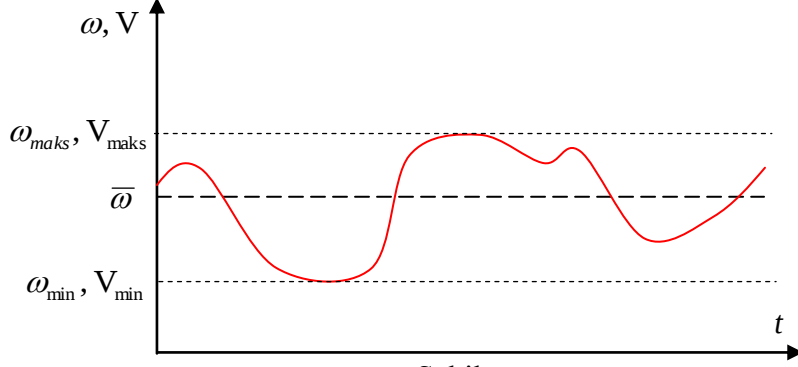


Makine Hareketinde Hız Dalgalanmaları ve Giderme Yöntemleri:

Makinalarda dönen veya ötelenen bütün parçalar hareket halinde iken az veya çok aşağıdaki formda bir ortalama hızın etrafında dalgalanan bir hızda hareket eder.



Bu dalgalanmanın temel iki kaynağı vardır.

- 1- Genelleştirilmiş kuvvet $Q = Q(q, \dot{q}, t)$
- 2- Hareket miline indirgenmiş kütleli atalet momenti $\mathfrak{I}(\varphi)$

Bu hız dalgalanmasını ölçebilmek ve hakkında yorum yapabilmek için bazı parametrelere ihtiyacımız vardır. Bunun için boyutsuz bir parametre olan **hız dalgalanma katsayısı** üzerinde duralım. Hız dalgalanma katsayısı:

$$\delta = \frac{\omega_{maks} - \omega_{min}}{\bar{\omega}} \quad 1$$

şeklinde tanımlanır. Bazen bunun yerine tersi **hız düzgünlük katsayısı** olarak tanımlanan aşağıdaki ifade de kullanılır.

$$d = \frac{1}{\delta} = \frac{\bar{\omega}}{\omega_{maks} - \omega_{min}} \quad 2$$

burada, ortalama hız şu şekilde tanımlanır.

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_{maks} + \omega_{min}}{2} \quad 3$$

Bu durumda, hız dalgalanma katsayısı şu şekilde de tanımlanabilir.

$$\delta = 2 \frac{\omega_{maks} - \omega_{min}}{\omega_{maks} + \omega_{min}} \quad 4$$

Dalgalanma katsayısının makine türlerine göre önerilen değerleri.

Makine Tipi	δ
Dövücüler, kırıcılar	1/5
Beton karıştırıcılar	1/12
Gemi uskurları	1/20 – 1/40
Pompalar, giyotinler, karıştırıcılar	1/20 – 1/50
Takım tezgahları, öğütücüler	1/35 – 1/50
Pistonlu kompresörler	1/50 – 1/100
Alternatif akım üreteçleri	1/300
Doğru akım üreteçleri (aydınlatmada)	1/200 – 1/500
Taşıt motorları (ralantide)	1/5
Taşıt motorları (normal çalışmada)	1/150 – 1/300
Pistonlu uçak motorları	1/1.000

Tablo-1

Hız Dalgalanmalarını Giderme Yöntemleri:

Makine hareket denklemini göz önüne alarak hız dalgalanmalarını inceleyelim.

$$\frac{1}{2} \mathfrak{I}(q) \frac{d\dot{q}^2}{dq} + \frac{1}{2} \underbrace{\frac{d\mathfrak{I}(q)}{dq}}_{C(q)} \dot{q}^2 = Q(q, \dot{q}, t) \quad 5$$

İlk önce, makine hareket miline indirgenmiş kütsel atalet momenti ifadesini aşağıdaki gibi sabit ve zamanla değişken olarak iki kısımdan oluştuğunu kabul edelim.

$$\mathfrak{I}(\varphi) = \bar{I} + \tilde{I}(\varphi) \quad 6$$

$Q = Q(q, \dot{q}, t)$ Genelleştirilmiş kuvveti de $M = M(\varphi, \omega)$ ve genelleştirilmiş hızı $\dot{q} = \omega = \dot{\varphi}$ şeklinde olduğunu kabul edelim. Bu kabuller ışığında makine hareket denklemini yeniden düzenleyecek olursak,

$$\frac{1}{2} \frac{d\omega^2}{d\varphi} = \frac{M(\varphi, \omega) - C(\varphi)\omega^2}{\bar{I} + \tilde{I}(\varphi)} \quad C(\varphi) = \frac{1}{2} \frac{d\tilde{I}(\varphi)}{d\varphi} \quad 7$$

şeklinde elde edilir. Burada, ifadenin sol tarafı bizim ilgilendiğimiz hız değişimini verir. Eğer bu değişim sıfır ise makine sabit bir hızda dönüyor demektir. $\omega = \bar{\omega} = \text{sabit}$ olduğunu kabul edelim. Bu durumda, yukarıdaki ifade şu şekle gelir.

$$\frac{M(\varphi, \bar{\omega}) - C(\varphi)\bar{\omega}^2}{\bar{I} + \tilde{I}(\varphi)} \equiv 0 \quad 8$$

Bu ifadeye bakıldığında, eşitlik iki şekilde sıfır olabilir. Birincisi payın sıfır, ikincisi paydanın sonsuza gitmesi durumudur.

1.Durum: payın sıfır olması hali.

$$M(\varphi, \bar{\omega}) - C(\varphi)\bar{\omega}^2 \equiv 0 \quad \rightarrow \quad M(\varphi, \bar{\omega}) - \frac{1}{2} \frac{d\tilde{I}(\varphi)}{d\varphi} \bar{\omega}^2 \equiv 0 \quad 9$$

Burada, moment ile kütleli atalet momentinin zamanla değişen kısmının uyumunun sağlanması gerekmektedir. Bunun fiziksel karşılığı sisteme potansiyel enerji depolayan elemanların yay, pnömatik elemanlar gibi kompensatör görevi gören elemanların ilave edilmesi ki bu elemanlar ihtiyaç duyulan moment ilavesini ihtiyaç duyulduğu anda sisteme yapacak şekilde yerleştirilir.

Pratikte bir başka uygulama da, motor ve iş makinası arasına uygun bir elastik kaplinin yerleştirilmesidir.

2.Durum: paydanın sonsuza gitmesi hali.

$$\bar{I} + \tilde{I}(\varphi) \rightarrow \infty \quad 10$$

bunun fiziksel anlamı, kütleli atalet momentinin arttırılabildiği kadar arttırılmasıdır. Bu arttırma neticesinde düzgünlük kabul edilebilir seviyeye düşüyor ise problem çözülmüş demektir. Kütleli atalet momentinin artması ile hız düzgünlüğünün azaldığını daha önceki dersimizde görmüştük. Şimdi, sisteme eylemsizlik çarkı veya kısaca **volan** ilavesi ile istenilen hız dalgalanmasının nasıl elde edileceğini görelim.

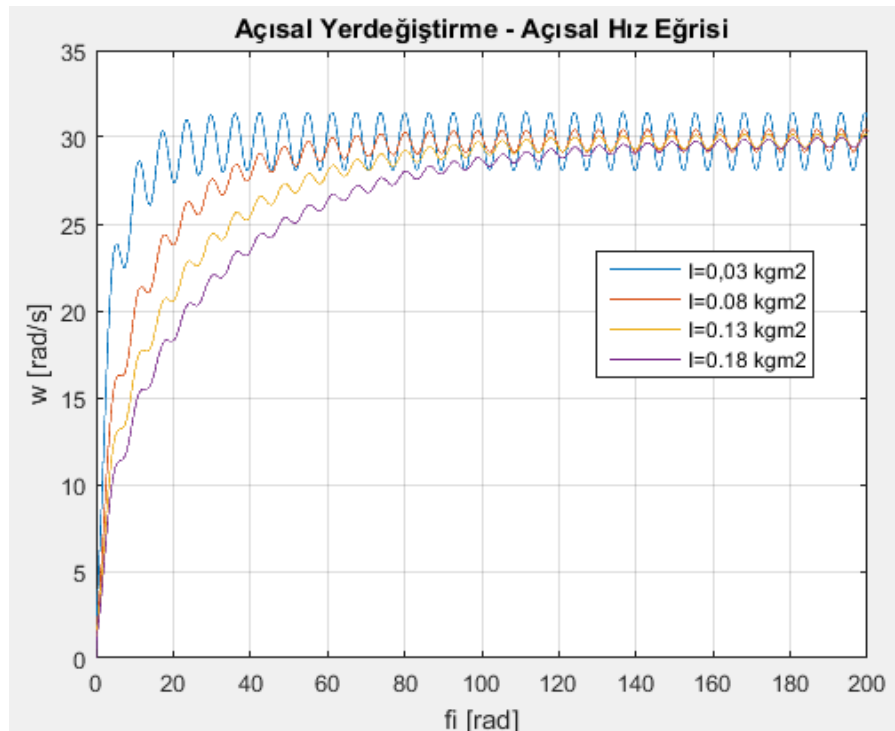
İlk önce yukarıda düzenlenmiş olan makine hareket denklemini ele alalım.

$$\frac{1}{2} \frac{d\omega^2}{d\varphi} = \frac{M(\varphi, \omega) - C(\varphi)\omega^2}{\bar{I} + \tilde{I}(\varphi)} \quad C(\varphi) = \frac{1}{2} \frac{d\tilde{I}(\varphi)}{d\varphi} \quad 11$$

Burada, paydayı öyle bir değere kadar arttıralım ki, sistemde istediğimiz hız dalgalanması olsun. Bunun için paydaya bir volan ekleyelim.

$$\frac{1}{2} \frac{d\omega^2}{d\varphi} = \frac{M(\varphi, \omega) - C(\varphi)\omega^2}{I_v + \bar{I} + \tilde{I}(\varphi)} \quad 12$$

Bu volanı eklediğimizde sisteme aşağıdaki gibi bir etki gösterecektir.



Şekil-2

Peki şimdi nasıl bir volan ekleyelim. Yine düzenlenmiş makine hareket denklemini ele alalım.

$$\frac{1}{2} \frac{d\omega^2}{d\varphi} = \frac{M(\varphi, \omega) - C(\varphi)\omega^2}{I_V + \bar{I} + \tilde{I}(\varphi)} \quad 13$$

Bu denklemi aşağıdaki gibi yeniden düzenleyebiliriz.

$$\frac{1}{2} \left[\underbrace{I_V + \bar{I} + \tilde{I}(\varphi)}_{I_V + \bar{I}} \right] d\omega^2 = \left[\underbrace{M(\varphi, \omega) - C(\varphi)\omega^2}_{m(\varphi, \bar{\omega})} \right] d\varphi \quad 14$$

$$\frac{1}{2} (I_V + \bar{I}) d\omega^2 = m(\varphi, \bar{\omega}) d\varphi$$

Her iki tarafı da, hızın ve konumun minimumdan yine hızın ve konumun maksimumuna kadar integre edersek,

$$\frac{1}{2} (I_V + \bar{I}) \int_{\omega_{\min}^2}^{\omega_{\max}^2} d\omega^2 = \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} m(\varphi, \bar{\omega}) d\varphi \quad 15$$

Eşitliği elde edilir. Sol tarafı integre edip düzenliyorum.

$$\frac{1}{2} (I_V + \bar{I}) \int_{\omega_{\min}^2}^{\omega_{\max}^2} d\omega^2 = \frac{1}{2} (I_V + \bar{I}) (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = (I_V + \bar{I}) \underbrace{(\omega_{\max} - \omega_{\min})}_{\delta\bar{\omega}} \underbrace{\frac{(\omega_{\max} + \omega_{\min})}{2}}_{\bar{\omega}} = (I_V + \bar{I}) \delta\bar{\omega}^2 \quad 16$$

Sağ taraf ise, momentin minimumdan maksimuma kadar yaptığı iştir. Bu iş ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\Delta W = \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} m(\varphi, \bar{\omega}) d\varphi \quad 17$$

Her iki tarafı eşitleyecek olursak,

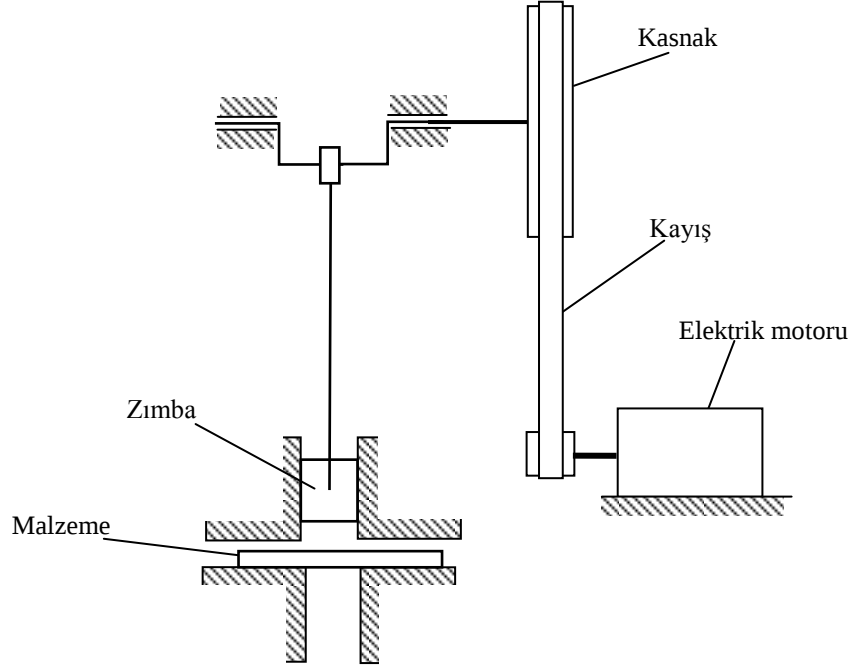
$$(I_V + \bar{I}) \delta\bar{\omega}^2 = \Delta W \quad 18$$

Buradan volan ifadesini çekersek sisteme ilave edilmesi gereken ilave kütsesel moment ifadesini yani volan değerini bulmuş oluruz.

$$I_V = \frac{\Delta W}{\delta\bar{\omega}^2} - \bar{I} \quad 19$$

Örnek 1: Aşağıdaki şekilde krank-biyel mekanizması esaslı çalışan bir eksantrik pres gösterilmiştir. Presin krank mili bir elektrik motoru tarafından kayış-kasnak mekanizması ile ortalama $\bar{n}=120$ d/d hızla döndürülmektedir. Krankın her bir devrinde bir basma işlemi gerçekleşmektedir. Bu işlem devrin 1/6'sında meydana gelmektedir. Beher basma işleminde $W_{zimba}=3.600$ Nm'lik iş yapmaktadır. Krank miline bağlı kasnak aynı zamanda bir eylemsizlik çarkı olarak düşünülmektedir. Kasnak dışındaki kütlelerin motor miline indirgenmiş kütsesel atalet

momenti ifadesi $\bar{I} = 25 \text{ kgm}^2$ olarak bilindiğine ve mil hızındaki dalgalanmaların $\pm 12 \text{ d/d}$ içinde kalması istendiğine göre, kasnağın kütsel atalet momenti I_V ne olmalıdır.



Cözüm 1:

Eksantrik presin volan / krankın ortalama hızı;

$$\bar{\omega} = \frac{2\pi \bar{n}}{60} = \frac{\pi \bar{n}}{30} = \frac{\pi 120}{30} = 4\pi \text{ rad/s} \quad \text{i}$$

Volan / krankın bir devri için geçen süre / periyot;

$$T = \frac{2\pi}{\bar{\omega}} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5 \text{ s} \quad \text{ii}$$

Sistemin istenen hız dalgalanma katsayısı;

$$\delta = \frac{n_{maks} - n_{min}}{\bar{n}} = \frac{(\bar{n} + 12) - (\bar{n} - 12)}{\bar{n}} = \frac{(120 + 12) - (120 - 12)}{120} = \frac{24}{120} = 0,2 \quad \text{iii}$$

Volanı döndüren elektrik motorunun ortalama gücü;

$$G_{motor} = \frac{W_{zımba}}{T} = \frac{3.600}{0,5} = 7.200 \text{ watt} = 7,2 \text{ kW} \quad \text{iv}$$

Her bir işte, motorun volana verdiği enerji;

$$\Delta W = \frac{360 - \alpha}{360} T G_{motor} = \frac{360 - 60}{360} 0,5 \cdot 7.200 = 3.000 \text{ joule} \quad \text{v}$$

Volanın kütleli atalet momenti;

$$I_{volan} = \frac{\Delta W}{\delta \bar{\omega}^2} - \bar{I} = \frac{3.000}{0,2(4\pi)^2} - 25 \cong 70 \text{ kgm}^2 \quad \text{vi}$$

bulunur. Bu volanı boyutlandırmak isteyelim. Volanın çelikten dolu bir disk olduğunu varsayalım. Bu durumda, dolu bir diskin kütleli atalet momenti;

$$I_{volan} = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} \left(\underbrace{\pi R^2 B \rho}_A \right) R^2 = \frac{1}{2} \pi R^4 B \rho \quad \text{vii}$$

Burada R diskin yarıçapı, B diskin genişliği ve ρ çeliğin öz kütlesi ortalama 7.800 kg/m^3 ve ortalama $B=0,2 R$ alınırsa,

$$I_{volan} = 2.450 R^5 \rightarrow R = \left(\frac{I_{volan}}{2.450} \right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{70}{2.450} \right)^{\frac{1}{5}} = 0,4911 \cong 0,5 \text{ m} \quad \text{viii}$$

Volanın çapı $D=1 \text{ m}$, eni $B=0,2 \text{ m}$ bulunur.

Kendimize şu soruyu soralım. 3.600 Nm 'lik bir iş ile nasıl bir sac parça kesebiliriz? İşin $W=F \times$ olduğunu biliyoruz. Burada, F presin kesme kafasına uygulanan kesme kuvveti veya direnç / iş kuvvetidir. Bir sac parça kesme işinde bu;

$$F = A \tau_{AK} \quad \text{ix}$$

A kesilen yüzey alanı, τ_{AK} kesilen parçanın akma gerilmesidir. Buna göre iş;

$$W = A \tau_{AK} s \quad \text{x}$$

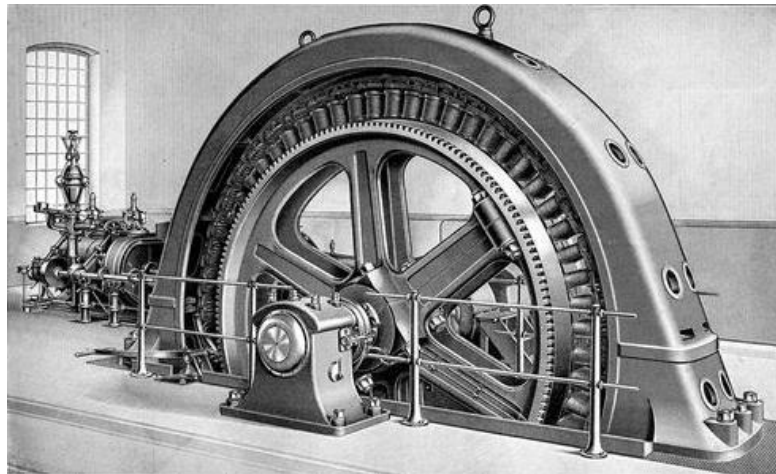
dir. $W=3.600 \text{ Nm}$, $A=C s$, C kesilen çevre uzunluğu ve s sac kalınlığı olmak üzere;

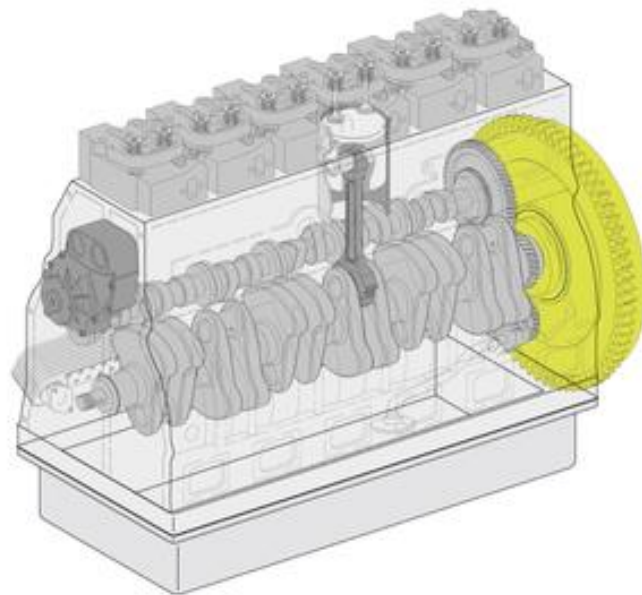
$$W = C s^2 \tau_{AK} \quad \text{xi}$$

bulunur. $W=3.600 \text{ Nm}$, $s=5 \text{ mm}$ ve $\tau_{AK} = 300 \text{ N/mm}^2$ olsun, bu durumda;

$$C = \frac{W}{s^2 \tau_{AK}} = \frac{3.600.000}{5^2 300} = 480 \text{ mm} \quad \text{xii}$$

bulunur. Bu şu demektir. Mevcut şartlarda biz 5 mm kalınlığında bir sac kesecek isek bu parçanın kesme boyu 480 mm 'ye kadar olabilir. Aşağıda volan çeşitleri ve uygulamaları gösterilmiştir.







C tipi eksantrik pres



H tipi eksantrik pres

Örnek 2: Bir motorun volan kütlesi 6.500 kg ve dönme atalet yarıçapı 1.8 metredir. Dönme momenti diyagramından enerji dalgalanmasının 56.000 Nm ve motorun ortalama hızının 120 d/d olduğu bilindiğine göre, motorun maksimum ve minimum hızları bulunuz.

Çözüm 2:

Verilenler: $m = 6.500 \text{ kg}$, $i = 1,8 \text{ m}$, $\Delta E = 56.000 \text{ Nm}$, $\bar{n} = 120 \text{ d/d}$

Dalgalanma enerjisi (fluctuation of energy):

$$\Delta E = E_{maks} - E_{min}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} I \omega_{maks}^2 - \frac{1}{2} I \omega_{min}^2 = \frac{1}{2} I (\omega_{maks}^2 - \omega_{min}^2) = \frac{1}{2} m i^2 (\omega_{maks}^2 - \omega_{min}^2) = m i^2 \bar{\omega} (\omega_{maks} - \omega_{min})$$

Burada, $\frac{1}{2} (\omega_{maks}^2 - \omega_{min}^2) = \underbrace{\frac{(\omega_{maks} + \omega_{min})}{2}}_{\bar{\omega}} (\omega_{maks} - \omega_{min}) = \bar{\omega} (\omega_{maks} - \omega_{min})$ olduğuna dikkat edelim.

$$\Delta E = m i^2 \bar{\omega} (\omega_{maks} - \omega_{min}) = m i^2 \frac{\pi \bar{n}}{30} (\omega_{maks} - \omega_{min})$$

$$56.000 = 6.500 \cdot 1,8^2 \cdot \frac{\pi \cdot 120}{30} (\omega_{maks} - \omega_{min}) \rightarrow \omega_{maks} - \omega_{min} = 0,211$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_{maks} + \omega_{min}}{2} \rightarrow 2\bar{\omega} = \omega_{maks} + \omega_{min} \rightarrow \omega_{maks} + \omega_{min} = 2 \frac{\pi \bar{n}}{30} = 2 \frac{\pi \cdot 120}{30} = 25,132$$

Buradan,

$$\left. \begin{array}{l} \omega_{maks} - \omega_{min} = 0,2110 \\ \omega_{maks} + \omega_{min} = 25,132 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \omega_{maks} = 12,6715 \text{ rad/s} \\ \omega_{min} = 12,4605 \text{ rad/s} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} n_{maks} = \frac{30 \omega_{maks}}{\pi} = \frac{30 \cdot 12,6715}{\pi} \cong 121 \text{ d/d} \\ n_{min} = \frac{30 \omega_{min}}{\pi} = \frac{30 \cdot 12,4605}{\pi} \cong 119 \text{ d/d} \end{array} \right\}$$

bulunur.

Örnek 3: Bir buhar makinasının volanının kütlesi 2.500 kg ve kütsel atalet yarıçapı 1 m dir. buhar makinası 1.500 Nm sabit moment ile harekete geçiyor. Volanın açısal ivmesini ve 10 saniye sonraki kinetik enerjisini bulunuz

Çözüm 3:

Verilenler: $m = 2.500 \text{ kg}$, $i = 1 \text{ m}$, $M = 1.500 \text{ Nm}$

İlk önce, bu makinanın ivmelenmesini hesaplayalım. Yani hangi ivme ile hızlanacak? Biliyoruz ki,

$$M = I \alpha = m i^2 \alpha \rightarrow \alpha = \frac{M}{m i^2} = \frac{1.500}{2.500 \cdot 1^2} = 0,6 \text{ rad/s}^2$$

dir.

Düzgün ivmelenmede hız ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\omega_1 = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \omega_1 = 0 + 0,6 \cdot 10 \rightarrow \omega_1 = 6 \text{ rad/s}$$

Burada, ω_0 t=0 saniyedeki hız, ω_1 ise t=10 saniyedeki hızdır. Volanın 10. saniyedeki kinetik enerjisi.

$$E = \frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} m i^2 \omega_1^2 = \frac{1}{2} 2.500 \cdot 1^2 \cdot 6^2 = 45.000 \text{ Nm}$$

Örnek 4: Bir yatay çapraz bileşik buhar makinası 90 d/d da 300 kW güç üretiyor. Döndürme moment diyagramından enerji dalgalanma katsayısı 0,1 olarak hesaplanıyor. Hız dalgalanmasının ortalama hızın $\pm \% 0.5$ olması için atalet yarıçapı 2 m olan bir volanın kütlesi ne olmalıdır.

Çözüm 4:

Verilenler: $P = 300 \text{ kW}$, $\bar{n} = 90 \text{ d/d}$, $i = 2 \text{ m}$, $\delta_E = 0,1$

Makinanın ortalama çalışma hızı;

$$\bar{\omega} = \frac{\pi \bar{n}}{30} = \frac{\pi \cdot 90}{30} = 9,424 \text{ rad/s}$$

Hız dalgalanma katsayısı;

$$\delta = \frac{\omega_{maks} - \omega_{min}}{\bar{\omega}} = \frac{1,005 \bar{\omega} - 0,995 \bar{\omega}}{\bar{\omega}} = \frac{0,01 \bar{\omega}}{\bar{\omega}} = 0,01$$

Her bir periyotta yapılan iş;

$$W = \frac{P}{f} = \frac{P}{\frac{1}{T}} = TP = \frac{60}{\bar{n}} P = \frac{60}{90} 300.000 = 200.000 \text{ Nm}$$

Her bir periyotta meydana gelen enerji dalgalanması;

$$\Delta E = W \delta_E = 200.000 \cdot 0,1 = 20.000 \text{ Nm}$$

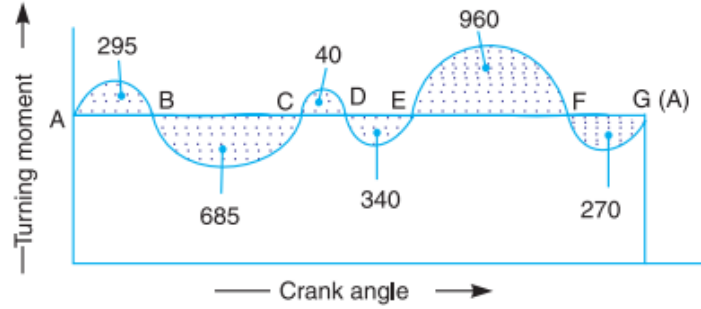
Enerji dalgalanmasından volanın kütlesini bulabiliriz.

$$I = \frac{\Delta E}{\delta \bar{\omega}^2} \rightarrow m i^2 = \frac{\Delta E}{\delta \bar{\omega}^2} \rightarrow m = \frac{\Delta E}{i^2 \delta \bar{\omega}^2} = \frac{20.000}{2^2 \cdot 0,01 \cdot 9,424^2} = 5.630 \text{ kg}$$

Örnek 5: Aşağıdaki şekilde bir benzinli motorun krank döndürme momenti diyagramı verilmiştir. Burada, ölçek döndürme momentinde 1 mm=5 Nm, krank açısında ise 1 mm=1° dir. Döndürme moment diyagramı her bir yarım devirde kendini tekrarlar. Ortalama döndürme momenti çizgisinin altındaki ve üstündeki alanlar 295, 685, 40, 340, 960 ve 270 mm² dir. Dönen parçaların kütlesi 36 kg ve kütsel atalet momenti yarıçapı 0,15 m dir. Krankın ortalama 1.800 d/d daki hız dalgalanma katsayısını bulunuz.

Cözüm 5:

Verilenler, $m = 36 \text{ kg}$ $\bar{n} = 1.800 \text{ d/d}$, $i = 0,12 \text{ m}$



Toplam enerji A noktasında E olsun. Bu durumda,

B noktasında toplam enerji	$B = E + 295$	(maksimum enerji)
C noktasında toplam enerji	$C = E + 295 - 685 = E - 390$	
D noktasında toplam enerji	$D = E - 390 + 40 = E - 350$	
E noktasında toplam enerji	$E = E - 350 - 340 = E - 690$	(minimum enerji)
F noktasında toplam enerji	$F = E - 690 + 960 = E + 270$	
G noktasında toplam enerji	$G = E + 270 - 270 = E$	

Enerji dalgalanmasını aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\Delta E = E_{maks} - E_{min} = E + 295 - E + 690 = 985 \text{ mm}^2$$

Ölçekten $1 \text{ mm} = 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$ ve $1 \text{ mm} = 5 \text{ Nm}$ idi buradan, $1 \text{ mm}^2 = 5 \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{36} \text{ Nm}$ alınır.

$$\Delta E = 985 \frac{\pi}{36} = 86 \text{ Nm} = 86 \text{ joule}$$

Maksimum enerji dalgalanmasından;

$$I = \frac{\Delta E}{\delta \omega^2} \rightarrow m i^2 = \frac{\Delta E}{\delta \omega^2} \rightarrow \delta = \frac{\Delta E}{i^2 m \left(\frac{\pi \bar{n}}{30} \right)^2} = \frac{86}{0,15^2 \cdot 36 \left(\frac{\pi \cdot 1.800}{30} \right)^2} \cong 0,003$$