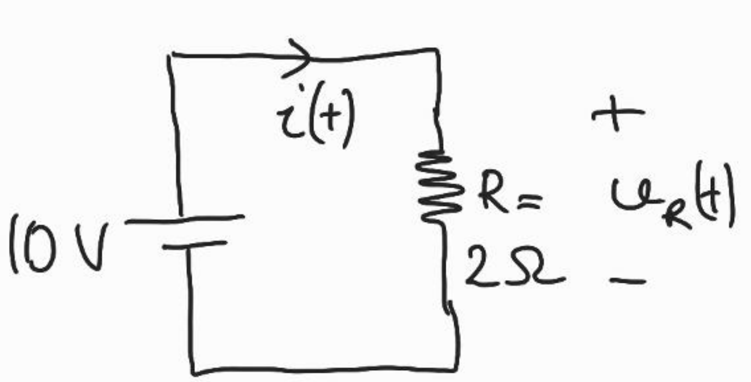
Ayarlı DC Gerilim Kaynağı

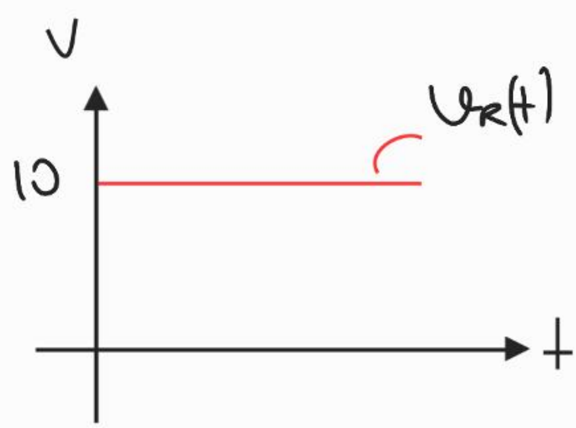
$v_1(t) \rightarrow i_1(t)$
$v_2(t) \rightarrow i_2(t)$
$\vdots \qquad \vdots$
$v_n(t) \rightarrow i_n(t)$

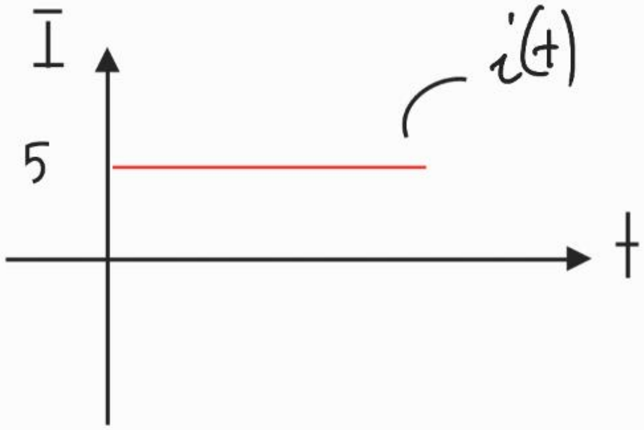
$$\frac{v_1(t)}{i_1(t)} = \frac{v_2(t)}{i_2(t)} = \dots \frac{v_n(t)}{i_n(t)} = R \text{ (sabit)}$$

$$R = \text{Direnç } [\Omega] \qquad \boxed{v(t) = R\, i(t)}$$

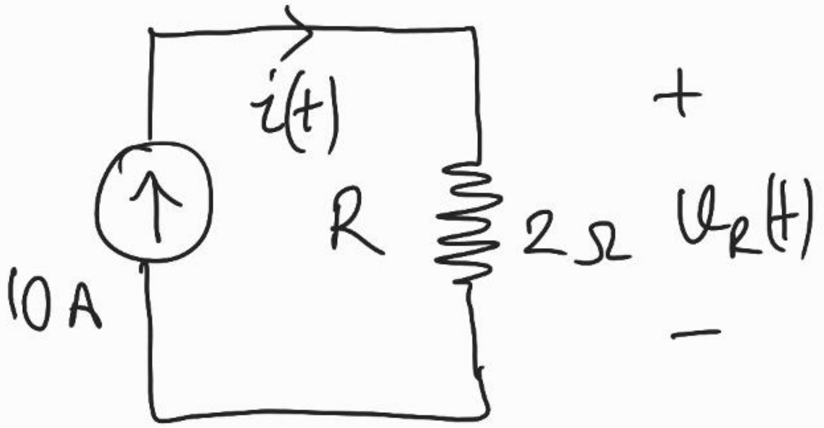
Direnç elemanının sürekli halde AC ve DC kaynaklara verdiği cevap aynıdır. Bu cevap uygulanan işaretin R veya 1/R katıdır. Bu cevabın dalga şekli uygulanan şeklin dalga şekliyle aynıdır.

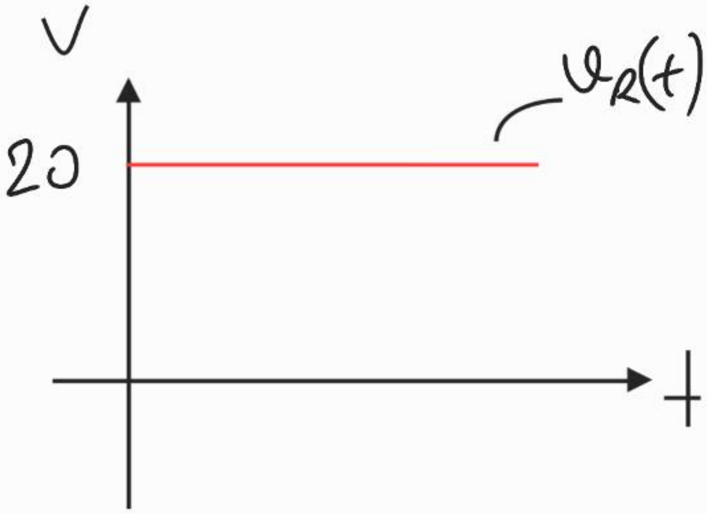


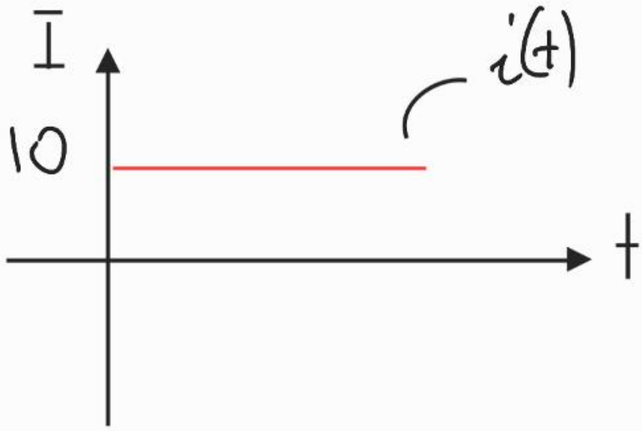


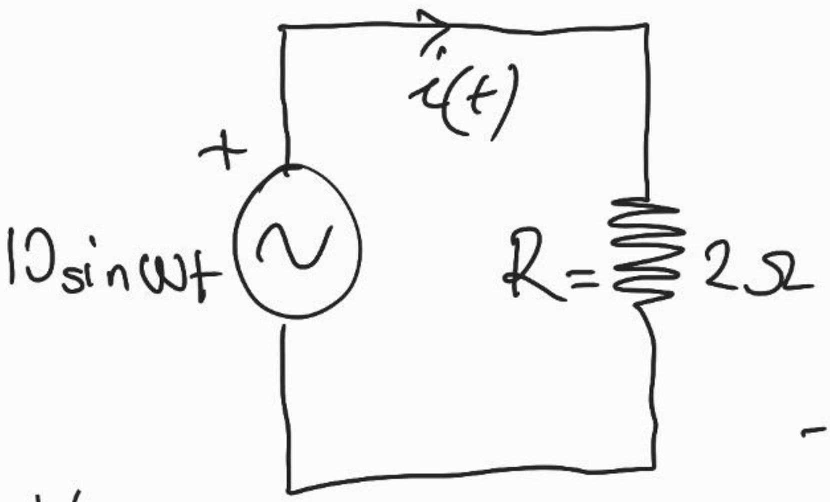


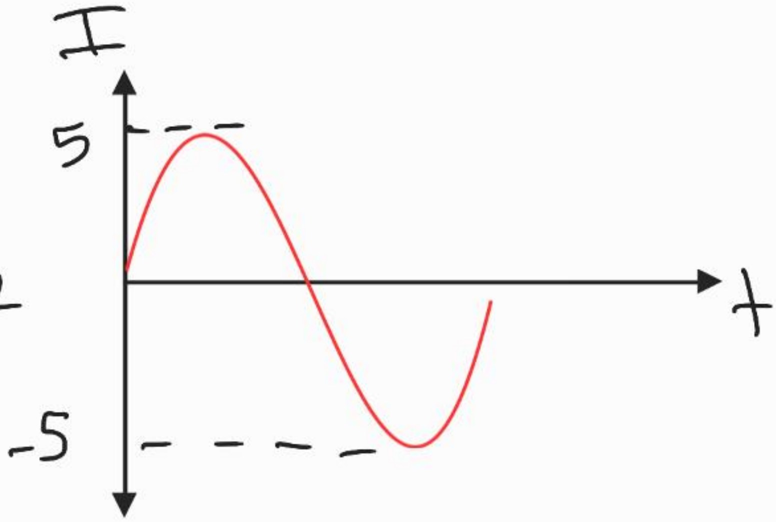
$$i(t) = \frac{v_R(t)}{R} = \frac{10}{2} = 5A$$

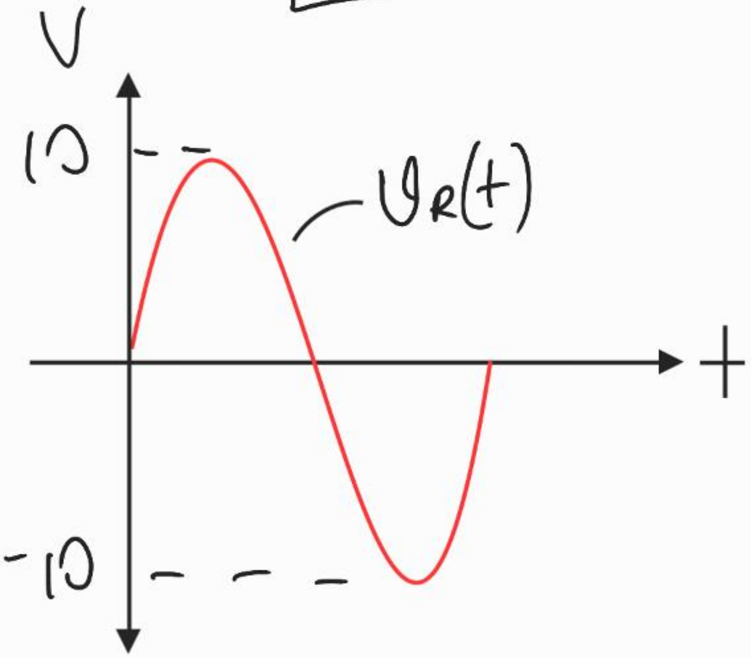












Direncin Tersi (İletkenlik -Kondüktans)

$$\boxed{G = \frac{1}{R}}$$

$$v(t) = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = v(t) \cdot \frac{1}{R}$$

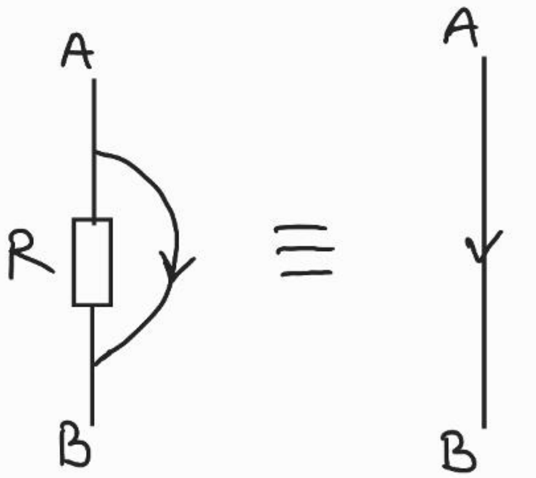
$$\boxed{i(t) = v(t) \cdot G}$$

$$G = \text{İletkenlik} \left[\frac{1}{\Omega}, \mho, \text{mho} \right]$$

siemens

Doğru Akımda	Alternatif Akımda
V= R.I	V(t)= R.i(t)
I=G.V	i(t)=G.V(t)

Kısa Devre:

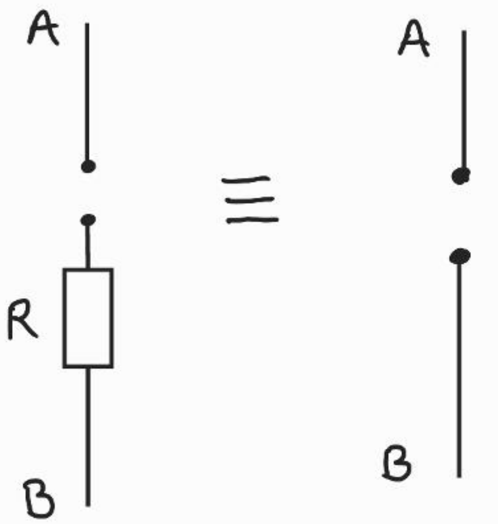


$R \cong 0$

$G \cong \infty$

$V_R = 0V$

Açık Devre:



$R \cong \infty$

$G \cong 0$

$i_R = 0$

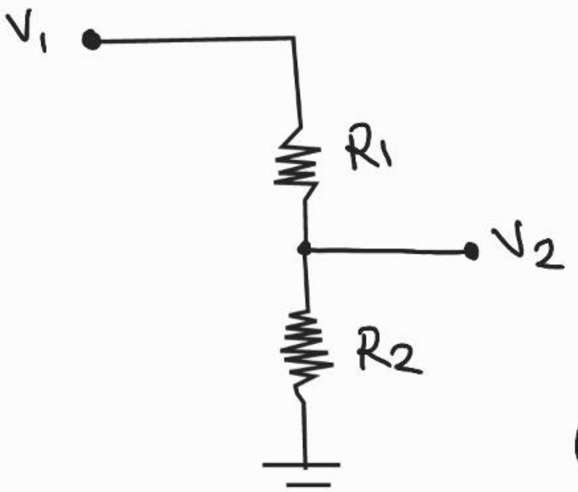
Direncin Ani Gücü:

$$P(t) = v(t) \cdot i(t) = R \cdot i(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2(t) \; [W]$$

$$P(t) = v(t) \cdot i(t) = v(t) \cdot \frac{v(t)}{R} = \frac{v^2(t)}{R} \; [W]$$

Direnç Elemanının Kullanımı:

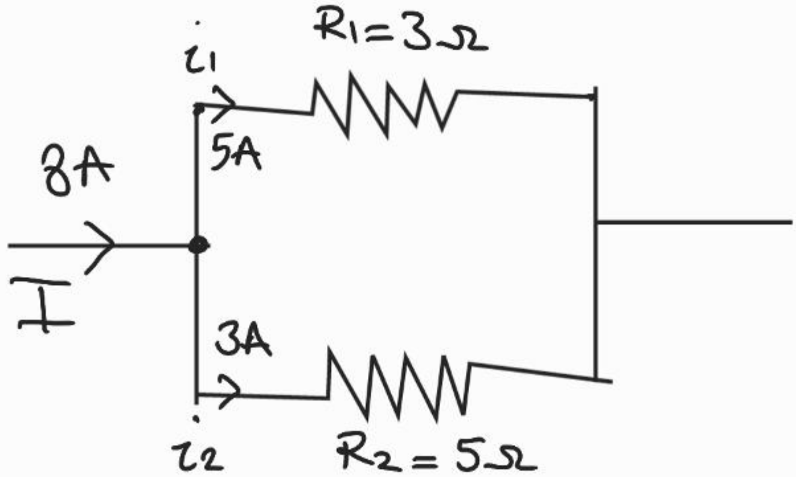
1) R Elemanı elektrik enerjisini ısı enerjisine dönüştürür. Dolayısıyla elektrikli ısıtıcılarda (ütü, fırın, saç kurutma mak. b.) kullanılır.
2) Elektrik enerjisini ışık enerjisine dönüştürmek için kullanılır. (Örn.: Enkandesan lamba, halojen lamba)
3) Seri devrelerde gerilim bölmek için;



$$\boxed{V_2 = \frac{V_1}{R_1 + R_2} \cdot R_2}$$

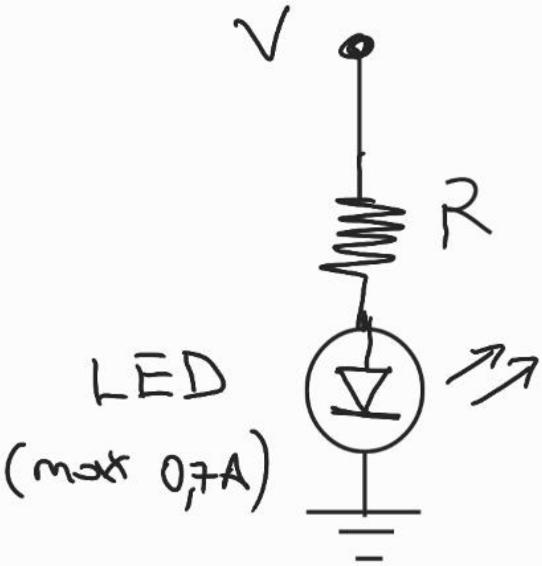
(Potansiyometre)

4) Paralel devrelerde akım bölmek için;

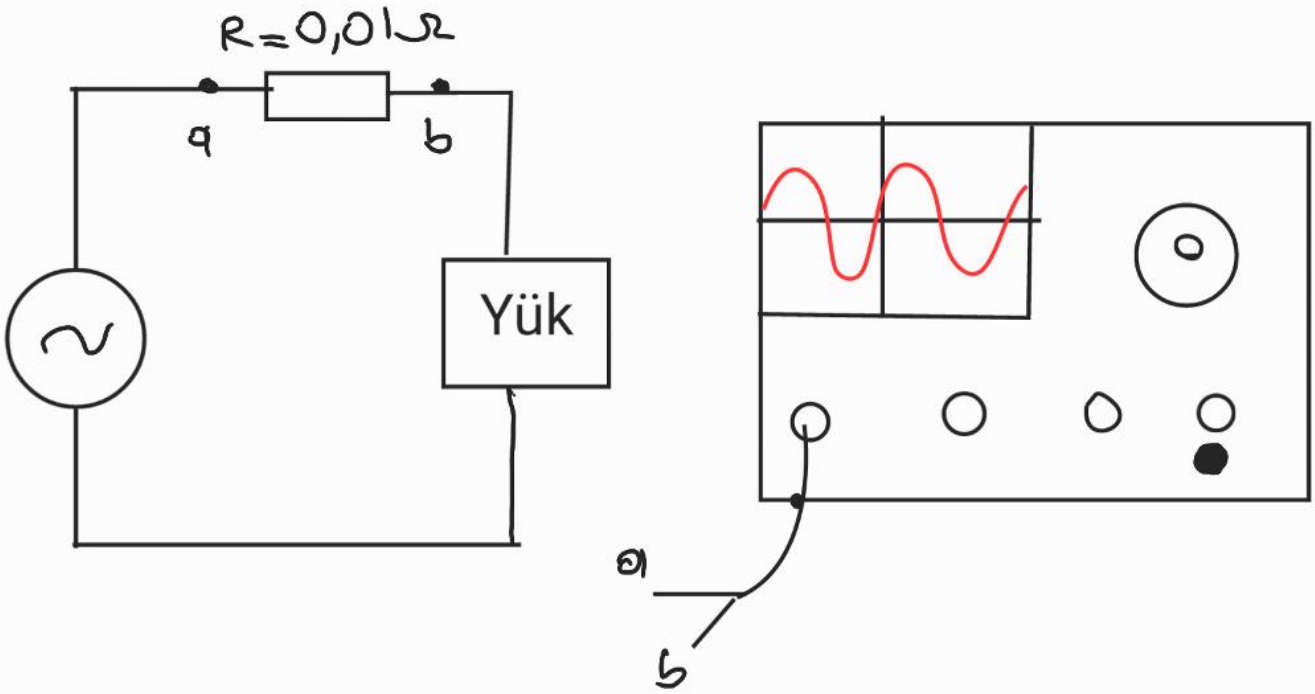


$$\boxed{i_1 = \frac{I}{(R_1 + R_2)} \cdot R_2}$$

5) Devrelerde akım sınırlayıcı olarak kullanılır.

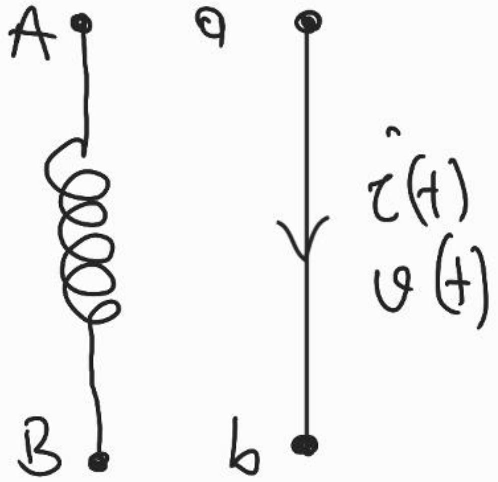


6) Ölçme devrelerinde akımın dalga biçimini ve genliğini görmek için kullanılır.



7) Her iletkenin bir direnci olması nedeniyle bütün devrelerde mevcuttur.

Lineer Endüktans Elemanı (L)



$$\boxed{V_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{d(t)}}$$

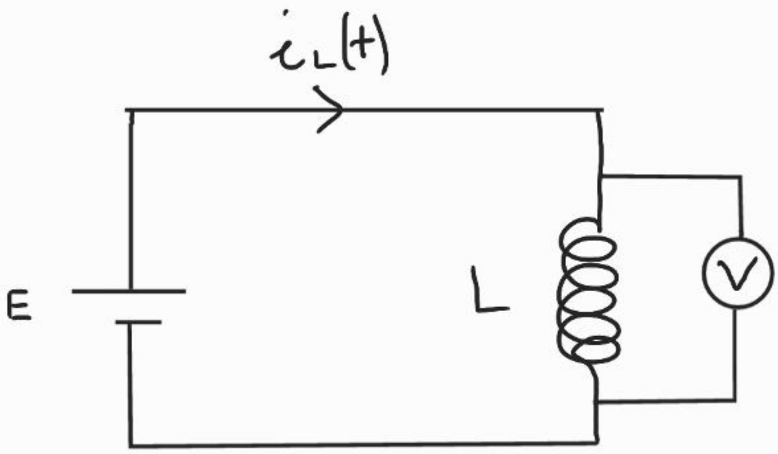
Endüktansın uç denklemi

* Endüktans elemanı akımın değişimine tepki verir.

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t V_L(t)\,dt + i_L(0)$$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} L\, i_L^2(t)$$

Not: Lineer endüktans elemanı içerisinde enerji depolayan bir elemandır. Endüktans bu enerjiyi manyetik alanında depolar.



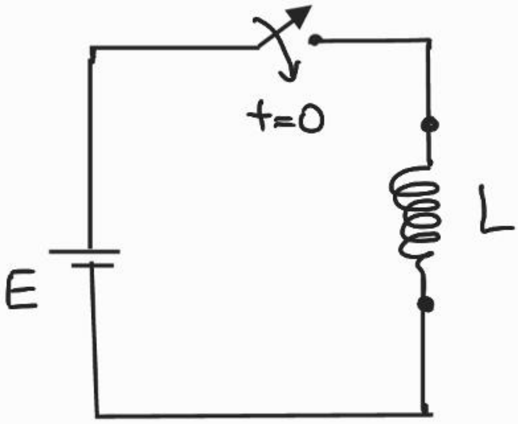
$i_L(t) = 100A$

$V_L(t) = 0V$

* L elemanının uçları arasında gerilim farkı 0' olmasına rağmen üzerinden akım geçtiği için enerji depolar.

Sürekli Halde Endüktansın Davranışı

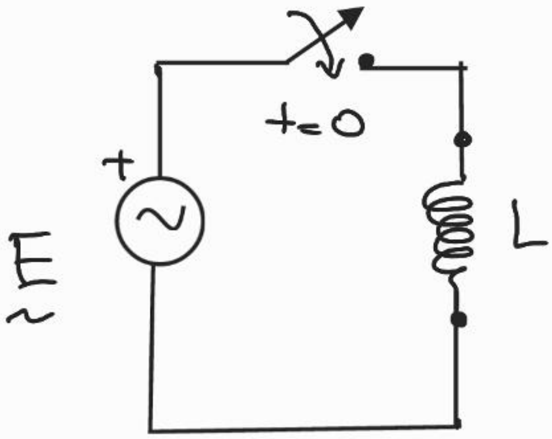
Doğru Akımda L



$t=\infty$'da L

Kısa devre gibi davranır.

Alternatif Akımda L

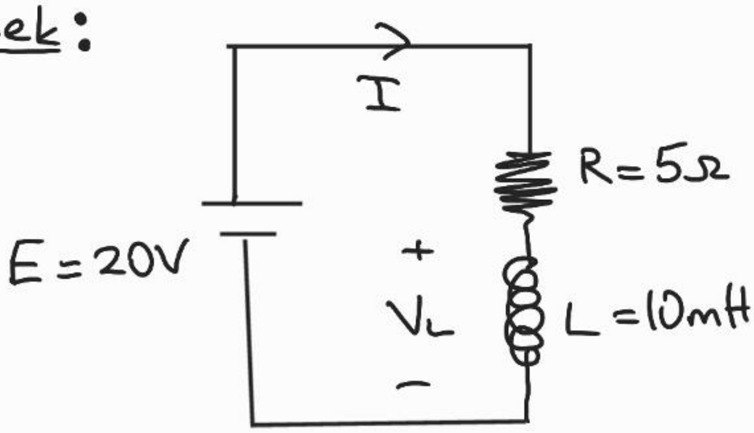


$t=\infty$'da L

X_L (End. Reaktans)

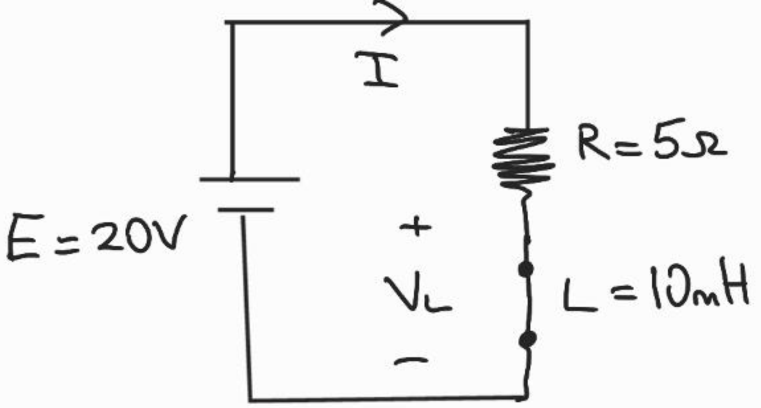
Bir direnç gibi akımının akışına karşı koyar.

Örnek:



Şekilde verilen devrede I akımını ve V_L değerini bulunuz.

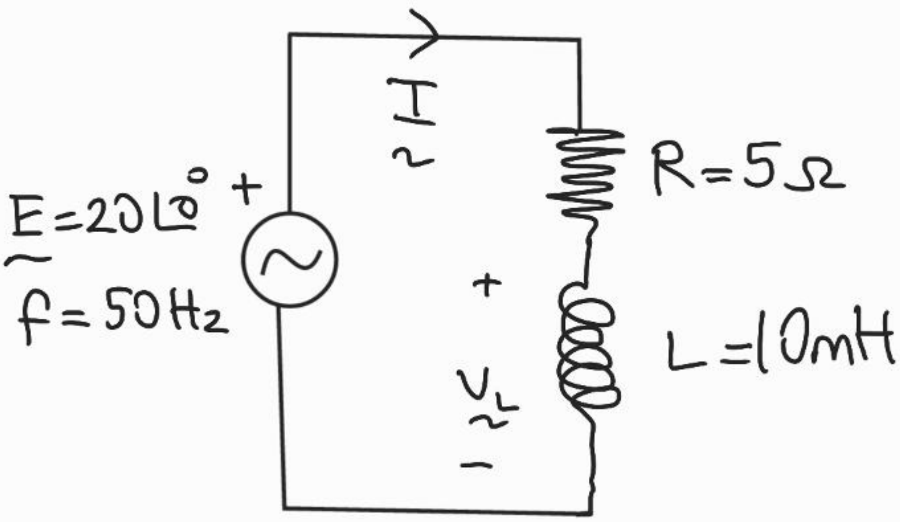
Çözüm: DC Sürekli halde ($t=\infty$'da) Endüktans elemanı kısa devre gibi davranır. Dolayısıyla devrenin $t=\infty$'daki eşdeğeri,



$$I = \frac{E}{R+0} = \frac{20}{5+0} = 4A$$

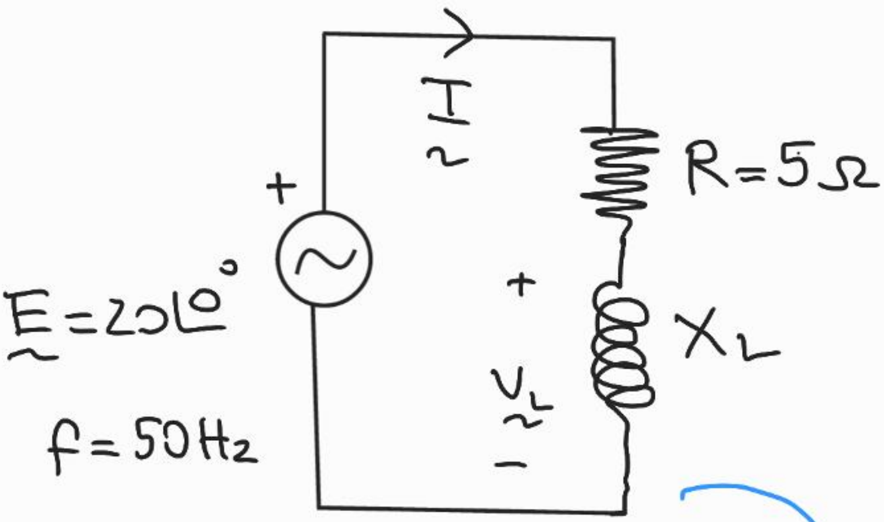
$$V_L = 0\,V \text{ (Kısa Devre)}$$

Örnek:



Şekilde verilen devrede $\tilde{I}$ akımını ve $\tilde{V}_L$ değerini bulunuz.

Çözüm; SSH' de (t=∞'da) Endüktans elemanı bir direnç gibi davranır. Dolayısıyla devrenin t=∞'daki eşdeğeri,



$$\omega = 2\pi f = 2.\pi.50$$
$$= 314 \text{ rad/s}$$

$$X_L = \omega L = 3{,}14\,\Omega$$

$$|\tilde{Z}| = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$
$$|\tilde{Z}| = \sqrt{5^2 + 3{,}14^2}$$
$$|\tilde{Z}| = 5{,}904\,\Omega$$

$$|\tilde{I}| = \frac{|\tilde{E}|}{|\tilde{Z}|} = \frac{20}{5{,}904} = 3{,}387\,A \;//$$

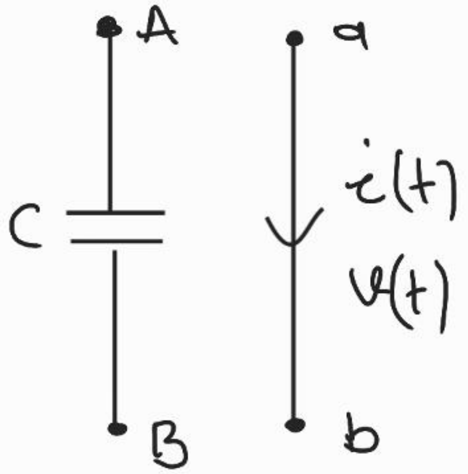
$$|\underset{\sim}{V}| = |\underset{\sim}{I}| \cdot |\underset{\sim}{X_L}| = 3,387 \cdot 3,14 = 10,635\ V$$

Not: Yukarıdaki çözümde izlenilen yoldan ziyade sonuçlara odaklarılmalıdır. Dikkat edilirse ana kol akımın DC devredeki değerden az olduğu, Endüktans geriliminin ise 0'dan farklı olduğu görülecektir.

Endüktans Elemanının Kullanımı:

1) İletkenlerin doğasında mevcuttur.
2) DC devrelerde akımın aniden yükselmesini engellemek için kullanılır. Örnek: Şok bobinleri
3) DC devrelerde kısa süreli enerji depolama işlerinde kullanılır. Örmek:DC-DC dönüştürücüler.
4) AC derelerde (Sürekli halde) akımı sınırlamak için kullanılır. Örnek: Balast
5) AC devrelerde rezonans elemanı olarak kullanılır. Örnek: Alıcı, verici, dönüştürücü, filtre devreleri
6) Hem AC hem DC devrelerde elektromıknatıs olarak kullanılır. Örnek: Motorlar, selenoid valfler

Lineer Kondansatör Elemanı (C)



$$\boxed{i_c(t) = C\,\frac{d\,V_c(t)}{dt}}$$

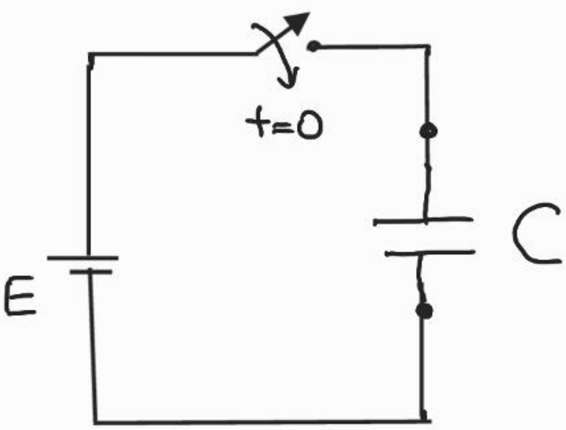
$$V_c(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_c(t)\,dt + V_c(0)$$

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C V^2$$

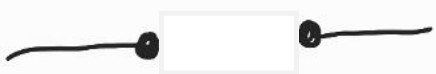
Not: lineer kondansator elemanı içerisinde enerji depolayan bir elemandır. Lineer kondansator elemanı bu enerjiyi elektrik alanında depolar. Bu eleman uçlarındaki gerilimin değişimine tepki verir.

Sürekli Halde Kondansatörün Davranışı

Doğru Akımda C

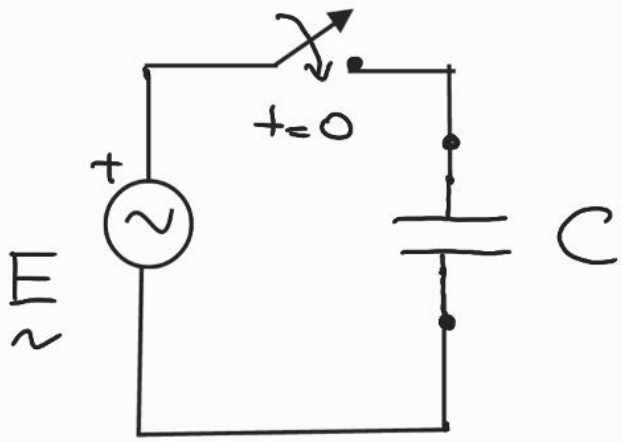


$t = \infty$'da C



Açık devre gibi davranır.

Alternatif Akımda C

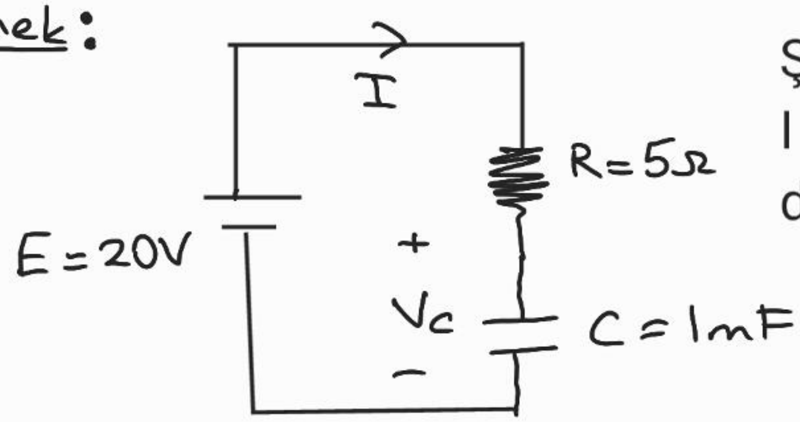


$t = \infty$'da C

X_C (Kap. Reaktans)

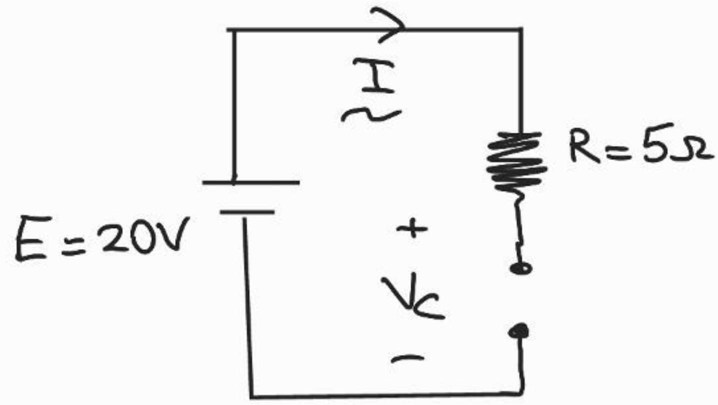
Bir direnç gibi akımının akışına karşı koyar.

Örnek:



Şekilde verilen devrede I akımını ve Vc değerini bulunuz.

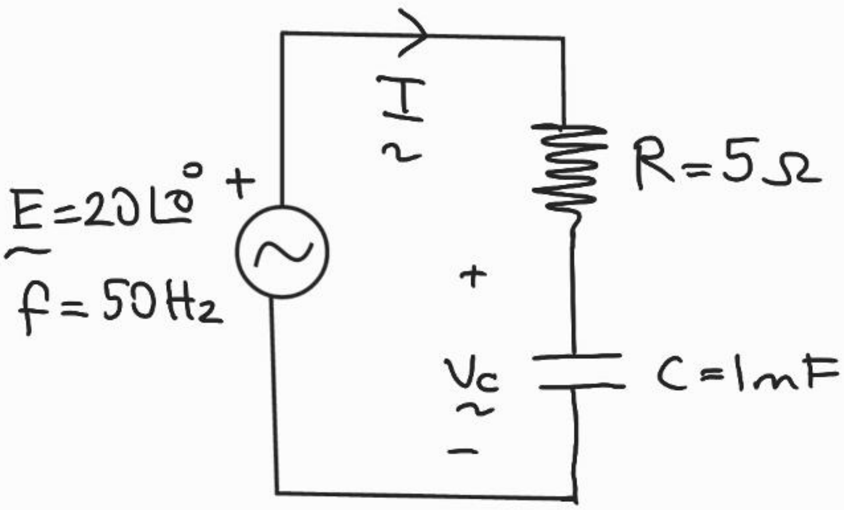
Çözüm: DC Sürekli halde (t=∞ 'da) kondansator elemanı açık devre gibi davranır. Dolayısıyla devrenin t=∞'daki eşdeğeri,



$$|\tilde{I}| = \frac{E}{R+\infty} = \frac{20}{5+\infty} = 0A$$

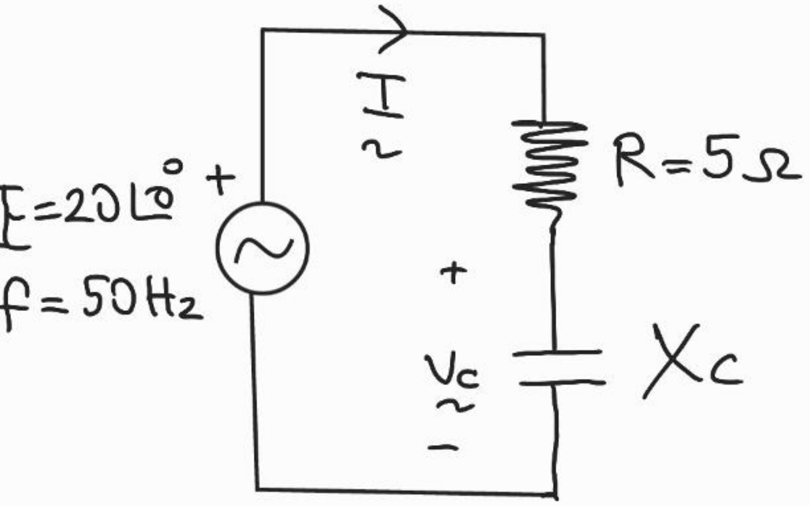
$$|\tilde{V}_c| = 20V \left(\text{Kaynak Gerilimi}\right)$$

Örnek:



Şekilde verilen devrede $\tilde{I}$ akımını ve $\tilde{V}_c$ değerini bulunuz.

Çözüm: SSH' de (t=∞'da) kondansatör elemanı bir direnç gibi davranır. Dolayısıyla devrenin t=∞'daki eşdeğeri,



$$\omega = 2\pi f = 2\pi . 50 = 314$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 . 0{,}001}$$

$$X_C = 3{,}185\,\Omega$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$|Z| = \sqrt{5^2 + 3{,}185^2} = 5{,}93\,\Omega$$

$$|\underset{\sim}{I}| = \frac{|\underset{\sim}{E}|}{|Z|} = \frac{20}{5{,}93} = 3{,}37\,A \;//$$

$$|\underset{\sim}{V_C}| = |\underset{\sim}{I}| . X_C = 3{,}37 . 3{,}185 = 10{,}73\,V \;//$$

Not: Yukarıdaki çözümde izlenilen yoldan ziyade sonuçlara odaklarılmalıdır. Dikkat edilirse ana kol akımın DC devredeki değerden az olduğu, Kondansatör geriliminin ise kaynak geriliminden farklı olduğu görülecektir.

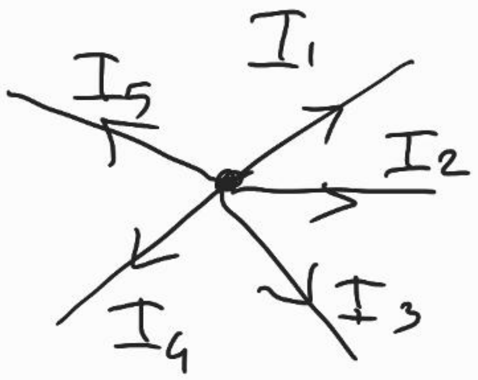
Kondansatör Elemanının Kullanımı:

1) DC devrelerde zamanlayıcı olarak kullanılır.
2) DC devrelerde hem kısa süreli hem de uzun süreli enerji depolama aygıtı olarak kullanılır. Örnek: DC-DC dönüştürücüler, Ultra kapasitör uygulamaları
3) AC devrelerde rezonans elemanı olarak kullanılır. Örnek: Alıcı, verici, dönüştürücü ve filtre devreleri
4) AC devrelerde akım sınırlayıcı olarak kullanılır.
5) Doğası gereği bütün hatlarda, cihazlarda farklı potansiyele sahip yüzeyler arasında oluşur.

Kirchoff Kanunları

1) Kirchoff'un Akımlar Yasası

Bir düğümdeki akımların toplamı sıfırdır. Bir düğüne gelen akımların toplamı, giden akımların toplamına eşittir.



$$\boxed{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0}$$

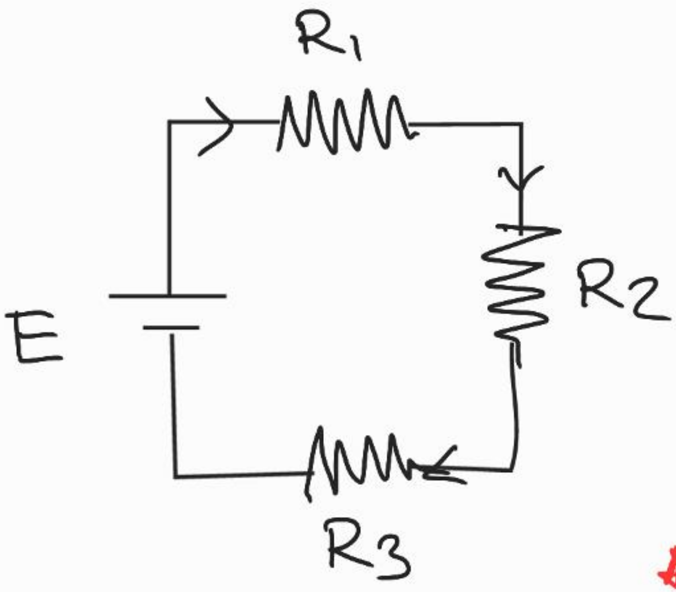
Yön kabulü

Düğümden giden (+)

Düğüme gelen (−)

2) Kirchoff'un Gerilimler Yasası

Kapalı bir devrede çevre elemanlarının uçlarındaki gerilimlerin toplamı sıfırdır.



$$\boxed{V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} - E = 0}$$

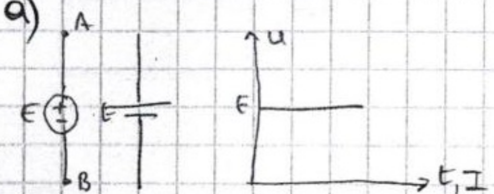
$$E = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3}$$

Çevre denklemi

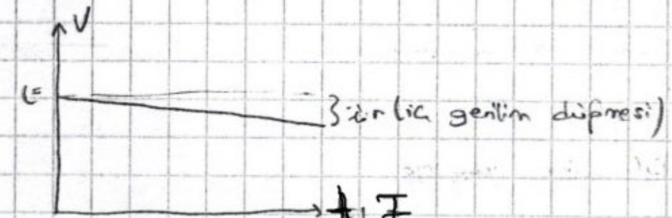
ELEKTRİK DEVRELERİNDE KAYNAKLAR

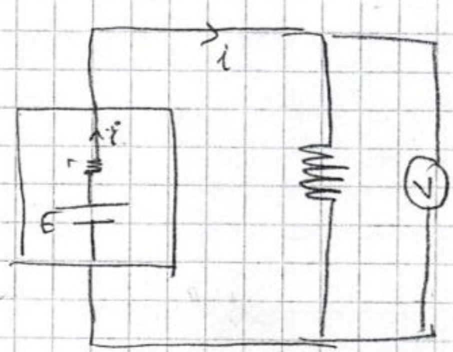
1) Gerilim kaynakları içinden geçen akım değeri ne olursa olsun uç gerilimi sabit kalan kaynaklardır (ideal)

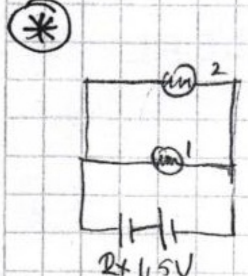
a)



=> ideal DC gerilim kaynağı





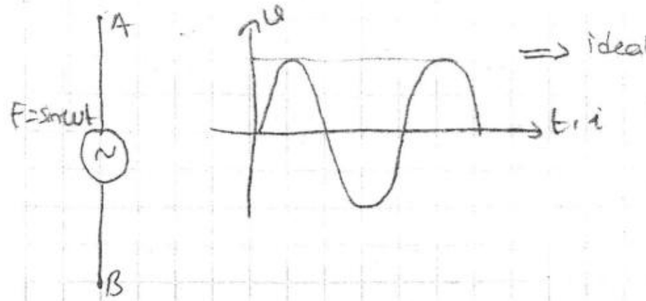


ideal de 1 ve 2'nin parlaklıklarının aynı olması beklenir ancak E'de iç direnci olduğu için 1'in parlaklığı bir miktar azalır.

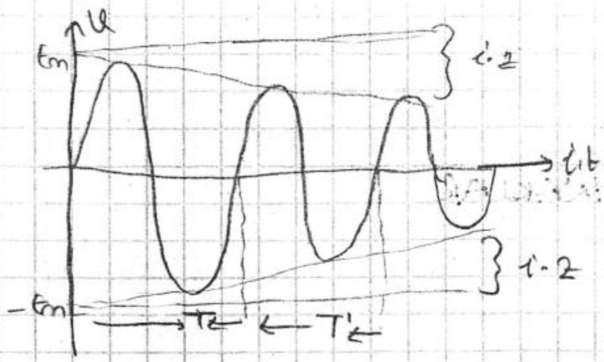
$$i = \frac{E}{r+R} \quad u = R.i \quad \boxed{u = R.\frac{E}{R+r}}$$

b) Alternatif Gerilim Kaynağı

İçinden geçen akım değeri ne olursa olsun uç gerilimi ve frekansı değişmeden sabit kalan kaynaklardır



⇒ ideal AC gerilim kaynağı

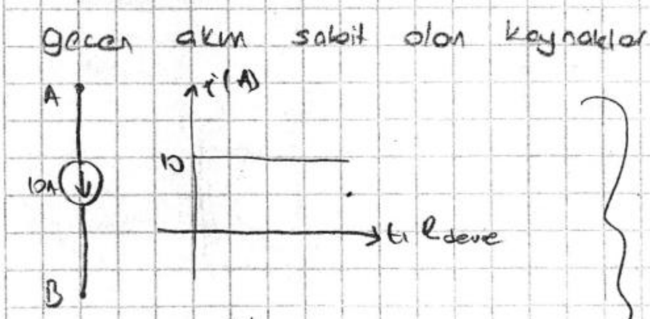


⇒ Makinanın çalışma hızı azaldığından frekansı da azalır bu sebeple periyot artar.

T' > T

2) Akım Kaynağı

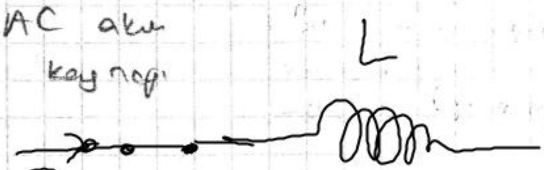
Bağlandığı devrelede direnç veya empedans ne olursa olsun içinden geçen akım sabit olan kaynaklardır.



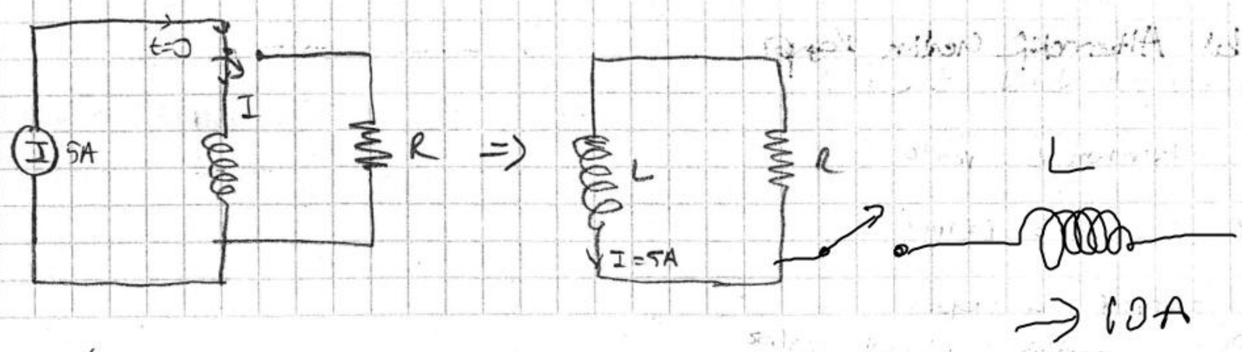
DC akım kaynağı

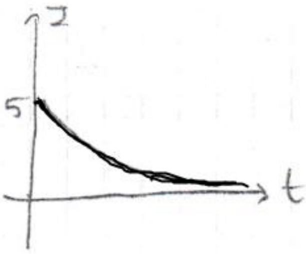
⇒ İDEAL

AC akım kaynağı



*



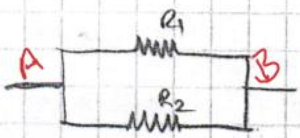


$t=0^+$'da iken

⇒ Çıkarılacak sonuç L elemanı genellikle akım kaynağı gibi davranır.

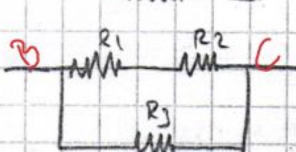
— HATIRLATMA —

* Paralel kollarda elemanların gerilimleri birbirine eşittir.
* Seri kollarda elemanların akımları birbirine eşittir.



$\boxed{V_{R1} = V_{R2}}$ //

$$V_{AB} = V_{R1} = V_{R2} = V_{R3}$$



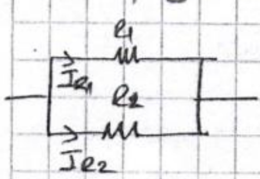
$\boxed{I_{R1} = I_{R2}}$ //

$\boxed{(V_{R1} + V_{R2}) = V_{R3}}$ //

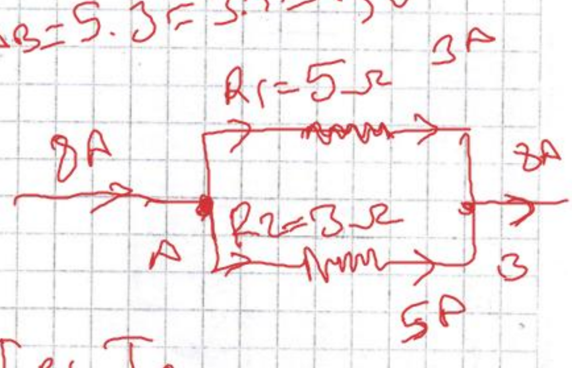
$$V_{BC} = (V_{R1} + V_{R2})$$

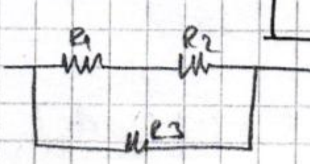
* Paralel kollarda akımlar dirençlerin büyüklüğüyle ters orantılı olarak paylaşılır.

$V_{AB} = 5.3 = 3.5 = 15V$



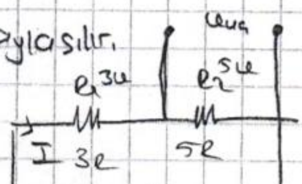
$$\boxed{\begin{array}{l} V_{R1} = V_{R2} \\ I_{R1} = \dfrac{(I_{R1} + I_{R2})}{R_1 + R_2} \cdot R_2 \end{array}}$$ //





I_{R1}, I_{R2}

* Seri kollarda gerilimler dirençlerin büyüklüğüyle orantılı olarak paylaşılır.



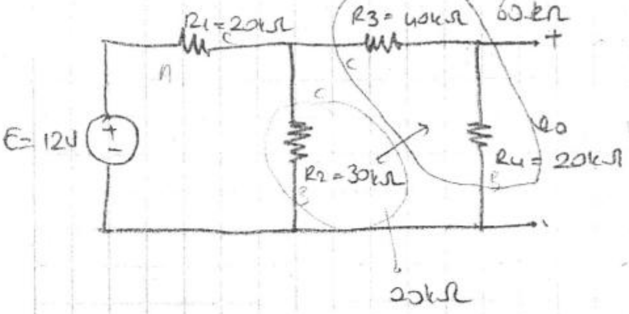
$V_{4Ω} = V_{R1} = 5V$

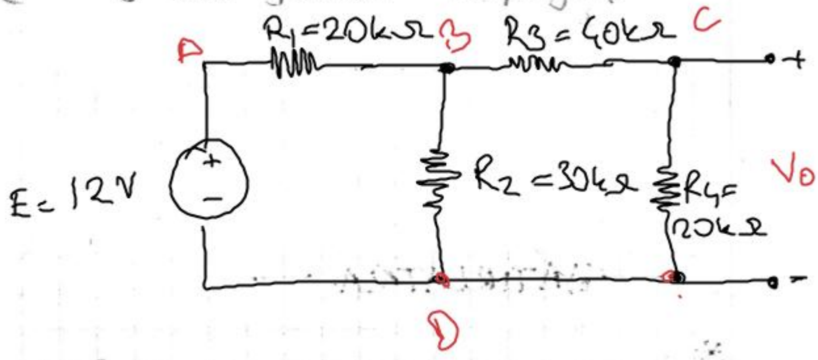
$$\boxed{V_{R2} = \frac{E}{R_1 + R_2} \cdot R_2}$$ //

$$\boxed{I_{R1} = \frac{I}{(R_1 + R_2)} \cdot R_1}$$ //

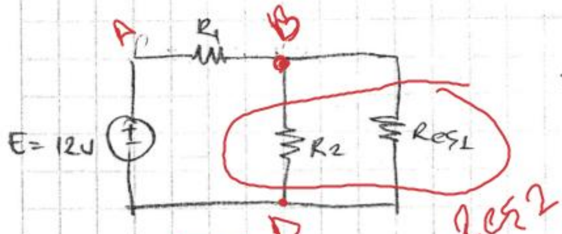
$V_{R4} = V_O$

ÖRNEK Şekilde verilen devrede V_o çıkış gerilimini hesaplayınız.



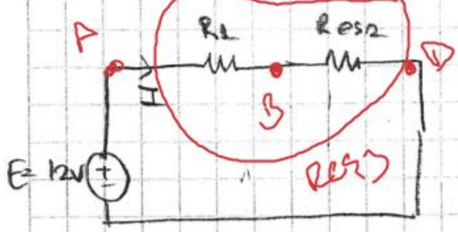


$* \; R_{eş1} = R_3 + R_4 = (40+20) \cdot 10^3 = 60 \cdot 10^3 \Omega$



$* \; R_{eş2} = \dfrac{R_2 \cdot R_{eş1}}{(R_2 + R_{eş1})} = \dfrac{30 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^3}{90 \cdot 10^3} = 20 \cdot 10^3$

$= 20k\Omega$

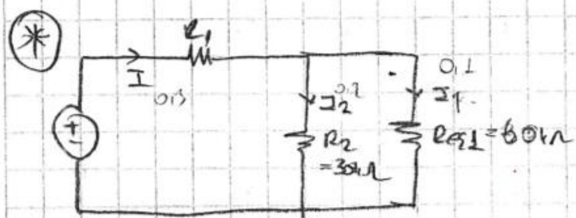


$* \; R_{eş3} = R_1 + R_{eş2} = 20 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10^3 = 40 \cdot 10^3$

$= 40k\Omega$

$V = I \cdot R_{eş3}$

$\dfrac{12}{40 \cdot 10^3} = \dfrac{I \cdot 40 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^3}$ $\boxed{I = 0{,}3 \, mA}$ //



$I_1 = \dfrac{I}{(R_2 + R_{eş})} \cdot R_2 = \dfrac{0{,}3 \cdot 10^{-3}}{90 \cdot 10^3} \cdot 30 \cdot 10^3$

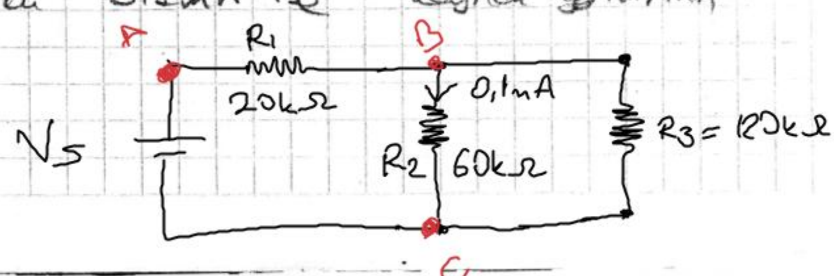
$I_1 = 0{,}1 \cdot 10^{-3} = \boxed{0{,}1 \, mA}$

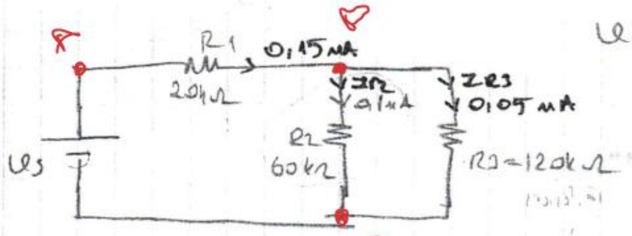
$I_{eş} = I_1 = 0{,}1 \, mA$

$V_o = I_{eş} \cdot R_4 = 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^3 = \underline{2V}$

ÖRNEK

Şekilde verilen devrede gerilim kaynağının değeri belirtilmemiştir. R_2'nin bulunduğu koldan geçen akım 0,1 mA ise kaynak geriliminin değerini bulunuz.





$U_s = ?$

$U_s = R_{eş} \cdot I_T$

$V_{BC} = I_{R2} \cdot R_2$

$V_{BC} = 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 60 \cdot 10^3$

$= 6V$

$V_{R3} = V_{BC} = 6V$

$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{6}{120 \cdot 10^3}$

$I_{R3} = 0{,}05 \cdot 10^{-3} A$

(1) $U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 60 \cdot 10^3 = 6V$

$U_{R2} = U_{R3} = 6U$

$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{6}{120 \cdot 10^3} = 0{,}05 mA$

(2) $I = I_{R2} + I_{R3}$ => Kirchoff'un Akım Yasası (B düğümü)

$I = 0{,}1 \cdot 10^{-3} + 0{,}05 \cdot 10^{-3} = 0{,}15 \cdot 10^{-3}$ //

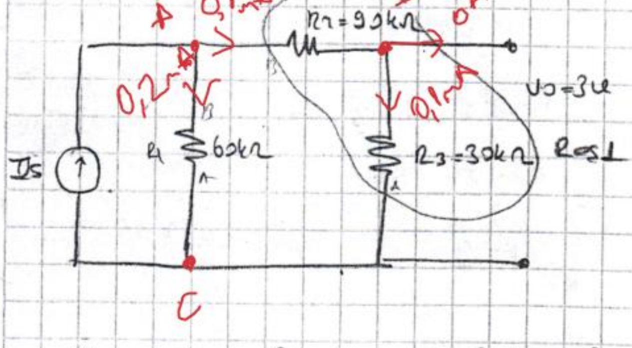
$I = 0{,}15 mA$

(3) $U_s = U_{R1} + U_{R2}$ => Kirchoff'un Gerilim Yasası

$U_s = I_{R1} \cdot R_1 + 6 = I \cdot R_1 + 6 = 0{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^3 + 6 = \boxed{9V}$ //

ÖRNEK

Şekilde verilen devrede akım kaynağının değeri belirtilmemiştir. Çıkış gerilimi (U_o) 3V ise akım kaynağının değerini bulunuz.



$U_o = V_{R3} = I \cdot R_3 \Rightarrow I_{R3} = \frac{U_o}{R_3} = \frac{3}{30 \cdot 10^3} = \boxed{0{,}1 mA}$ //

$R_{eş1} = R_2 + R_3$

$= (90+30) \cdot 10^3 = 120 \cdot 10^3 = 120 k\Omega$

$U_{eş1} = I_{eş1} \cdot R_{eş1} = 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot 10^3 = 12V$

$V_{AC} = 12V$

$U_{eş1} = U_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 \Rightarrow I_{R1} = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{12}{60 \cdot 10^3} = \boxed{0{,}2 mA}$

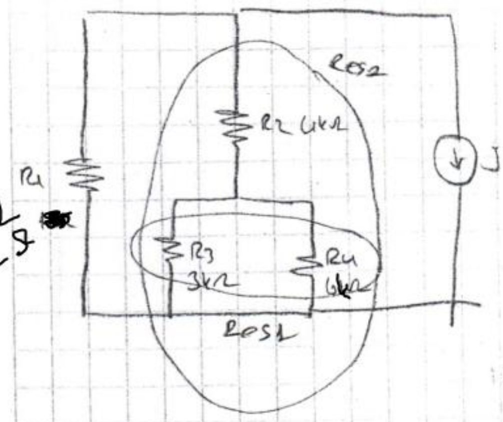
I_{R1}

$I_{top} = I_{R1} + I_{eş1} = 0{,}2 + 0{,}1 = \boxed{0{,}3 mA}$ //

$I_s = 0{,}3 mA = 3 \cdot 10^{-4} A$

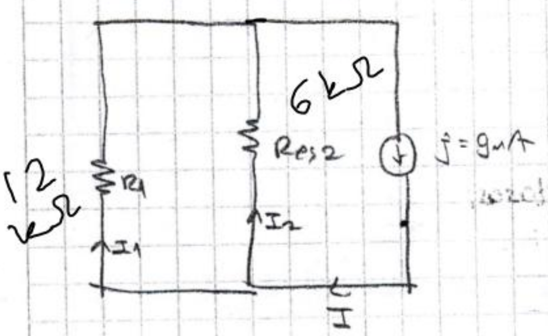
ÖRNEK

Şekilde verilen devrede akım kaynağının değeri 9mA ise R3 direncinden geçen akımı



$$Res1 = \frac{(R_3 \cdot R_4)}{(R_3+R_4)} = 2 \cdot 10^3 = 2k\Omega$$

$$Res2 = R_2 + Res1 = 6k\Omega$$



$$I = I_2 + I_1$$

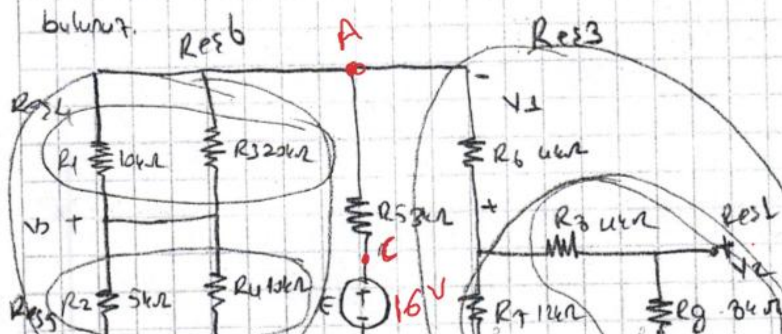
$$I_2 = \frac{I}{(R_1+Res2)} \cdot R_1 = 6mA$$

$$I_{R3} = \frac{I_{Res2}}{(R_3+R_4)} \cdot R_4 = \cancel{x}mA$$

$$I_{R3} = \frac{6}{(3+6)} \cdot 6 = 4mA$$

ÖRNEK

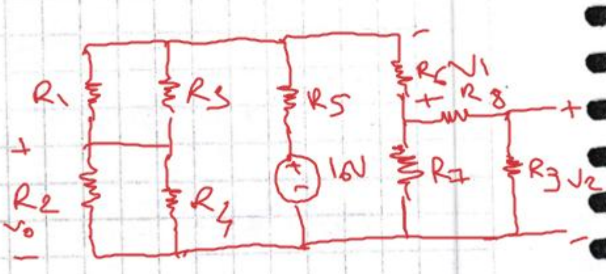
Aşağıda verilen devrede V_0, V_1, V_2 gerilimlerini bulunuz ve P_{R6}'yı bulunuz.



$$Res1 = R_8 + R_9 = 4 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3 = 12 \cdot 10^3 = 12k\Omega$$

$$Res2 = R_7 // Res1 = 6k\Omega$$

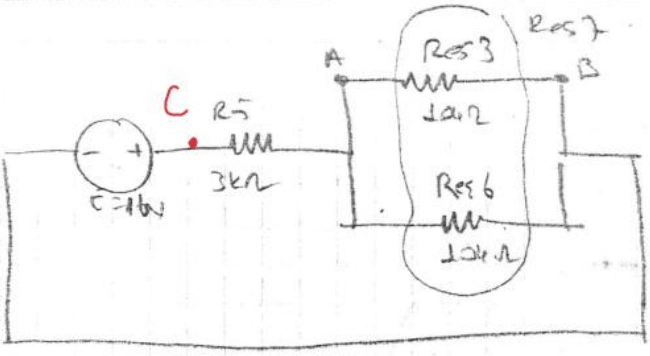
$$Res3 = (4+6) \cdot 10^3 = 10k\Omega$$



$$Res4 = R_1 // R_3 = \frac{(10 \cdot 10^3)(20 \cdot 10^3)}{(10+20) \cdot 10^3} = \frac{20}{3} k\Omega$$

$$Res5 = R_2 // R_4 = \frac{(5 \cdot 10^3) \cdot (10 \cdot 10^3)}{15 \cdot 10^3} = \frac{10}{3} k\Omega$$

$$Res6 = Res4 + Res5 = \frac{20}{3} \cdot 10^3 + \frac{10}{3} \cdot 10^3 = 10 \cdot 10^3 = 10k\Omega$$



$Res7 = \frac{10k\Omega}{2} = 5k\Omega$

$V_{AB} = \frac{Res7}{R_5 + Res7} \cdot E$ — $Res7 = \frac{10k\Omega}{2} = 5k\Omega$

$V_{AB} = 16 \cdot \frac{5 \cdot 10^3}{(5+3) \cdot 10^3} = 10V$

$V_0 = V_{AB} \cdot \frac{Res5}{R_{eq4} + Res5} = 10 \cdot \frac{10/3 \cdot 10^3}{(\frac{20}{3} + \frac{10}{3}) \cdot 10^3} = \frac{10}{3} V$

$V_1 = -\left(V_{AB} \cdot \frac{R_6}{R_6 + Res2}\right) = -\left(10 \cdot \frac{4 \cdot 10^3}{(4+6) \cdot 10^3}\right) = -4V$

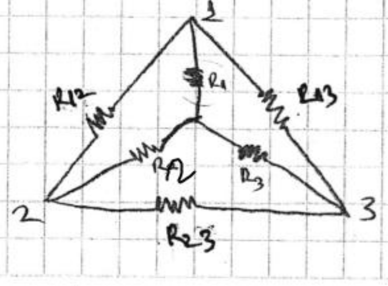
$V_{Res2} = V_{AB} \cdot \frac{Res2}{(Res2 + R_6)} = 10 \cdot \frac{6 \cdot 10^3}{(Res2 + R_6)} - 10 \cdot \frac{6 \cdot 10^3}{(6+4) \cdot 10^3} = 6V$

$V_2 = V_{R5} = V_{Res2} \cdot \frac{R_9}{R_4 + R_9} = 6 \cdot \frac{8 \cdot 10^3}{(4+8) \cdot 10^3} = 4V$

$P_{R6} = (I_{R6})^2 \cdot R_6 = \frac{(V_{R6})^2}{R_6} = \frac{(-4)^2}{4 \cdot 10^3} = \frac{16}{4 \cdot 10^3} = 4 \cdot 10^{-3} W = 4mW$

YILDIZ - ÜÇGEN DÖNÜŞÜMÜ

1) Üçgen - Yıldız dönüşümü



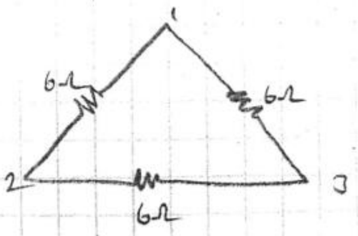
$R_1 = \frac{R_{13} \cdot R_{12}}{(R_{13} + R_{12} + R_{23})}$

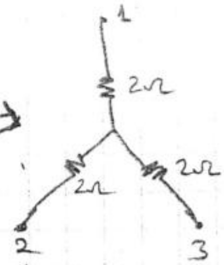
$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{(R_{13} + R_{12} + R_{23})}$

$$R_3 = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{(R_{13} + R_{12} + R_{23})}$$

$$\boxed{R_\Delta = R_{12} = R_{23} = R_{13} \text{ ise}}$$

$$R_1 = R_2 = R_3$$

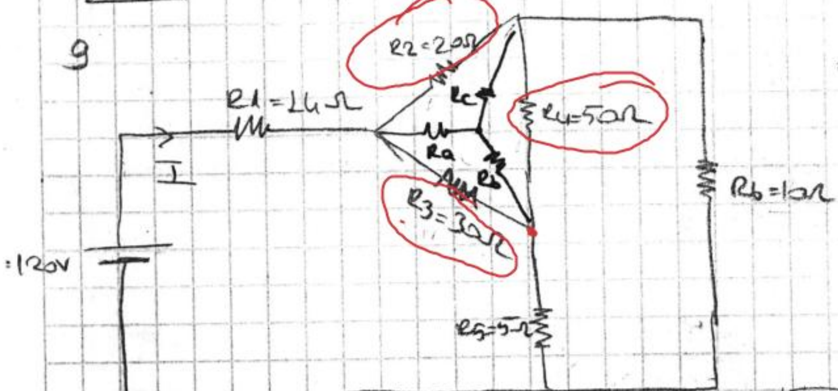




$$R_\lambda = \frac{R_\Delta}{3}$$

ÖRNEK Şekilde verilen devrede ana koldan geçen I akımın değeri

9



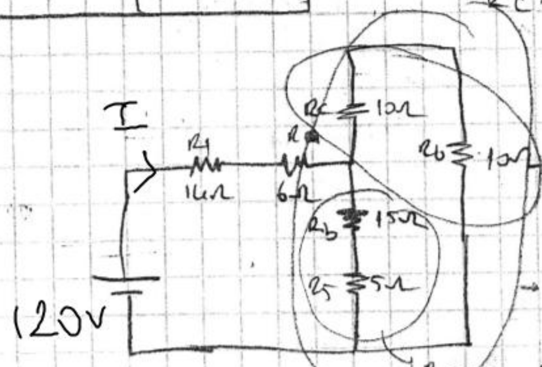
$$R_a = \frac{R_2 \cdot R_3}{(R_2 + R_3 + R_4)} = 6\Omega \qquad \frac{20 \cdot 30}{100}$$

$$R_b = \frac{R_3 \cdot R_4}{(R_2 + R_3 + R_4)} = 15\Omega \qquad \frac{30 \cdot 50}{100}$$

$$R_c = \frac{R_2 \cdot R_4}{(R_2 + R_3 + R_4)} = 10\Omega \qquad \frac{20 \cdot 50}{100}$$

$\Delta \rightarrow \lambda$

dönüşümünden sonra $\Rightarrow$



$R_{es1} = R_c + R_6 = 20\Omega$

$R_{es3} = 10\Omega$

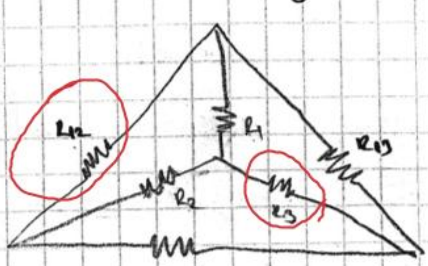
$R_{es2} = 20\Omega$

$$R_{es4} = R_1 + R_a + R_{es3}$$

$$R_{es4} = 30\Omega$$

$$I = \frac{E}{R_{es4}} = \frac{120}{30} = 4A$$

2) Yıldız – Üçgen Dönüşümü

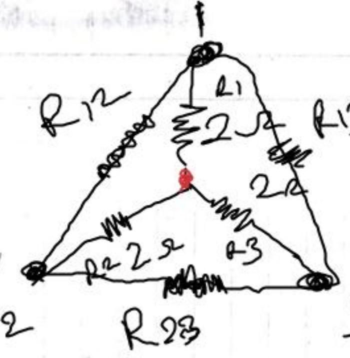


$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_3}$$

$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_2}$$

$$R_{23} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_1}$$

$R_1 = R_2 = R_3 = R_\lambda = \frac{R_\Delta}{3}$ //



$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_3}$

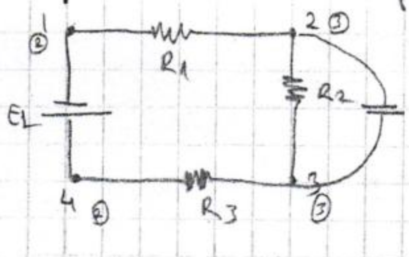
$R_{23} = \frac{f(x)}{R_1}$

$R_{13} = \frac{f(x)}{R_2}$

ELEKTRİK DEVRELERİNİN ÇÖZÜM ~~DE~~ YÖNTEMLERİ

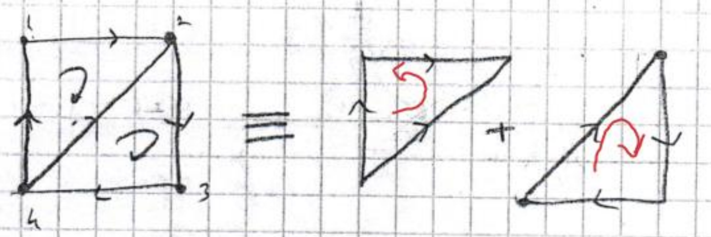
(Doğru Akım)

Düğüm = Elemanların bağlantı noktası



Düğüm Derecesi: Düğüme bağlı olan eleman sayısı.

Çevre = İçindeki düğümlerin derecesi iki olan düğümlerden oluşan devre içindeki gözlere, kapalı devrelere çevre denir.

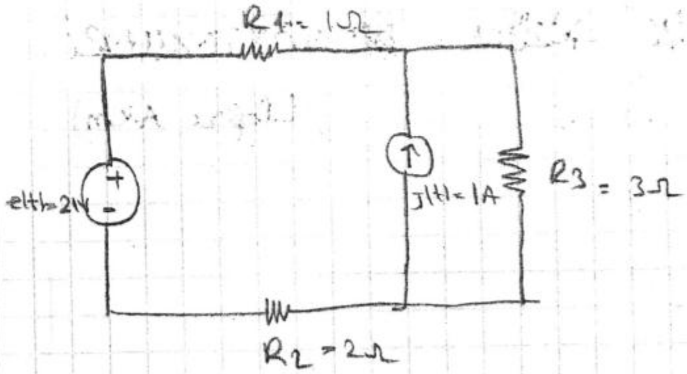


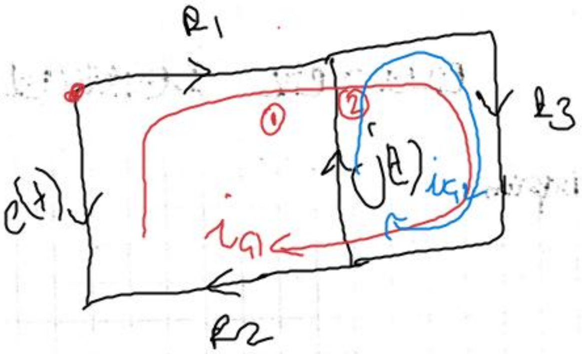
Bağımsız Çevre = Devrede akım kaynakları kaldırıldıktan sonra ortaya çıkan ve başka çevrelere bölünemeyen çevrelere bağımsız çevre denir.

GAY (Çevre Akımları Yöntemi) ile devre denkleminin adım adım elde edilmesi

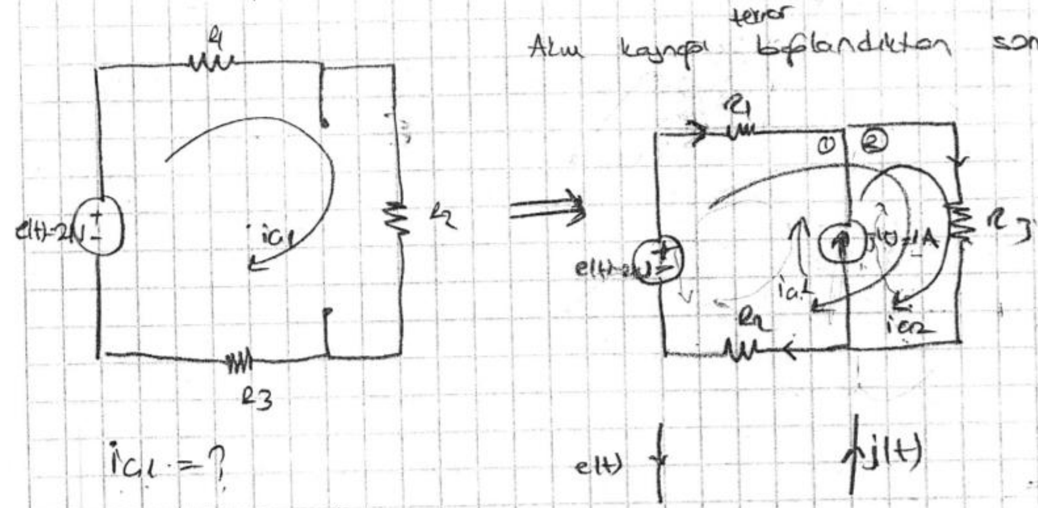
Öncelikle devrede mevcut akım kaynakları kaldırılarak bağımsız çevreler elde edilir. Her bir bağımsız çevre için rastgele yönde çevre akımı seçilir. Daha sonra akım kaynakları tekrar devreye bağlanarak her bir akım kaynağı için birer çevre belirlenir. Akım kaynaklarının bulunduğu çevrelerde çevre yönü akım kaynağının yönünde olmak zorundadır. Devrede yönsüz eleman varsa rastgele bir akım yönü belirlenir.

ÖRN Şekilde verilen devreyi GAY ile adım adım çözünüz. R_1, R_2 ve R_3'den geçen akımları bulunuz.





1. Adım: Bağımsız çevreleri tespit edilmek üzere akım kaynağı kaldırılır. Akım kaynağı bağlandıktan sonra bu defa tekrar



* Elemanınız olduğu yerden seçilir. Tekrar akım kaynağı bağlandığında. O yüzden ② 'den seçilmelidir.

$i_{G1} = ?$

$i_{G2} = j(t) = 1A$

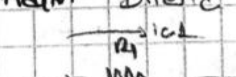
2. Adım: Akımı bilinmeyen bağımsız çevreler için (i_{G1}) çevre denklemleri yazılır.

$$V_{R1} + V_{R3} + V_{R2} - e(t) = 0$$

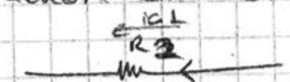
3. Adım: Direnç gerilimlerinin $V = R \cdot i_R$ şeklinde yazılır ve denklemler yeniden düzenlenir.

$$I_{R1} \cdot R_1 + I_{R3} \cdot R_3 + I_{R2} \cdot R_2 - e(t) = 0$$

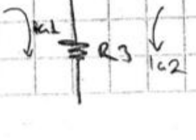
4. Adım: Direnç akımları çevre akımları cinsinden yazılır.



$I_{R1} = i_{G1}$



$I_{R2} = i_{G1}$



$I_{R3} = i_{G1} + i_{G2} = i_{G1} + j(t)$

5. Adım: Çevre akımları cinsinden yazılan direnç akımları yerlerine yazılarak çevre denklemleri düzenlenir.

$$i_{a1} \cdot R_1 + (i_{a1} + \underbrace{i_{a2}}_{j(t)}) \cdot R_3 + I_{a1} \cdot R_2 - e(t) = 0$$

$$i_{a1}(R_1 + R_3 + R_2) + j(t) \cdot R_3 - e(t) = 0$$

$$i_{a1}(1+3+2) + 1 \cdot 3 - 21 = 0$$

$$6 i_{a1} = 18 \qquad \underline{\underline{i_{a1} = 3A}}$$

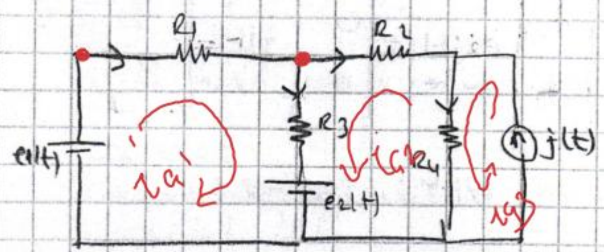
$$I_{R1} = i_{a1} = \underline{\underline{3A}}$$

$$I_{R2} = i_{a1} = \underline{\underline{3A}}$$

$$I_{R3} = i_{a1} + i_{a2}(j(t)) = 3 + 1 = \underline{4A}$$

ÖRN

Şekilde verilen devreyi ÇAY ile adım adım çözerek çevre denklemlerini yazınız.



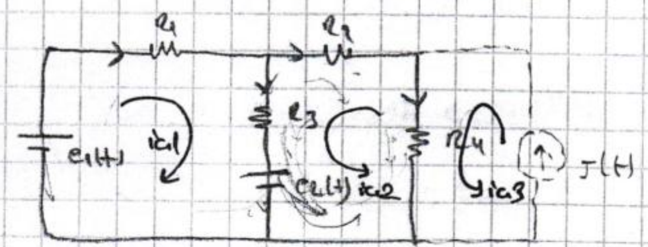
$I_{R1} = i_{a1}$

$I_{R2} = -i_{a2}$

$I_{R3} = i_{a1} + i_{a2}$

$I_{R4} = i_{a3} - i_{a2} = j(t) - i_{a2}$

1. adım:



$i_{a1} = ?$
$i_{a2} = ?$
$i_{a3} = j(t)$

2. Adım:

① $V_{R1} + V_{R3} + e_{2(t)} - e_{1(t)} = 0$

② $V_{R3} + e_2(t) - V_{R4} - V_{R2} = 0$

3. Adım :

① $R_1 . I_{R1} + R_3 . I_{R3} + e_2(t) - e_1(t) = 0$

② $R_3 . I_{R3} + e_2(t) - R_4 I_{R4} - R_2 I_{R2} = 0$

4. Adım

$I_{R1} = i_{a1}$

$I_{R2} = -i_{a2}$

$I_{R3} = i_{a1} + i_{a2}$

$I_{R4} = i_{a3} - i_{a2}$
$= j(t) - i_{a2}$

① $R_1 . i_{a1} + R_3 (i_{a1} + i_{a2}) + e_2(t) - e_1(t) = 0$

② $R_3 (i_{a1} + i_{a2}) + e_2(t) - R_4 (j(t) - i_{a2}) - R_2(-i_{a2}) = 0$

$\to i_{a1}(R_1 + R_3) + i_{a2}(R_3) + e_2(t) - e_1(t) = 0$

$\to i_{a1}(R_3) + i_{a2}(R_3 + R_4 + R_2) + e_2(t) - R_4 j(t)$

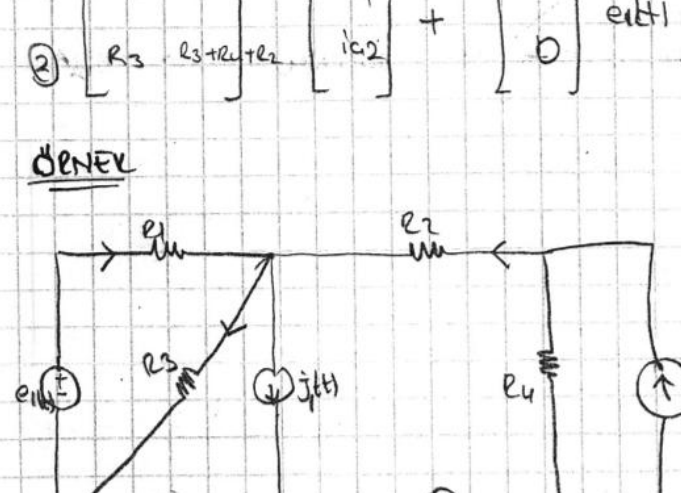
5. Adım :

GAY devre denklemlerinin genel biçimi

$$R . i_a + F . e(t) + S\, j(t) = 0$$

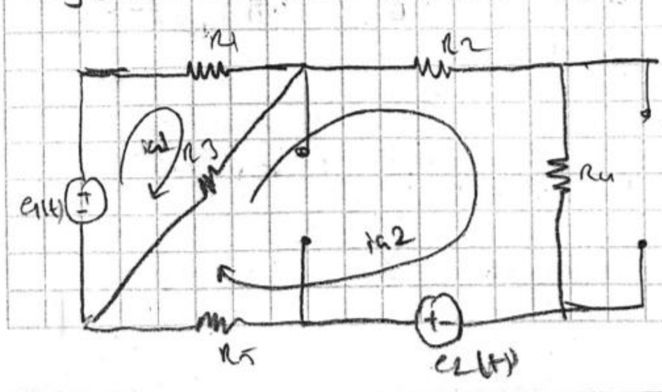
$$\begin{array}{c} ① \\ ② \end{array} \begin{bmatrix} R_1+R_3 & R_3 \\ R_3 & R_3+R_4+R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} e_1(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -R_4 \end{bmatrix} j(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ÖRNEK

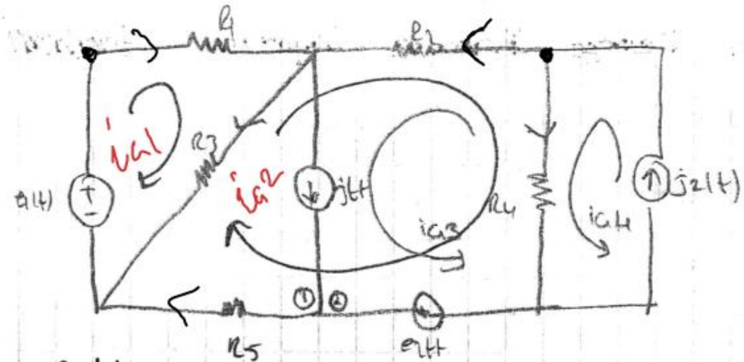


Devreyi GAY ile çözelim.

Devredeki akım kaynakları çıkarıldıktan sonra devreyi çizer ve akım kaynakları olmaksızın devredeki çevreler belirlenir.



$i_{a1} = ?$
$i_{a2} = ?$



$i_{a3}=j_1(t)$
$i_{a4}=j_2(t)$

2. Adım:
Akımı bilinmeyen çevrelere ait devre denklemi yazılır.

① $V_{R1}+V_{R3}-e_1(t)=0$

② $V_{R4}-e_2(t)+V_{R5}-V_{R3}-V_{R2}=0$

3. Adım

① $R_1 \cdot I_{R1}+R_3 \cdot I_{R3}-e_1(t)=0$

② $R_4 I_{R4}-e_2(t)+R_5 \cdot I_{R5}-R_3 \cdot I_{R3}-R_2 \cdot I_{R2}=0$

Simetrik

4. Adım

Direnç akımları çevre akımları cinsinden yazılır ve denklem düzenlenir.

$I_{R1}=i_{a1}$
$I_{R2}=(i_{a3}-i_{a2})=(j_1(t)-i_{a2})$
$I_{R3}=i_{a1}-i_{a2}$
$I_{R4}=i_{a4}+i_{a2}-i_{a3}=(j_2(t)+i_{a2}-j_1(t))$
$I_{R5}=i_{a2}$

$$\begin{bmatrix} + & \times \\ \times & + \end{bmatrix}$$

$R\, i_a+F \cdot e(t)+S\, j(t)=0$

5. Adım

① $R_1 \cdot i_{a1}+R_3(i_{a1}-i_{a2})-e_1(t)=0$

② $R_4 \cdot (j_2(t)+i_{a2}-j_1(t))-e_2(t)+R_5 \cdot i_{a2}-R_3 \cdot (i_{a1}-i_{a2})-R_2(j_1(t)-i_{a2})=0$

+ olmak zorunda

simetrik olmalı

$$\begin{array}{c} ① \\ ② \end{array}\begin{bmatrix} R_1+R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_4+R_5+R_3+R_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -R_4-R_2 & R_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} j_1(t) \\ j_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

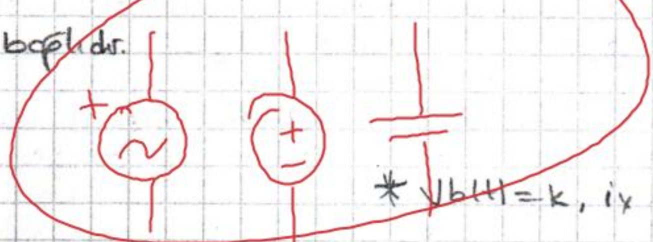
Çevre Devre Denklemin Genel Biçimi $\Rightarrow R \cdot i_a+F \cdot e(t)+S\, j(t)=0$

$$\begin{bmatrix} R_1+R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2+R_3+R_4+R_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{c1} \\ i_{c2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -R_2-R_4 & R_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J(t) \\ J_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

BAĞIMLI KAYNAKLAR

Bağımlı Gerilim kaynağı

Bu kaynakların gerilimi veya akımı devredeki başka elemanların akımı veya gerilimine bağlıdır.



Bağımsız

$V_b(t) = k\,i_x$ veya $V_b(t) = k_2 . V_x$

* $V_b(t) = k\,.\,i_x$ biçiminde ise gerilim kaynağı akım kontrollü gerilim kaynağıdır.

* $V_b(t) = k_2 . V_x$ biçiminde ise gerilim kaynağı gerilim kontrollü bir gerilim kaynağıdır.

Bağımsız

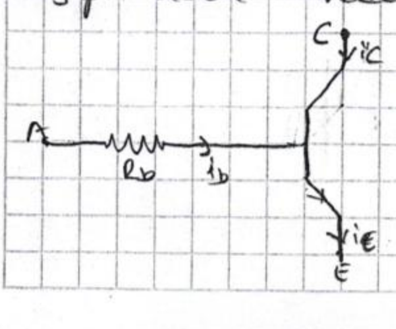
Bağımlı Akım Kaynağı

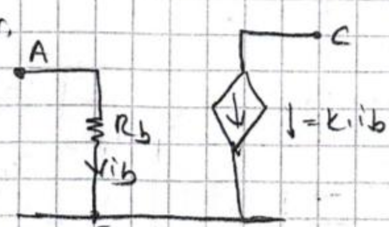
$J_b(t) = k_i . i_a$ veya
$j_b(t) = k_i . V_a$

* $\hat{J}_b(t) = k_i . i_x$ biçiminde ise akım kaynağı akım kontrollüdür.

* $\hat{J}_b(t) = k_i . V_x$ biçiminde ise akım kaynağı gerilim kontrollüdür.

Örneğin 3 uçlu bir eleman olan transistör akım kontrollü bir akım kaynağı olarak modellenir.





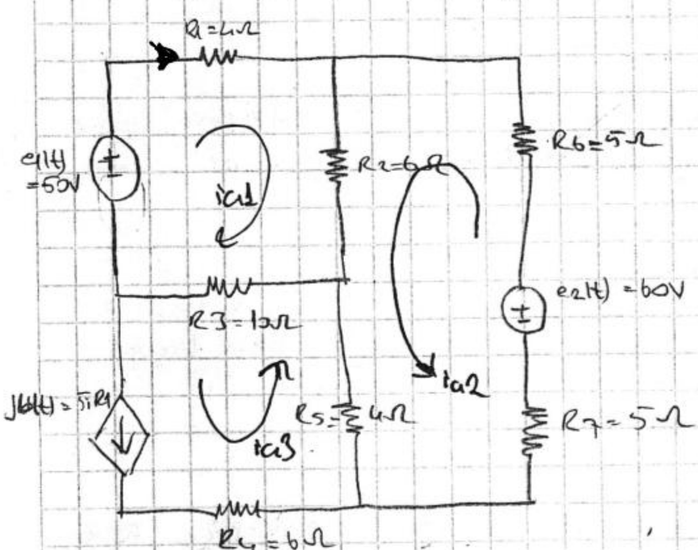
GAY
DÜGY

Bağımlı Kaynakların Bulunduğu Devrelerde Çözüm

Bağımlı kaynakların bulunduğu devrelerde çözüm için devrede bağımlı kaynaklar varsa önce bu kaynaklar bağımsız düşünülüp adım-adım veya devreye bakarak devre denklemi yazılır sonra bağımlı kaynak akım veya gerilimi kullanılan yöntemin bilinmeyenleri cinsinden ifade edilir. Son olarak denklem yeniden düzenlenerek çözülür. Bağımlı kaynakların bulunduğu devrelerde devre denklemi başındaki matrisin simetrisi bozulur.

ÖRNEK

Aşağıdaki devreyi GAY ile devreye bakarak devre denklemlerini elde ediniz ve devredeki R_3'ün gücünü bulunuz.



$i_{a1}, i_{a2} = ?$

$i_{a3} = 5 i_{R_1}$

$R \cdot i_a + F e(t) + S j(t) = 0$

$i_{a1} = ?\quad i_{a2} = ?$

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_3 \;\; \times 5R_3 & R_2 \\ 2 \;\; -5R_5 & \\ R_2 & R_2+R_5+R_6+R_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_3 \\ -R_5 \end{bmatrix} j_b(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad -5 i_{a1} R_5$$

$\downarrow 5 i_{R_1} = 5 i_{a1}$

$$\begin{bmatrix} 4+6+10 & 6 \\ 6 & 6+4+5+5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 60 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \cdot 5 i_{a1} \\ -4 \cdot 5 i_{a1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (4+6+60) & 6 \end{bmatrix} \quad R \quad \begin{bmatrix} 70 & 6 \end{bmatrix}$$

$(6-20)$ $(6+4+5+5)$ $\begin{bmatrix}-14 & 20\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}20 & 6\\ 6 & 20\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{a1}\\ i_{a2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-50\\ -60\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}50 i_{a1}\\ -20 i_{a1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$$

$(+50)$ (-20)

$$\begin{bmatrix}70 & 6\\ -14 & 20\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{a1}\\ i_{a2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}50\\ 60\end{bmatrix}$$

$$i_{a1}=\frac{\begin{vmatrix}50 & 6\\ 60 & 20\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}70 & 6\\ -14 & 20\end{vmatrix}}=\frac{50\cdot 20-6\cdot 60}{70\cdot 20-(6\cdot 14)}=0{,}43$$

?

$i_{R3}=i_{a1}+i_{a3}$

$i_{R_3}=i_{a1}+5 i_{a1}=6 i_{a1}=6\cdot 0{,}431=2{,}586A$

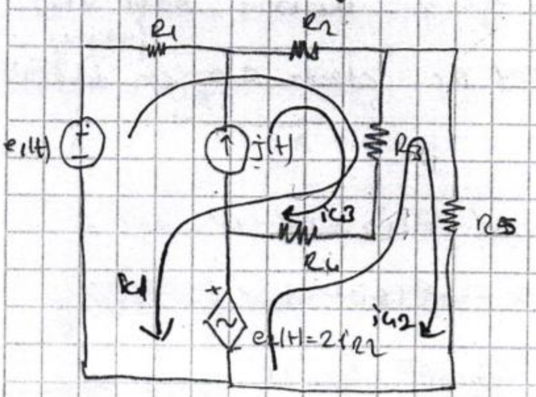
$P_{R3}=(i_{R3})^2\cdot R_3=(2{,}586)^2\cdot 10$

$=\underline{66{,}86\,W}$

ÖRNEK

Aşağıda verilen şekildeki devreyi ÇAY ile devreye sokarak uzunluk ve devre denklemini yazınız.

ismailnakir@yahoo.com



$i_{a1}, i_{a2}=?$
$i_{a3}=j(t)$

$R i_a + F_i e(t) + S j(t) = 0$

ÖDEV 5 Niğan

$$\begin{bmatrix}R_1+R_2+R_3+R_4 & -R_3-R_4\\ -R_3-R_4 & R_4+R_3+R_5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{a1}\\ i_{a2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\ 0\end{bmatrix}e_1(t)+\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}e_2(t)+\begin{bmatrix}R_2+R_3+R_4\\ -R_3-R_4\end{bmatrix}j(t)=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$$

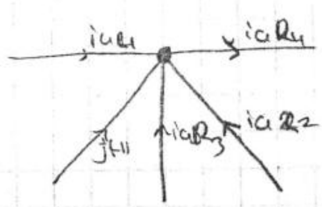
$(+2)$ (-2) $(+2)$ (-2)

$(2i_{a1}+2j(t))$

$e_2(t)=2i_{R2}=2(i_{a1}+i_{a3})=2i_{a1}+2j(t)$ $\begin{bmatrix}2i_{a1}+2j(t)\\ -2i_{a1}-2j(t)\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}R_1+R_2+R_3+R_4+2 & -R_3-R_4\\ -R_3-R_4-2 & R_3+R_4+R_5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{a1}\\ i_{a2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\ 0\end{bmatrix}e_1(t)+\begin{bmatrix}R_2+R_3+R_4+2\\ -R_3-R_4-2\end{bmatrix}j(t)=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$$

DÜĞÜM GERİLİMLERİ YÖNTEMİ (DÜGY)



→ (+) Düğümden giden akım

→ (−) Düğüme gelen akım

$$i_{R4} - i_{R2} - i_{R3} - j(t) - i_{R1} = 0$$

Devre grafı çizilir ve bir referans düğümü seçilir.

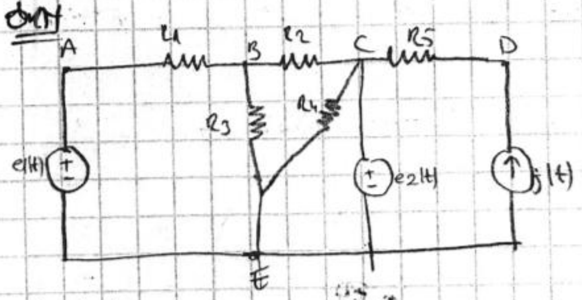
a) Devrede gerilim kaynağı yoksa herhangi bir düğüm referans düğümü olarak seçilebilir.

b) Devrede tek bir gerilim kaynağı varsa bu kaynağın (−) ucu referans düğümü olarak seçilir.

c) Devrede birden fazla gerilim kaynağı varsa ve bunların birer ucu ortak bir düğüme bağlıysa bu düğüm referans düğümü olarak seçilir.

d) Devrede birden fazla gerilim kaynağı var ve bunların birer ucu ortak bir düğüme bağlı değilse DÜGY ile çözüm zordur, DÜGY yerine başka bir yöntem seçilir.

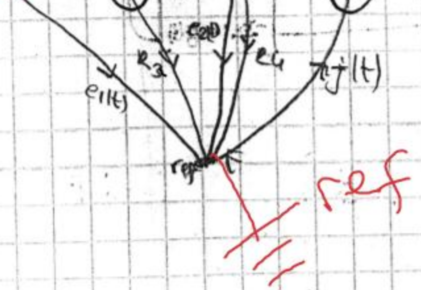
Örnek:



Yanda verilen şekildeki devreyi DÜGY ile adım adım çözerek devre denklemlerini elde edelim.

1. Adım:

Devrenin grafı çizilir ve referans yönü tespit edilir.

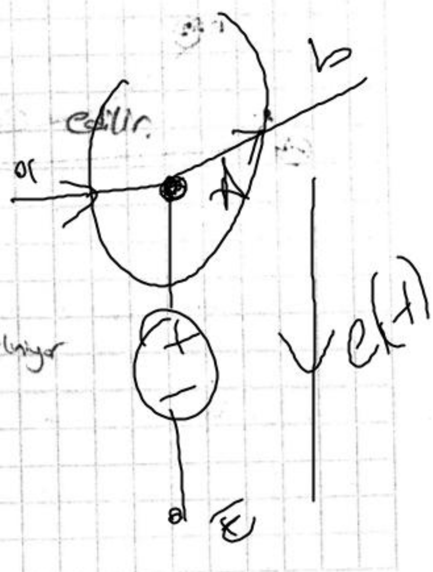


$V_E = 0$ (ref)

$V_A = e_1(t)$ } Biliniyor

$V_C = e_2(t)$

$V_B, V_D = ?$



2. Adım:

Gerilimi bilinmeyen düğümler için düğüm kesitleme denklemi yazılır.

(B) $I_{R2} + I_{R3} - I_{R1} = 0$

(D) $-I_{R5} - j(t) = 0$

$$\frac{1}{R} = G$$

3. Adım:

Direnç akımları $\boxed{I = G.V}$ şeklinde yazılır.

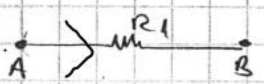
$G = \frac{1}{R} \qquad I = \frac{V}{R} = \frac{1}{R} V = G V$

(B) $G_2 V_{R2} + G_3 V_{R3} - G_1 V_{R1} = 0$

(D) $-G_5 V_{R5} - j(t) = 0$

4. Adım:

Direnç gerilimleri denklemin bilinmeyenleri (Düğüm gerilimleri cinsinden yazılır)



$V_{R1} = V_A - V_B = e_1(t) - V_B$

$V_{R2} = V_B - V_C = V_B - e_2(t)$

$V_{R3} = V_B - V_E = V_B - 0 = V_B$

$V_{R5} = V_C - V_D = e_2(t) - V_D$

(B) $G_2 . (V_B - e_2(t)) + G_3 (V_B) - G_1 (e_1(t) - \ldots) = 0$

(D) $-G_5 . (e_2(t) - V_D) - j(t) = 0$

5. Adım:

Denklem düzenlenerek düğüm gerilimlerinin genel biçimine benzetilir

$G . V_D + F e(t) + S j(t) = 0$ DÜGY devre denklemi genel biçimi

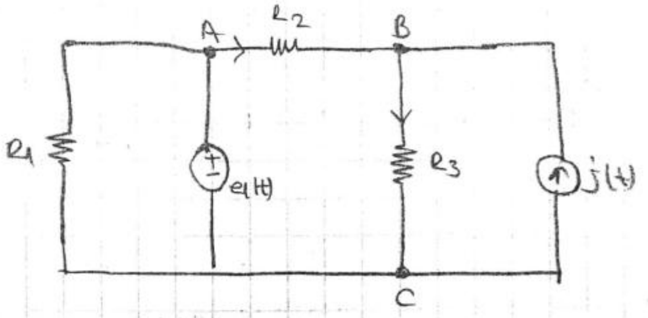
$$\begin{array}{c} B \\ D \end{array} \begin{bmatrix} G_2+G_3+G_1 & 0 \\ 0 & G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_B \\ V_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -G_1 & -G_2 \\ 0 & -G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} j(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\begin{bmatrix} + & \times \\ \times & + \end{bmatrix}$$

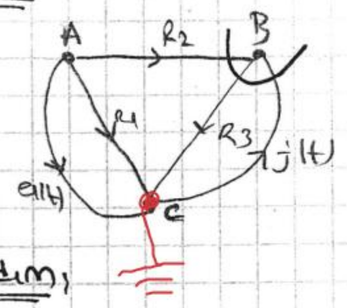
Köşegen elemanları daima pozitif
Köşegen dışı elemanlar daima simetrik
(Bağımlı kaynak yoksa)

ÖRNEK



Şekilde verilen devreyi DÜGY ile adım adım çözerek

1. Adım:



$V_C = 0$ (ref)

$V_A = e_1(t)$

$V_B = ?$

2. Adım:

$$I_{R3} - I_{R2} - j(t) = 0$$

3. Adım:

$$G_3 V_{R3} - G_2 V_{R2} - j(t) = 0$$

4. Adım:

$$V_{R3} = V_B - V_C = V_B - 0 = V_B$$

$$V_{R3} = V_B - V_C = (V_B - 0)$$

$$V_{R2} = (V_A - V_B) = (e_1(t) - V_B)$$

$$G_3 (V_B - 0) - G_2 (e_1(t) - V_B) - j(t) = 0$$

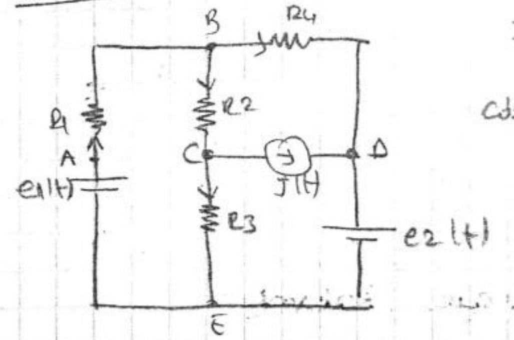
5. Adım

$$V_B (G_3 + G_2) - G_2 e_1(t) - j(t) = 0$$

$$G_2 e_1(t) + j(t) = V_B (G_3 + G_2)$$

$$V_B = \frac{G_2 e_1(t) + j(t)}{G_3 + G_2}$$

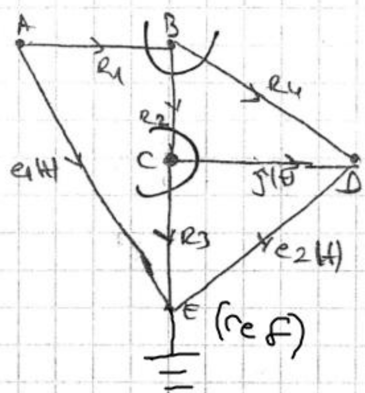
ÖRNEK;



Şekilde verilen devreyi DÜĞÜM ile adım adım çözerek devre denklemlerini elde ediniz.

* Gerilimlerin ortak ucu ref seçilir. Eğer ortak uç yoksa bu yöntem kullanılmaz.

1. Adım;



$V_E = 0$ (ref)

$V_A = e_1(t)$

$V_D = e_2(t)$

$V_C = ?$

$V_B = ?$

2. Adım;

(B) $I_{R2} + I_{R4} - I_{R1} = 0$

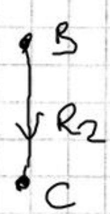
(C) $I_{R3} - I_{R2} + j(t) = 0$

3. Adım

$$G_2 V_{R2} + G_4 V_{R4} - G_1 V_{R1} = 0$$

$$G_3 \cdot V_{R3} - G_2 V_{R2} + j(t) = 0$$

4. Adım;



$V_{R2} = V_B - V_C$

$V_{R2} = V_B - V_C$

$V_{R4} = V_B - V_D = V_B - e_2(t)$

$V_{R1} = V_A - V_B = e_1(t) - V_B$

$V_{R3} = V_C - V_E = V_C - 0$

$$G_2(V_B - V_C) + G_4(V_B - e_2(t)) - G_1(e_1(t) - V_B) = 0$$

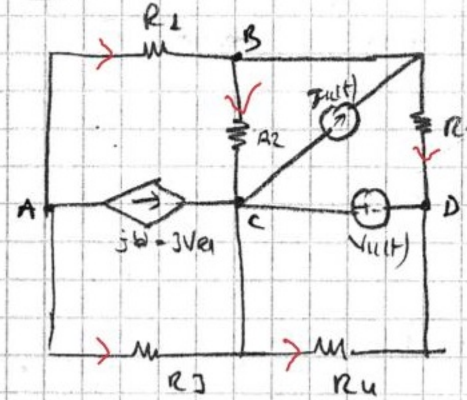
$$G_3(V_C) - G_2(V_B - V_C) + j(t) = 0$$

$$\boxed{G \cdot V_D + F e(t) + S\, j(t) = 0}$$ DÜGY

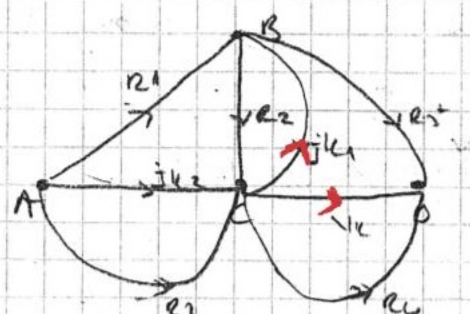
5. Adım

$$\begin{array}{c} B \\ C \end{array} \begin{bmatrix} G_2+G_4+G_1 & -G_2 \\ -G_2 & G_3+G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_B \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -G_1 & -G_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} j(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ÖRN



Yanda verilen devreyi DÜYG ile doğrudan oluşturun



$V_D = 0V \rightarrow$ ref düğüm

$V_C = V_K(t)$

$V_B = ?$

$V_A = ?$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_3+3 & -G_1-3 \\ -G_1 & G_1+G_2+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -G_3 \\ -G_2 \end{bmatrix} V_K(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} J_{1k} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} J_{2k} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$J_{2k} \rightarrow 3V_{R1}$

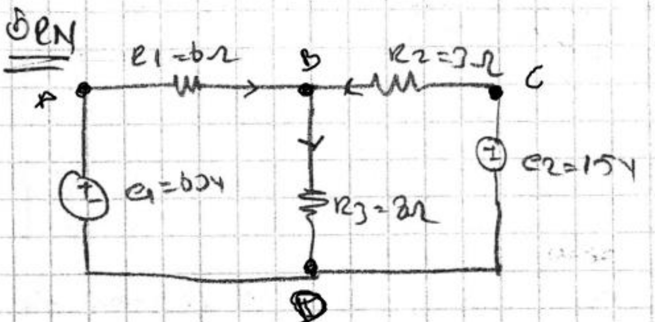
$3(V_A - V_B) = 3V_A - 3V_B$

SÜPER POZİSYON TEOREMİ (TOPLAMSALLIK)

Bu teoreme göre devrede birden çok kaynak varsa devre her bir kaynak için ayrı ayrı çözülür. Bu yapılırken sistemde veya devrede sadece ilgili kaynak var diğer kaynaklar yokmuş gibi düşünülür. Kaynaklar yok edilirken gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynak-ancak devre yapılır. İlgili kaynaklar sebebiyle tüm elemanlardan geçen akım değerleri hesaplanır akım yönlerine dikkat edilir. Sonra bu işlem diğer kaynaklar için ayrı ayrı tekrarlanır. Sonuç olarak bir elemandan (direnç v.b.) geçen nihai akım herbir kaynak sebebiyle bu elemandan geçen (direnç v.b) kısmi akımların toplamıyla bulunur. Akımlar toplanırken akım yönlerine mutlaka dikkat edilir.

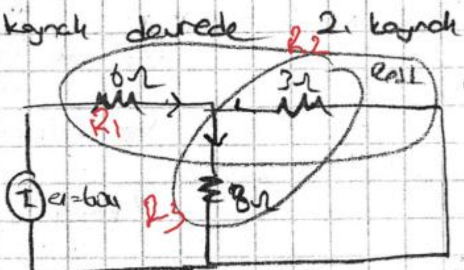
$DC \Rightarrow f = 0$

ÖRN



Süperpozisyon tez. kullanarak R_3 direncinden geçen akımı hesaplayınız.

* 1. kaynak devrede 2. kaynak yok.



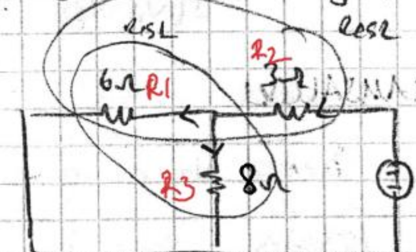
$$Res1 = \frac{3 \cdot 8}{3+8} = \frac{24}{11}\,\Omega$$

$$Res2 = \frac{24}{11} + 6 = \frac{90}{11}\,\Omega$$

$$I_{R_1} = \frac{60}{\frac{90}{11}} = \frac{2 \cdot 11}{3} = \frac{22}{3}\,A$$

$$I_{R_3}' = \frac{22}{3} \cdot \frac{R_2}{R_2+R_3} = \frac{22}{3} \cdot \frac{3}{11} = 2A$$

* 2. kaynak var 1. kaynak yok.



$$res1 = \frac{6 \cdot 8}{6+8} = \frac{48}{14}$$

$$res2 = \frac{48}{14} + 3 = \frac{45}{7}\,\Omega$$

$$I_{R_2}'' = \frac{15}{\frac{45}{7}} = \frac{7}{3}\,A$$

$$I_{R_3}'' = \frac{7}{3} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_3} = \frac{7}{3} \cdot \frac{6}{14} = 1A$$

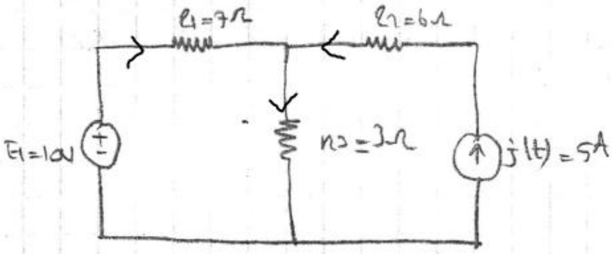
DÜĞÜM ile Çözüm!

$$I_{R_3} = I_{R_3}' + I_{R_3}'' = 1 + 2 = 3A$$

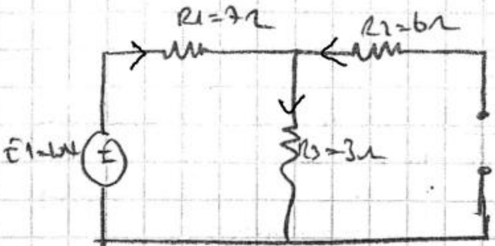
ÖRNEK:

R_3'ün akımını süper pozisyon yöntemiyle bulunuz.

GAY ile çözün!



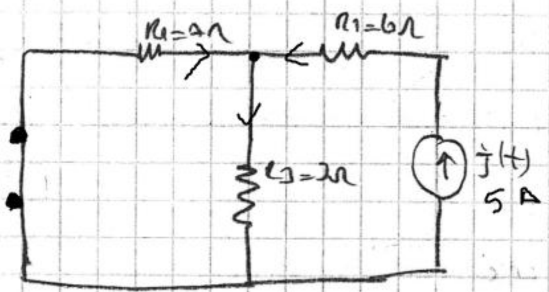
* E_1 devrede / j(t) yokmuş gibi devre



$$I_{R2}' = 0\,A \qquad I_{R1}' = I_{R3}'$$

$$I_{R3}' = \frac{E_1}{R_1+R_3} = \frac{10}{7+3} = 1A$$

* j(t) devrede / E_1 etkisiz gibi devre



$$I_{R2}'' = 5A$$

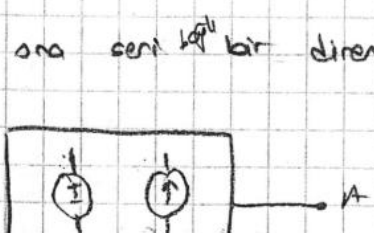
$$I_{R3}'' = j(t) \cdot \frac{R_1}{(R_1+R_3)} = 5 \cdot \frac{7}{(7+3)} = 3{,}5A$$

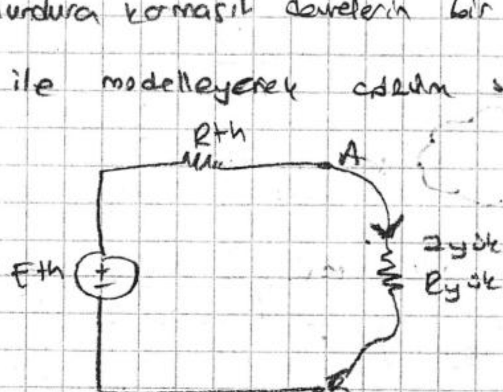
$$I_{R1}'' = -1{,}5A$$

$$I_{R3} = I_{R3}' + I_{R3}'' = 1 + 3{,}5\,A = \underline{4{,}5A}$$

THEVENİN TEOREMİ (Gerilim Kaynaklı Eşdeğer Devre)

Birçok devre elemanı bulunduran karmaşık devrelerin bir gerilim kaynağı ve ona seri bağlı bir direnç ile modelleyerek çözüm sunan bir teoremdir.





(Thevenin eş değer devreleri)

İçerisinde dirençler ve kaynaklar bulunan bir doğru akım devresi

A ve B uçlarına göre eşdeğeri bir gerilim kaynağı ve ona seri

bağlı bir direnç ile temsil edilebilir.

Gerilim kaynağı (E_{th})

Seri Direnç (R_{th})

Bu devreye thevenin eşdeğer devresi denir.

Eğer bir devrede herhangibir direncin akımı thevenin teoremiyle

hesaplanacak olursa önce akımı hesaplanacak direnç devreden çıkarılır. Direncin bağlı olduğu uçlar A ve B uçlarıyla isimlendirilir.

A, B uçları açıkken devrede E_{th} ve R_{th} hesaplanır. Böylece thevenin eşdeğer devresi elde edilir. Sonra eşdeğer devrenin

AB uçları arasına akımı hesaplanacak direnç bağlanır ve

direnç akımı

$$I_{yük} = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_{yük}}$$ ile hesaplanır

E_{th}'nin Hesaplanması

AB uçları açıkken devre herhangi bir yöntemle çözülür. A-B uçları arasındaki gerilim (V_{AB}) hesaplanır.

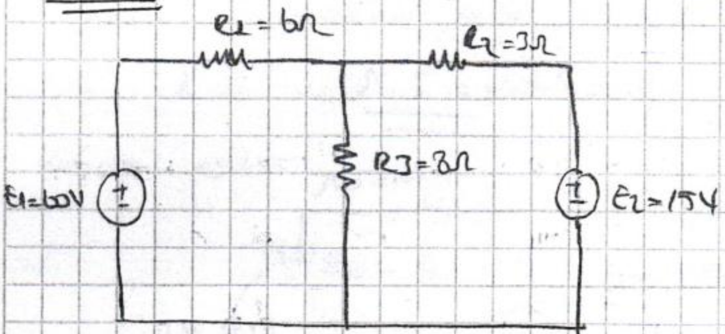
$E_{th} = V_{AB}$'dir.

E_{th} gerilimi AB uçları açıkken devrede V_{AB} geriliminin ölçülmesiyle de bulunabilir.

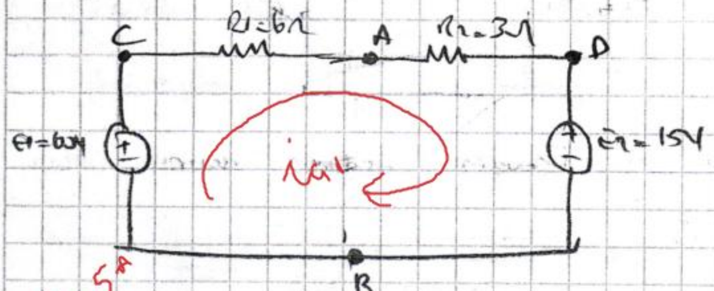
Rth'nin Bulunması;

A-B uçları açıkken devredeki kaynakların etkisi yok edilir. Yani gerilim kaynağı kısa devre, akım kaynağı açık devre ~~[illegible]~~ edilir. A-B uçları arasındaki eşdeğer direnç Rth'e eşittir.

ÖRNEK:



Şekilde verilen devreyi thevenin teoremi yardımıyla çözerek R3 direncinden geçen akımı bulunuz.



$E_{th} = V_{AB}$

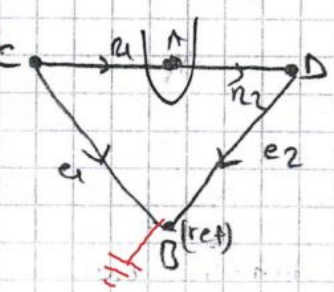
DÜGY ile çözüm

$i_{ç1} = \frac{45}{9} = 5A$

$V_A = 15 + R_2 \cdot i_{ç1}$

$V_A = 15 + 3 \cdot 5$

$V_A = 30V$



$V_B = 0$

$V_C = e_1$

$V_D = e_2$

$V_A = ?$

$I_{R2} - I_{R1} = 0$

$G_2 V_{R2} - G_1 V_{R1} = 0$

$V_{R2} = V_A - V_D = (V_A - e_2)$

$V_{R1} = V_C - V_A = (e_1 - V_A)$

$G_2 = \frac{1}{R_2} \qquad G_1 = \frac{1}{R_1}$

$$G_2(V_A - e_2) - G_1(e_1 - V_A) = 0$$

$$\frac{1}{3}(V_A - 15) - \frac{1}{6}(60 - V_A) = 0$$

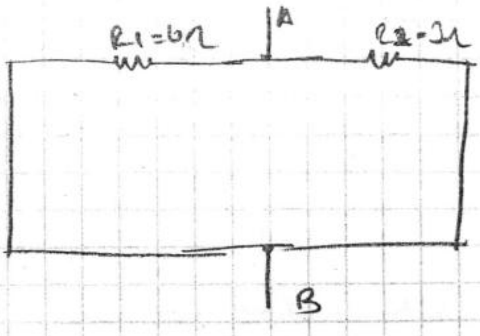
$V_A = 30V$

$V_{AB} = V_A - V_B = 30 - 0 = 30V$

$\underline{E_{th} = 30V}$

Rth Bulunurken;

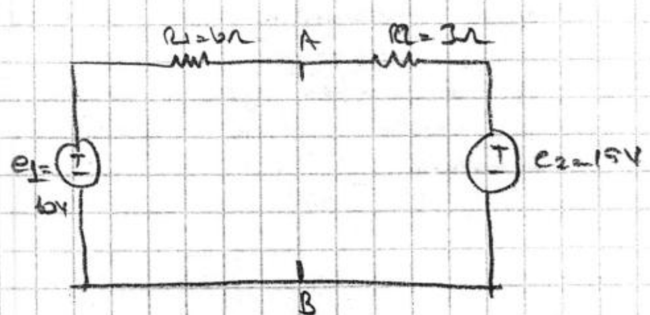
-Kaynakları etkisiz hale getirdiğimizde



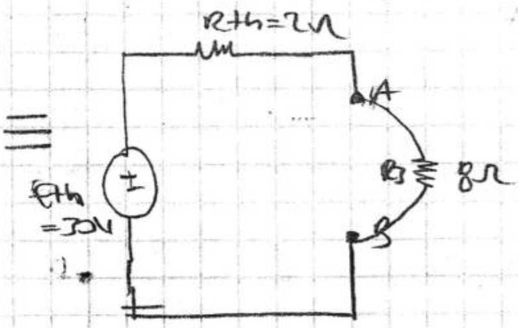
$R_{eşAB} = R_{th}$

$R_{eşAB} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} = \frac{6 \cdot 3}{6+3} = 2\Omega$

$R_{th} = R_{eşAB} = \underline{\underline{2\Omega}}$



≡



Thevenin eşdeğer devresi

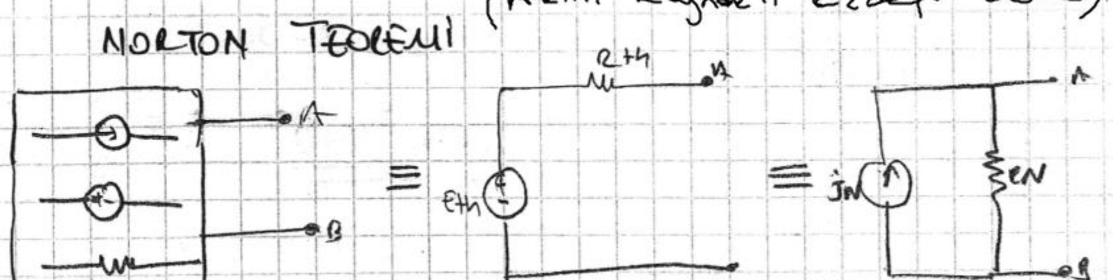
$I_{R3} = \frac{E_{th}}{R_{th}+R_3} = \frac{30}{2+8} = \underline{\underline{3A}}$

MAKSİMUM GÜÇ TEOREMİ

A-B uçları arasındaki yükün devreden max güç çekmesi için Ryük değeri Rth olmalıdır.

$\boxed{R_{yük} = R_{th}}$

NORTON TEOREMİ (Akım Kaynaklı Eşdeğer Devre)



Thevenin eş değer devresi

Norton eşdeğer devresi

A-B uçları arasında birçok elemandan oluşan kompleks bir elektrik devresi bir akım kaynağı (J_N) ve buna paralel bağlı bir direnç (R_N) ile temsil edilebilir. Bu devreye Norton eşdeğer devresi denir.

R_N'nin Bulunması:

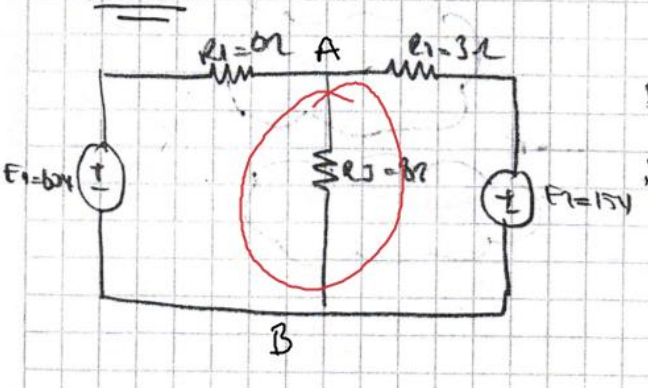
Thevenin teoremindeki gibi devrede kaynakların etkisi yok edildikten sonra A-B uçları arasında görülen eşdeğer direnç Norton eşdeğer direncine eşittir

$$R_N = R_{th}$$

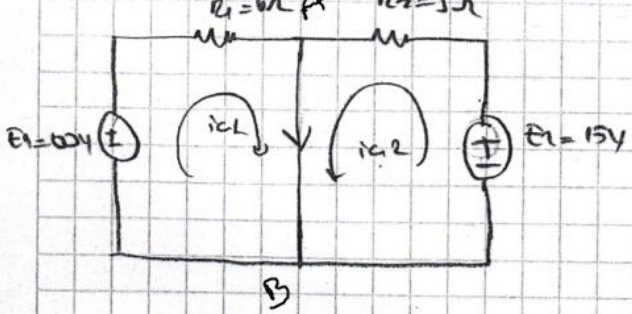
J_N'nin Bulunması

Devrede A-B uçları kısa devre edilir ve A-B uçları arasındaki kısa devre akımı herhangi bir yöntemle hesaplanır. Bu kısa devre akımı J_N akım kaynağının değerine eşittir.

ÖRNEK



Bu devrede R_3 direncinden geçen akımı, Norton teoremi yardımıyla çözerek üzerinden geçen akımı bulunuz.

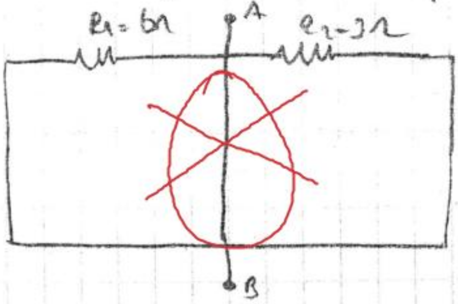


$$i_{k1} = \frac{E1}{R1} = \frac{60}{6} = 10A$$

$$i_{k2} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{15}{3} = 5A$$

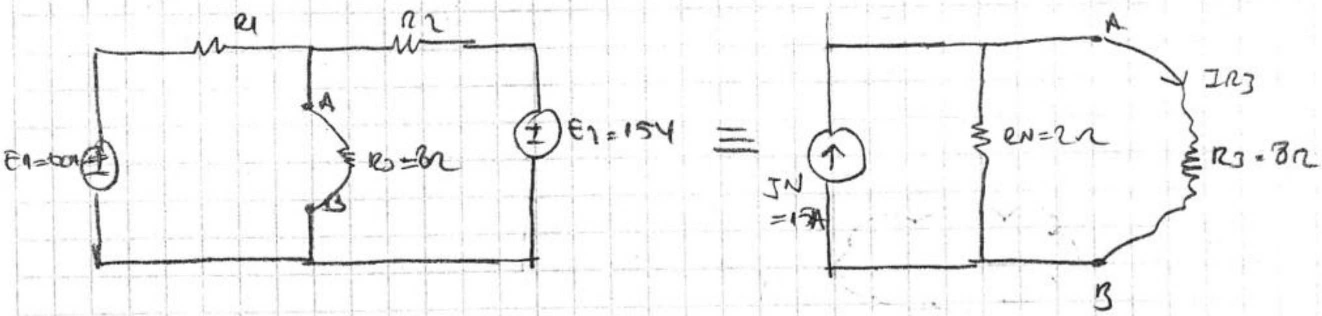
$$i_{k1} + i_{k2} = J_N = 15\,A$$

Rn için kaynakların etkisizleştirilmesi



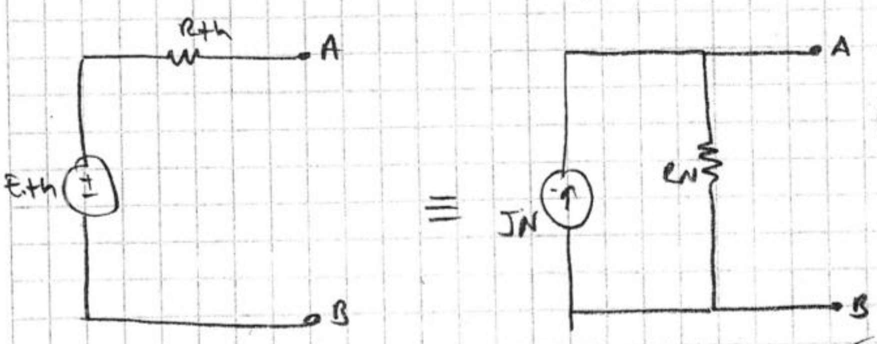
$R_{esAB} = R_{th} = R_N$

$R_{esAB} = R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 2\Omega = R_N$



$I_{R3} = J_N \cdot \frac{R_N}{(R_3 + R_N)} = 15 \cdot \frac{2}{8+2} = 3A$

Thevenin Norton Dönüşümü



$J_N = \frac{E_{th}}{R_{th}}$

$R_N = R_{th}$

$E_{th} = J_N \cdot R_N$