Akışkanlar Mekaniği: Temelleri ve Uygulamaları
3. Baskı
Yunus A. Cengel, John M. Cimbala
McGraw-Hill, 2014

Bölüm 3

BASINÇ ve AKIŞKAN STATİĞİ

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.

John Ninomiya, Nisan 2003’te helyum dolu 72 balonla California’daki Temecula üzerinde uçarken. Helyum balonları yaklaşık 230 m3 havanın yerini alarak gerekli kaldırma kuvvetinin oluşmasını sağlamıştır. Siz yine de bunu denemeye kalkmayın…..

ÖĞRENİM AMAÇLARI

- Durgun bir akışkan içerisindeki basıncın değişimini belirleme
- Farklı türde manometrelerle basınç hesabı yapma
- Durgun haldeki bir akışkan tarafından düz ve eğrisel yüzeyler üzerine uygulanan kuvvetleri hesaplama
- Yüzen ve batmış cisimlerin kararlılığını analiz etme
- Kap içerisindeki akışkanların lineer ivmelenme ve dönme şeklindeki katı cisim hareketlerini analiz etme

3–1 ■ BASINÇ

Basınç: bir akışkan tarafından birim alana uygulanan normal kuvvet: $1\ \text{Pa} = 1\ \text{N/m}^2$

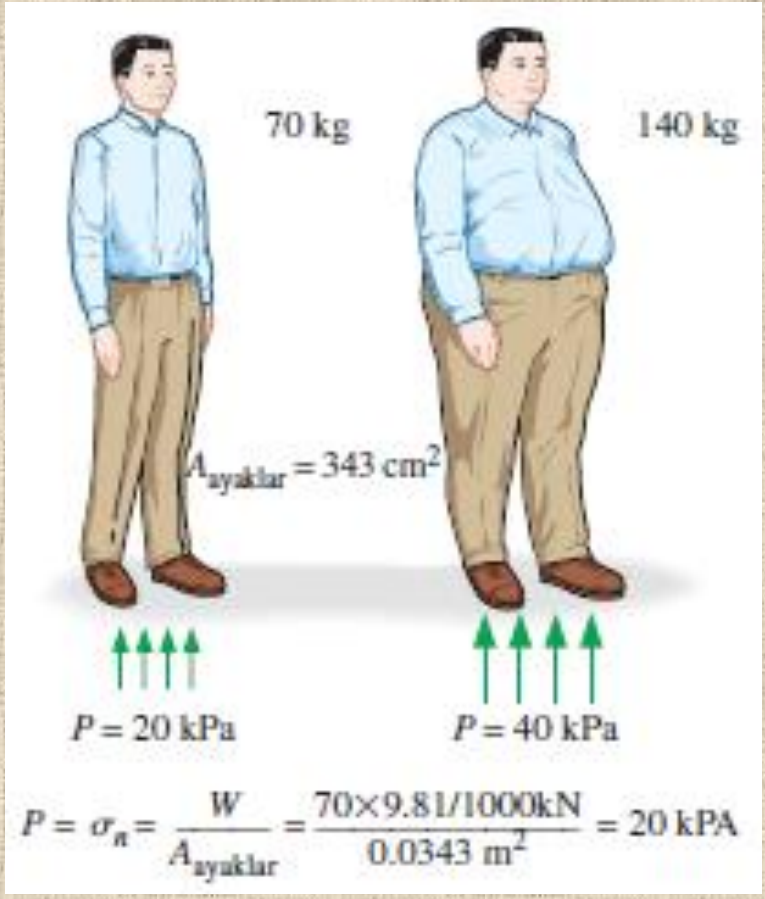
$$1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa} = 0.1\ \text{MPa} = 100\ \text{kPa}$$

$$1\ \text{atm} = 101{,}325\ \text{Pa} = 101.325\ \text{kPa} = 1.01325\ \text{bars}$$

$$1\ \text{kgf/cm}^2 = 9.807\ \text{N/cm}^2 = 9.807 \times 10^4\ \text{N/m}^2 = 9.807 \times 10^4\ \text{Pa}$$

$$= 0.9807\ \text{bar}$$

$$= 0.9679\ \text{atm}$$



Kilolu birinin ayakları üzerindeki normal gerilme (ya da “basınç”), zayıf birininkinden çok daha fazladır.

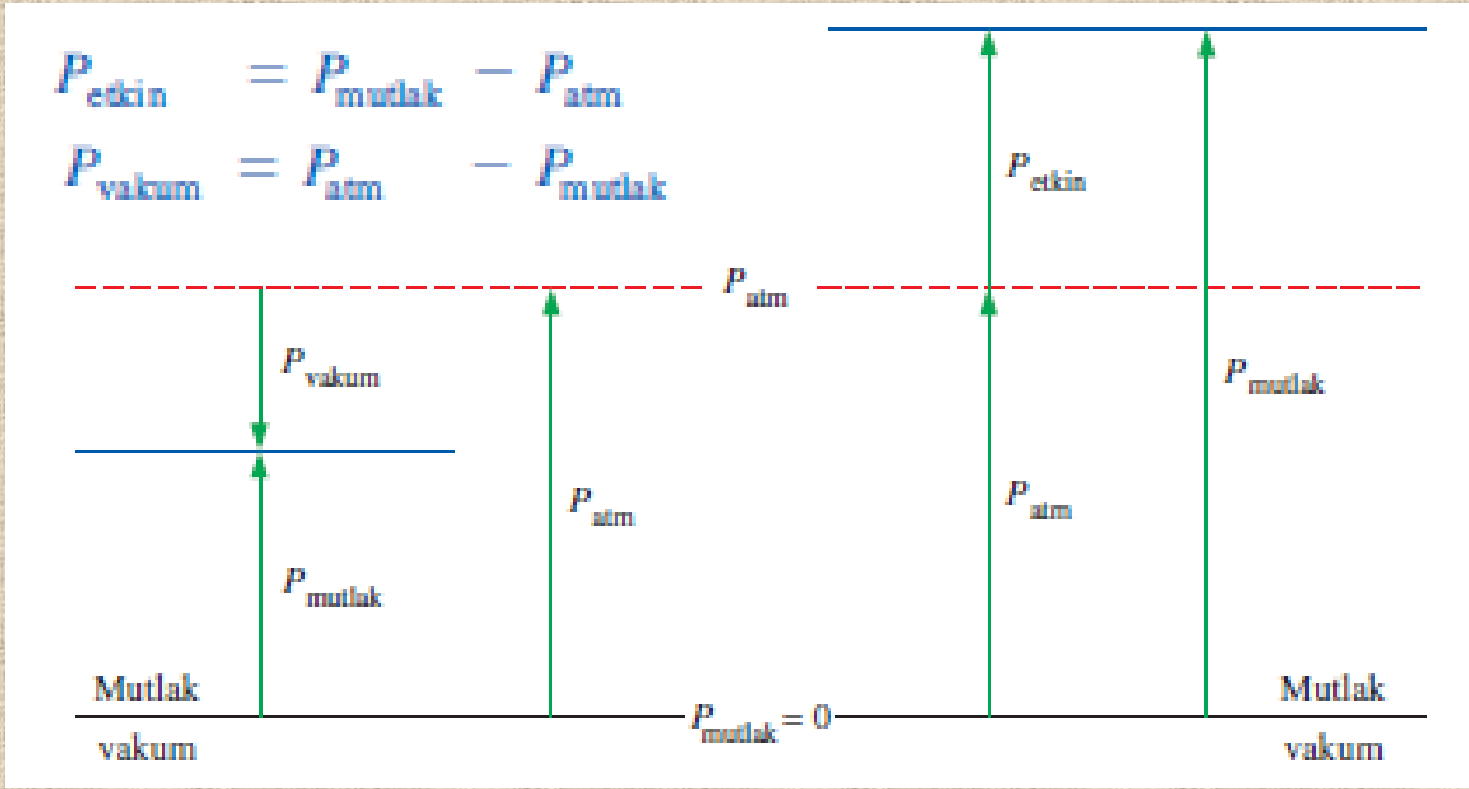
Bazı etkin basınç ölçme cihazları.

Mutlak basınç: Belirli bir konumdaki gerçek basınç. Bu basınç, mutlak vakum (mutlak sıfır basınç) referans alınarak ölçülür.

Etkin basınç: Mutlak basınç ile yerel atmosfer basıncı arasındaki farktır. Çoğu basınç ölçme cihazı atmosfer basıncını sıfır gösterecek şekilde kalibre edilir ve bu yüzden etkin basıncı gösterir.

Vakum basıncı: Atmosfer basıncının altındaki basınçlar için kullanılan deyim.

Bu kitapta aksi belirtilmedikçe *P* mutlak basıncı göstermek için kullanılacaktır.



ÖRNEK 3–1 Bir Vakum Odasındaki Mutlak Basınç

Bir odaya bağlı vakum ölçme cihazı, yerel atmosfer basıncının 99.97 kPa olduğu bir yerde 39.8 kPa değerini göstermektedir. Buna göre odadaki mutlak basıncı belirleyiniz.

ÇÖZÜM Bir vakum odasındaki etkin basınç verilmiştir. Odadaki mutlak basınç belirlenecektir.

Analiz Mutlak basınç Denklem 3–2'den kolayca bulunabilir:

$$P_{\text{mutlak}} = P_{\text{atm}} - P_{\text{etkin}} = 99.97 - 39.8 = \mathbf{60.17\ kPa}$$

İrdeleme Mutlak basıncı belirlerken, atmosfer basıncının *yerel* değerinin kullanıldığına dikkat edilmelidir.

Bir Noktadaki Basınç

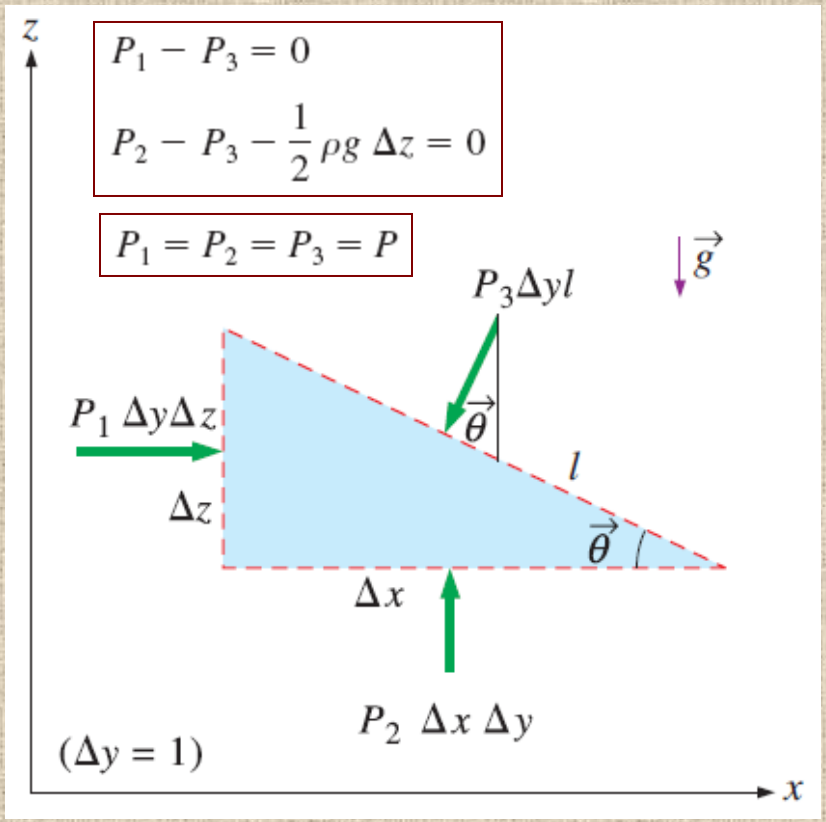
$$\sum F_x = ma_x = 0: \qquad P_1\,\Delta y \Delta z - P_3 \Delta y l \sin\theta = 0$$

$$\sum F_z = ma_z = 0: \qquad P_2\,\Delta y \Delta x - P_3 \Delta y l \cos\theta - \frac{1}{2}\rho g\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z = 0$$

$$W = mg = \rho g\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z/2$$

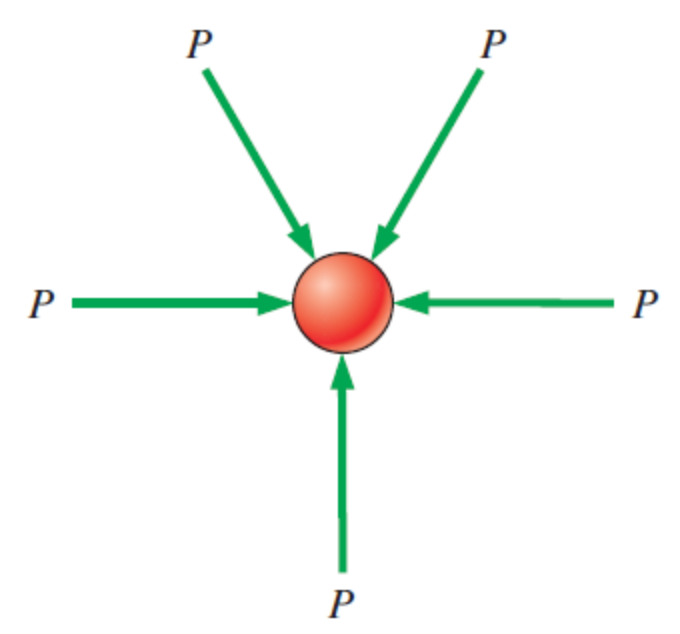
$$\Delta z = l \sin\theta$$

$$\Delta x = l \cos\theta$$



Denge halinde bulunan kama şeklindeki bir akışkan elemanına etki eden kuvvetler.

Basınç birim alana gelen *sıkıştırma kuvveti* olmasına karşın bir vektör değildir. *Bir akışkan içerisindeki basınç tüm yönlerde aynıdır.* Şiddeti olan ancak belirli bir yönü bulunmayan basınç skaler bir büyüklüktür .



Basınç *skaler* bir büyüklüktür, vektörel değil. Belirli bir noktadaki basınç tüm yönlerde aynıdır.

Basıncın Derinlikle Değişimi

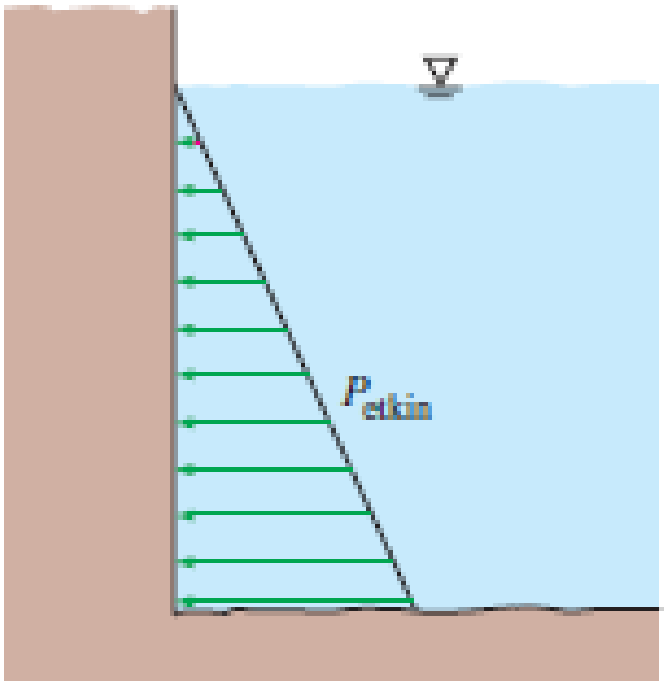
$$\Delta P = P_2 - P_1 = -\rho g\,\Delta z = -\gamma_s\,\Delta z$$

$$P_{alt} = P_{üst} + \rho g|\Delta z| = P_{üst} + \gamma_s|\Delta z|$$

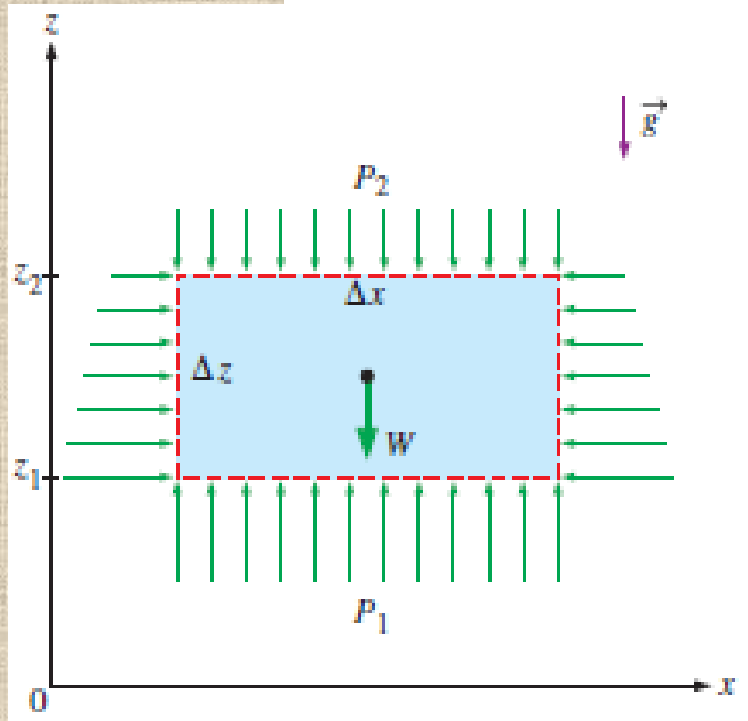
$$P = P_{atm} + \rho g h \quad \text{veya} \quad P_{etkin} = \rho g h$$

Yoğunluğun yükseklikle değişimi biliniyorsa:

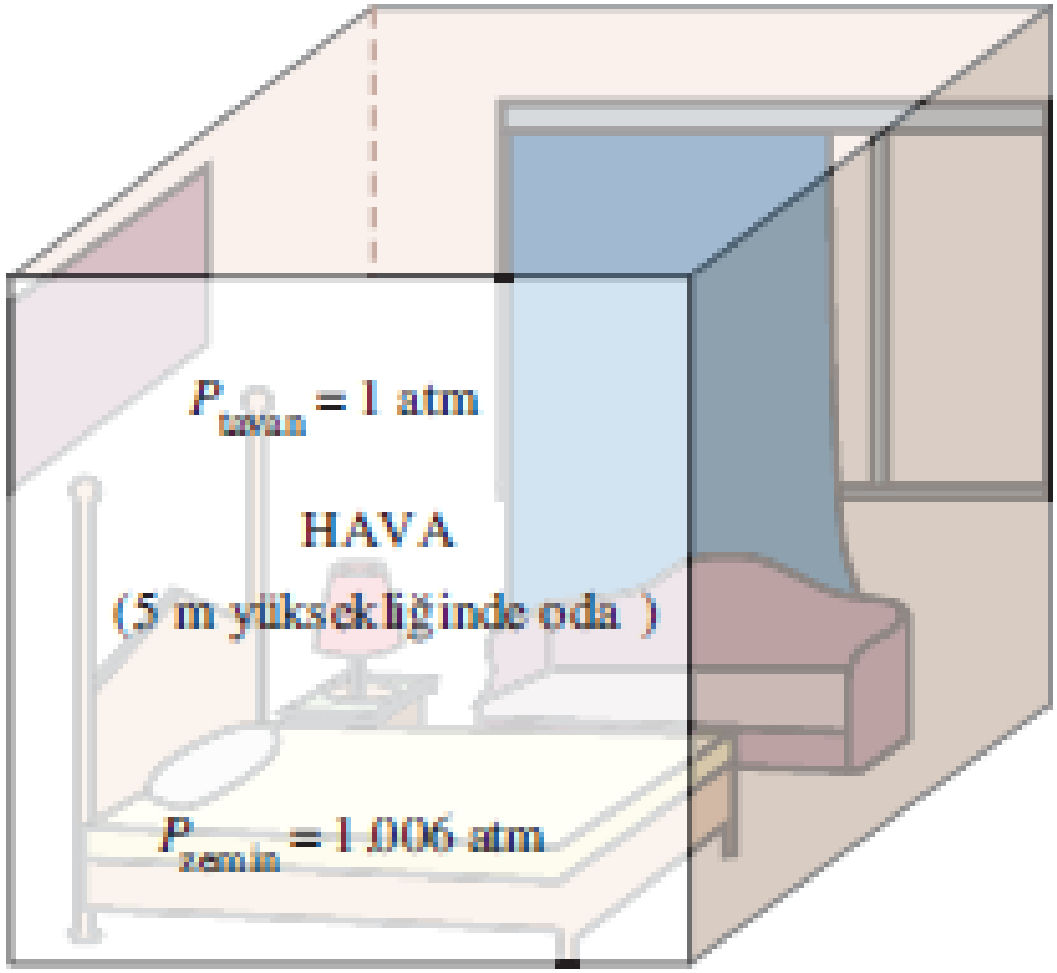
$$\Delta P = P_2 - P_1 = -\int_1^2 \rho g\, dz$$



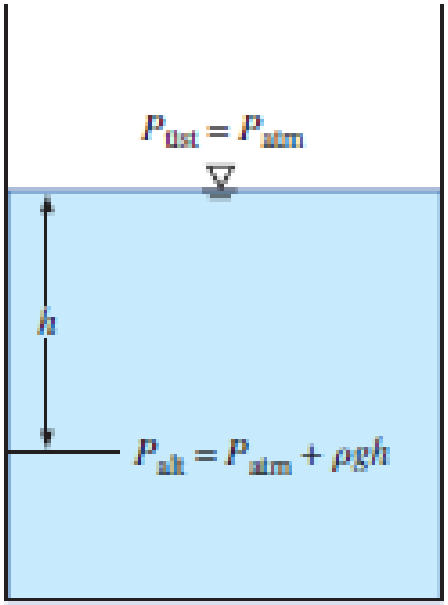
ŞEKİL 3–6
Durgun haldeki bir akışkanın basıncı derinlikle artar.



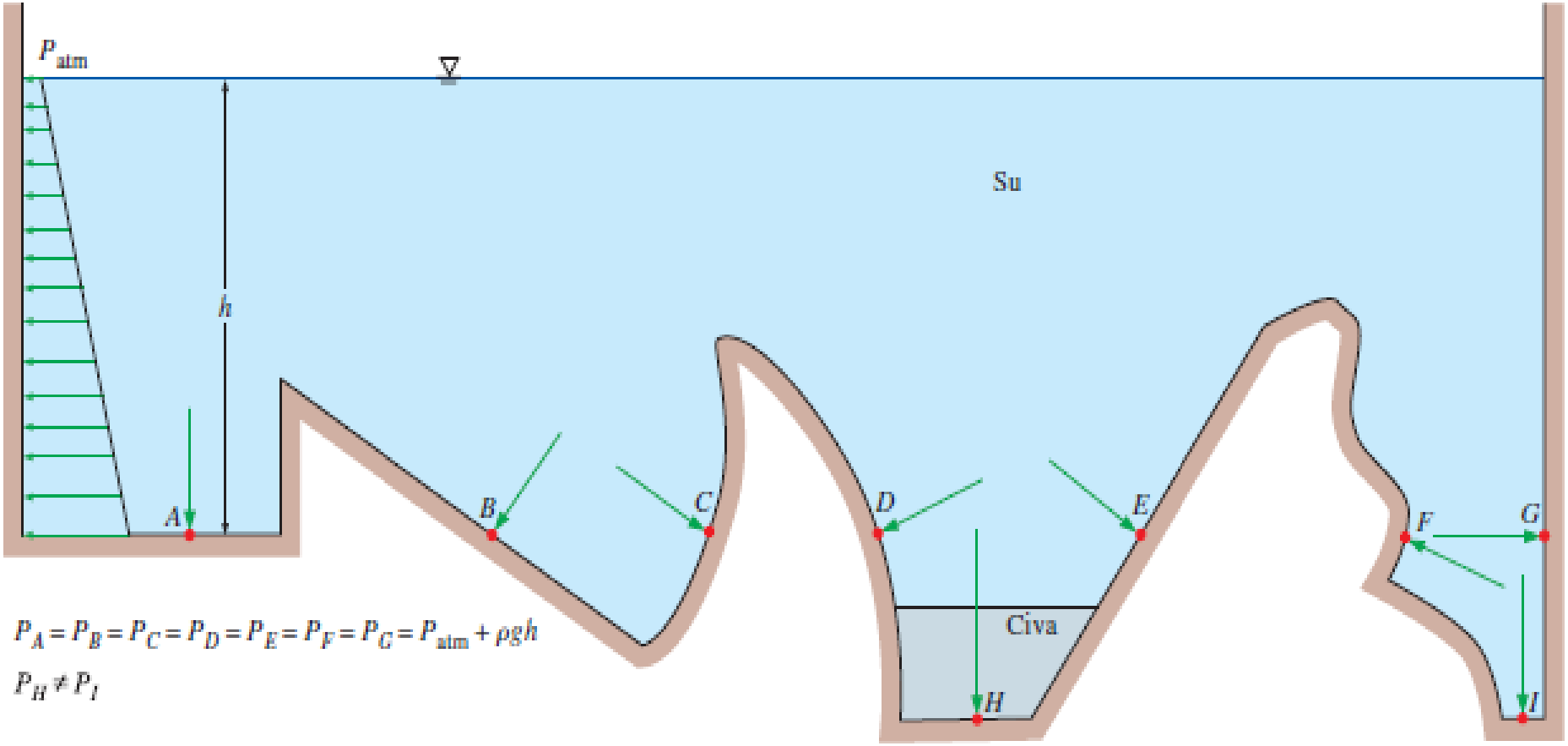
ŞEKİL 3–7
Dengede bulunan dikdörtgen bir akışkan elemanının serbest cisim diyagramı.



ŞEKİL 3–8
Hava ile dolu bir odada basıncın yükseklikle değişimi ihmal edilebilir.



ŞEKİL 3–9
Statik haldeki bir akışkan içerisindeki basınç, serbest yüzeyden itibaren derinlik ile doğru orantılı olarak artar.



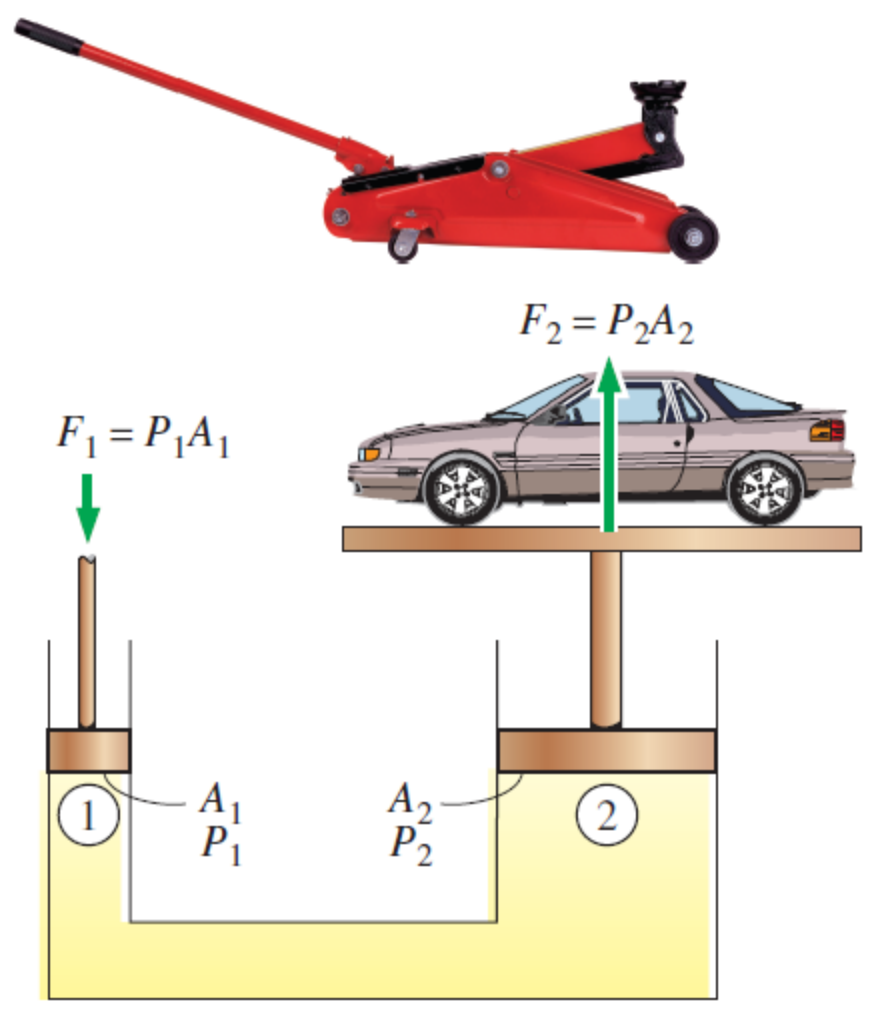
ŞEKİL 3–10

Hidrostatik şartlar altında, noktalar birbirleriyle aynı akışkan aracılığıyla irtibatlı olmak koşuluyla, bir akışkan içerisinde yatay bir düzlemde yer alan tüm noktalardaki basınçlar geometriden bağımsız olarak aynıdır.

Pascal yasası: Kapalı bir akışkana uygulanan basınç akışkanın her yerine aynı şekilde iletilir.

$$P_1 = P_2 \quad \rightarrow \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \rightarrow \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

A_2/A_1 oranına kaldıracın *ideal mekanik fayda*sı denir.



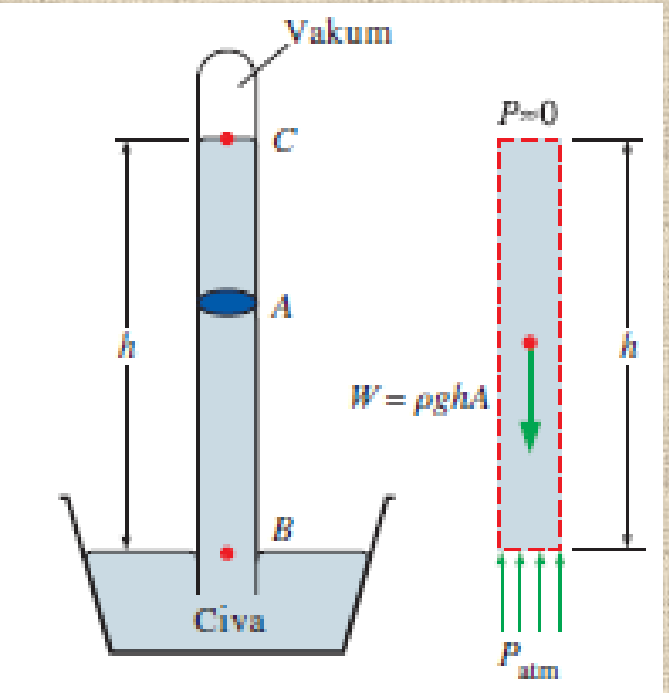
Pascal yasası uygulanarak küçük bir kuvvetle büyük bir ağırlığın kaldırılması. Hidrolik kriko yakından bilinen bir örnektir.

3–2 ■ BASINÇ ÖLÇME CİHAZLARI

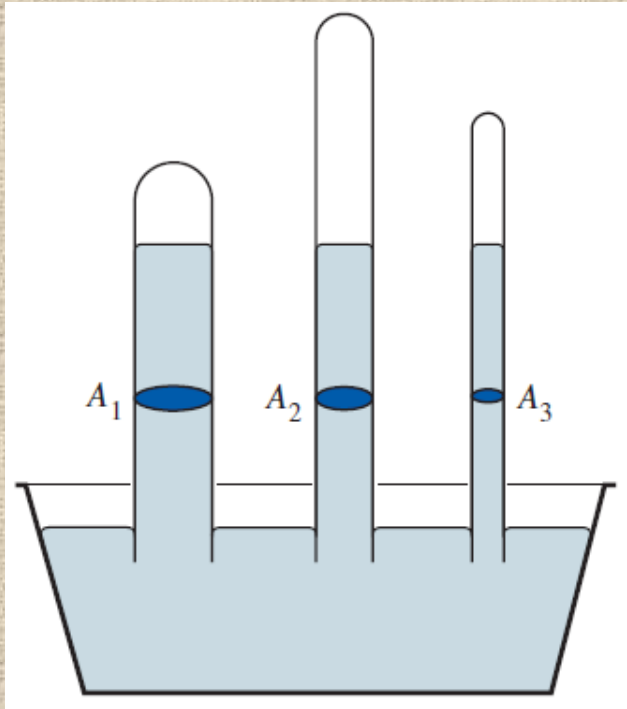
Barometre

- Atmosfer basıncı **barometre** denen bir cihazla ölçülür ve bu yüzden atmosfer basıncı için genellikle ***barometrik basınç*** deyimi kullanılır.
- Sıkça kullanılan bir başka basınç birimi de *standart atmosfer basıncı*dır. Bu basınç; standart yerçekimi ivmesi altında 0°C sıcaklıkta 760 mm cıvanın (ρ_{Hg} = 13595 kg/m^3) tabanına uyguladığı basınçtır.

$$P_{atm} = \rho g h$$



Yüzey gerilimi (kılcallık) etkilerine yol açmayacak kadar büyük olması kaydıyla, tüp uzunluğunun veya kesit alanının akışkan sütununun yüksekliğine etkisi yoktur.



Basit barometre..

ŞEKİL 3–14

Yüksek rakımlı yerlerde araba motoru daha az güç üretir. Ayrıca bu tür yerlerde düşük hava yoğunluğundan dolayı bir kimse nefes alırken içerisine daha az oksijen çeker.

ÖRNEK 3–2 Barometre ile Atmosfer Basıncının Ölçülmesi

Barometrede okunan değerin 740 mmHg ve yerçekimi ivmesinin 9.805 m/s^2 olduğu bir yerdeki atmosfer basıncını hesaplayınız. Cıvanın sıcaklığını 10 °C kabul ediniz. Bu sıcaklıkta cıvanın yoğunluğu 13570 kg/m^3 olarak alınabilir.

ÇÖZÜM Bir yerde barometrede okunan değer cıva sütunu yüksekliği cinsinden verilmiştir. Atmosfer basıncı hesaplanacaktır.

Kabuller Cıvanın sıcaklığı 10°C'dir.

Özellikler Cıvanın yoğunluğu 13570 kg/m^3 olarak verilmiştir.

Analiz Denklem 3–12'den atmosfer basıncı,

$$P_{atm} = \rho g h$$

$$= (13570\ \text{kg/m}^3)(9.805\ \text{m/s}^2)(0.740\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{N}}{1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)\left(\frac{1\ \text{kPa}}{1000\ \text{N/m}^2}\right)$$

$$= \mathbf{98.5\ kPa}$$

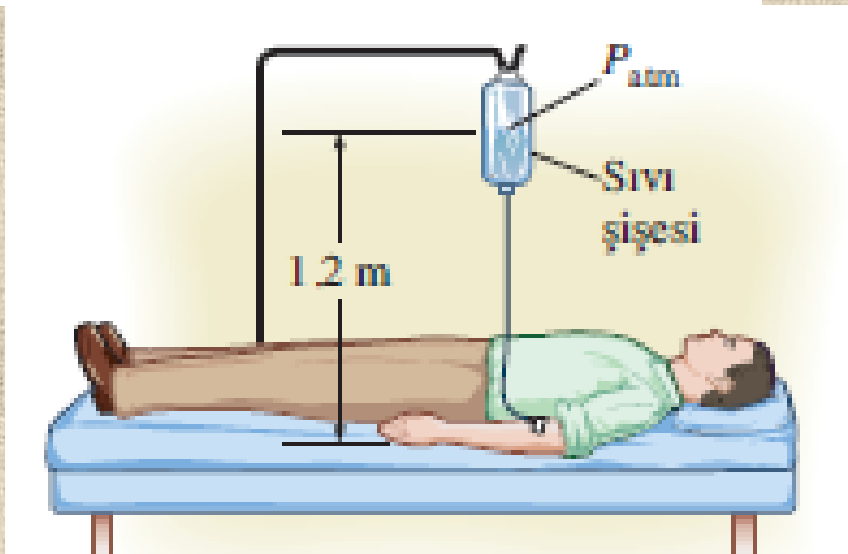
olarak bulunur.

İrdeleme Yoğunluk sıcaklıkla değişir ve bu etkinin hesaplamalarda göz önüne alınması gerekir.

ÖRNEK 3–3 Yerçekimi Etkisiyle Serum Şişesinden Akış

Damar içi infüzyonlar, genellikle damardan verilecek sıvı şişesinin toplardamardaki kan basıncını yenerek sıvıyı vücuda girmeye zorlamak amacıyla yeteri bir yüksekliğe asılarak yerçekimi etkisiyle yapılır. Şişe ne kadar yüksekte olursa sıvı debisi de o oranda yüksek olur. (*a*) Şişenin kol seviyesinden 1.2 m yukarıya asılması halinde akışkan ve kan basınçlarının birbirlerini dengelediği gözlendiğine göre, kanın etkin basıncını hesaplayınız. (*b*) Yeterli debi sağlamak için akışkanın kol seviyesindeki etkin basıncının 20 kPa olması gerektiği bilindiğine göre, şişenin ne kadar yükseğe yerleştirilmesi gerektiğini hesaplayınız. Sıvının yoğunluğunu 1020 kg/m^3 alınız.

ÇÖZÜM Damardan verilecek sıvının bulunduğu şişe belirli bir yükseklikte tutulduğunda sıvı ve kan basınçları birbirini dengelemektedir. Kanın etkin basıncı ve gerekli sıvı debisini sağlamak için şişenin ne kadar yükseğe asılması gerektiği belirlenecektir.



Kabuller **1** İnfüzyon sıvısı sıkıştırılamaz bir akışkandır. **2** Şişe atmosfere açıktır.

Özellikler İnfüzyon sıvısının yoğunluğu 1020 kg/m^3 olarak verilmiştir.

Analiz (*a*) Şişe kol seviyesinden itibaren 1.2 m yüksekliğe asıldığında infüzyon sıvısı ile kan basınçlarının birbirlerini dengelediği göz önüne alınırsa, kanın etkin basıncının, 1.2 m derinliğindeki infüzyon sıvısının etkin basıncına eşit olduğu söylenebilir:

$$P_{\text{etkin, kol}} = P_{\text{mutlak}} - P_{\text{atm}} = \rho g h_{\text{kol-şişe}}$$

$$= (1020\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(1.20\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{kN}}{1000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)\left(\frac{1\ \text{kPa}}{1\ \text{kN/m}^2}\right)$$

$$= \mathbf{12.0\ kPa}$$

(*b*) Kol seviyesinde 20 kPa basıncı oluşturmak için, kol seviyesinden itibaren şişedeki infüzyon sıvısının serbest yüzeyinin yüksekliği yine $P_{\text{etkin, kol}} = \rho g h_{\text{kol-şişe}}$ bağıntısından

$$h_{\text{kol-şişe}} = \frac{P_{\text{etkin, kol}}}{\rho g}$$

$$= \frac{20\ \text{kPa}}{(1020\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)}\left(\frac{1000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{1\ \text{kN}}\right)\left(\frac{1\ \text{kN/m}^2}{1\ \text{kPa}}\right)$$

$$= \mathbf{2.00\ m}$$

olarak bulunur.

İrdeleme Yerçekimi etkisiyle gerçekleşen bu akışta şişe yüksekliğinin debiyi kontrol etmek amacıyla kullanılabileceği görülmektedir. Akış başladığında hortum içerisindeki sürtünmeden kaynaklanan basınç düşüşünün ayrıca göz önünde bulundurulması gerekir. Bu durumda istenen sıvı debisini sağlamak için şişeyi bir miktar daha yükseğe asmak gerekir. Böylece oluşan basınç düşüşü de karşılanmış olur.

ÖRNEK 3–4 Değişken Yoğunluklu Bir Güneş Havuzundaki Hidrostatik Basınç

Güneş havuzları, güneş enerjisini depolamak için kullanılan birkaç metre derinlikteki küçük yapay göllerdir. Havuz tabanına tuz serilerek ısınmış (ve böylece daha az yoğun) suyun yüzeye çıkması engellenir. Değişken-tuzluluk bölgesi bulunan tipik bir güneş havuzundaki su yoğunluğu tuzluluğun değiştiği bu bölgede Şekil 3–16'da görüldüğü gibi artar ve yoğunluktaki bu artış

$$\rho = \rho_0\sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4}\frac{s}{H}\right)}$$

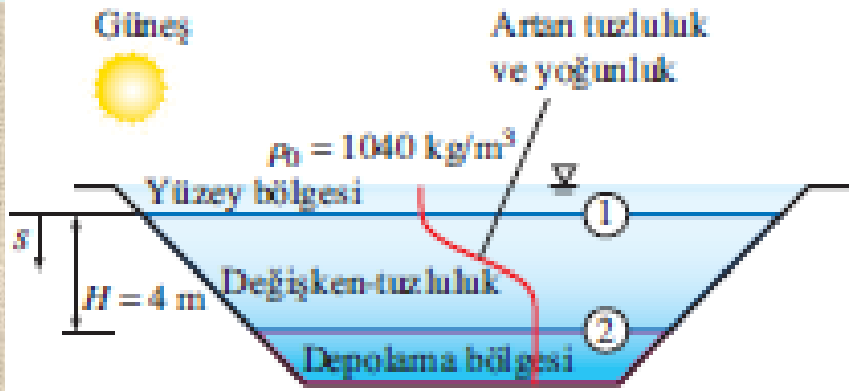
olarak ifade edilebilir. Burada ρ_0 havuz yüzeyindeki suyun yoğunluğunu, s değişken-tuzluluk bölgesinin üst sınırından itibaren aşağı doğru ölçülen düşey mesafeyi, H ise değişken-tuzluluk bölgesinin kalınlığını göstermektedir. $H = 4$, $\rho_0 = 1040$ kg/m^3 ve yüzey bölgesinin kalınlığını 0.8 m alarak değişken-tuzluluk bölgesinin tabanındaki etkin basıncını hesaplayınız.

ÇÖZÜM Bir güneş havuzunun değişken-tuzluluk bölgesindeki yoğunluğun derinlikle değişimi verilmiştir. Bu bölgenin tabanındaki etkin basınç belirlenecektir.

Kabuller Havuzun yüzey bölgesindeki yoğunluk sabittir.

Özellikler Yüzeydeki tuzlu su yoğunluğu 1040 kg/m^3 olarak verilmiştir.

Analiz Değişken-tuzluluk bölgesinin üst yüzeyi ve tabanı sırasıyla 1 ve 2 rakamlarıyla gösterilmiştir. Yüzey bölgesindeki yoğunluğun sabit olduğu göz



gönüne alınarak, yüzey bölgesinin tabanındaki (yani değişken-tuzluluk bölgesinin başlangıcındaki) etkin basınç,

$$P_1 = \rho g h_1 = (1040\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(0.8\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{kN}}{1000\ \text{kg·m/s}^2}\right) = 8.16\ \text{kPa}$$

olarak bulunur. $s = -z$ olduğundan, ds kadar bir düşey mesafe boyunca hidrostatik basınçta meydana gelecek diferansiyel değişim,

$$dP = \rho g\, ds$$

olarak ifade edilebilir. Bu ifadenin, değişken-tuzluluk bölgesinin başlangıcından (1 noktası, $s = 0$), bu bölgenin herhangi bir s konumuna kadar (alt indissiz) integre edilmesiyle

$$P - P_1 = \int_0^s \rho g\, ds \quad \rightarrow \quad P = P_1 + \int_0^s \rho_0 \sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4}\frac{s}{H}\right)}\, g\, ds$$

elde edilir. Bunun sonucunda değişken-tuzluluk bölgesi içerisindeki etkin basıncın değişimi

$$P = P_1 + \rho_0 g \frac{4H}{\pi} \sinh^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\frac{s}{H}\right)$$

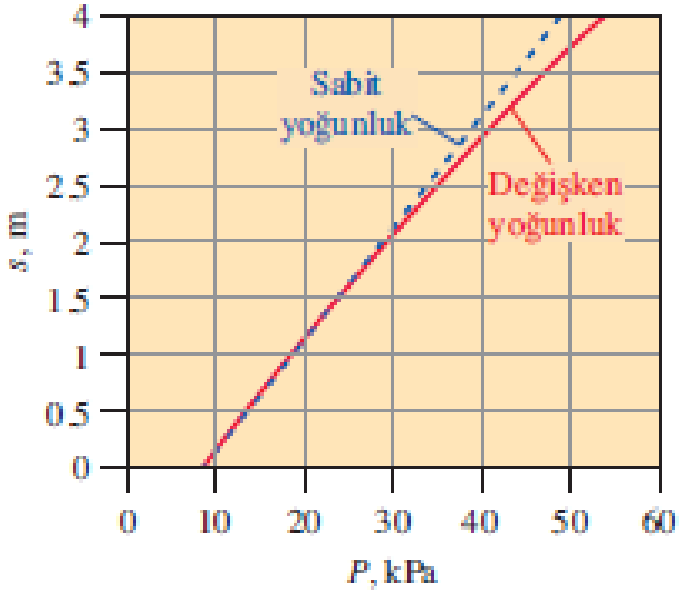
olarak bulunur. Bu durumda değişken-tuzluluk bölgesinin tabanındaki basınç ($s = H = 4$ m)

$$P_2 = 8.16\ \text{kPa} + (1040\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)\frac{4(4\ \text{m})}{\pi}\sinh^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\frac{4}{4}\right)\left(\frac{1\ \text{kN}}{1000\ \text{kg·m/s}^2}\right)$$

$$= \mathbf{54.0\ kPa\ (etkin)}$$

olarak elde edilir.

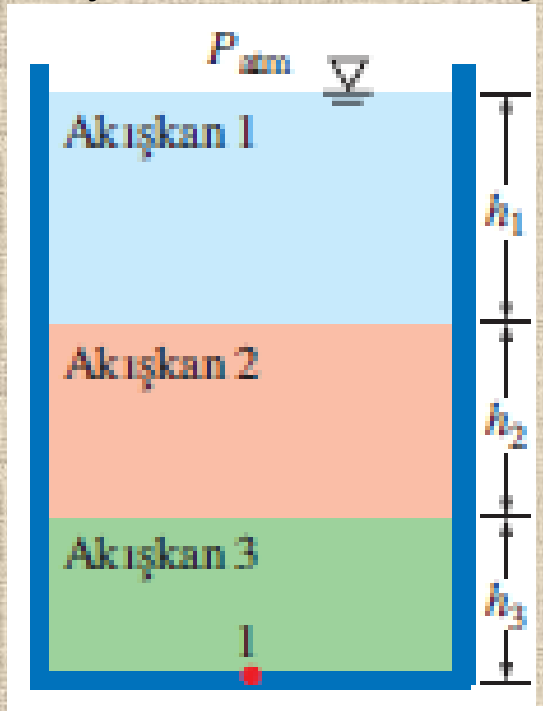
İrdeleme Değişken-tuzluluk bölgesindeki etkin basıncın derinlikle değişimi Şekil 3–17'de gösterilmiştir. Kesikli çizgi, sabit 1040 kg/m³ yoğunluk durumundaki hidrostatik basıncı temsil etmektedir ve bir referans olarak çizilmiştir. Değişken yoğunluğun dikkate alınması durumunda, basıncın derinlikle değişiminin lineer olmadığı görülmektedir.



ŞEKİL 3–17
Bir güneş havuzunun değişken-tuzluluk bölgesindeki etkin basıncın derinlikle değişimi.

Manometreler

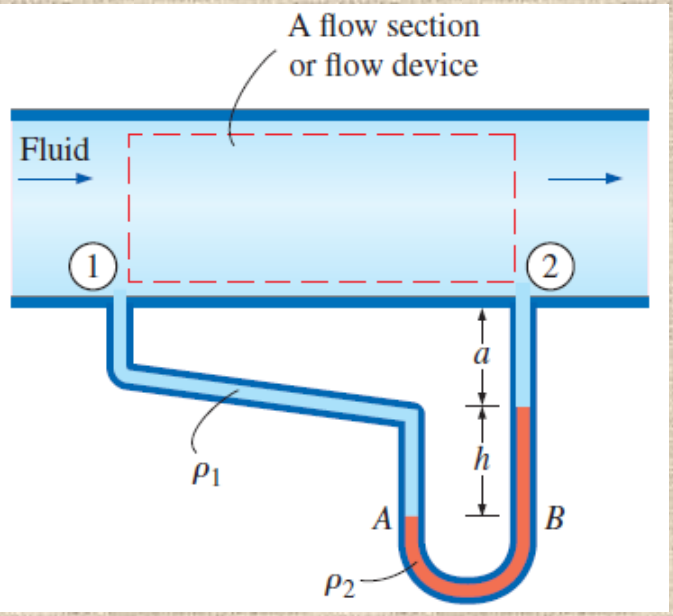
Manometreler düşük veya orta seviyede basınç farklarını ölçmeden yaygın olarak kullanılır. Bir manometrede cıva, su, alkol veya yağ benzeri bir ya da daha fazla akışkan kullanılır.



$$P_{atm} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 = P_1$$

Tabakalı akışkanlarda, yoğunluğu ρ olan bir akışkan tabakası boyunca basınç değişimi ρgh dir.

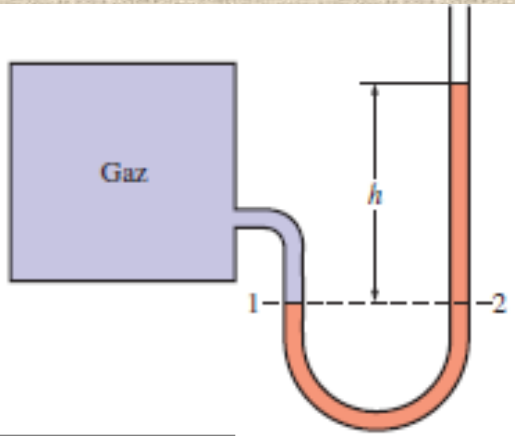
Bir borudaki basınç düşüşünün diferansiyel manometre ile ölçülmesi.



$$P_1 + \rho_1 g(a + h) - \rho_2 g h - \rho_1 g a = P_2$$

$$P_1 - P_2 = (\rho_2 - \rho_1) g h$$

Basit manometre.

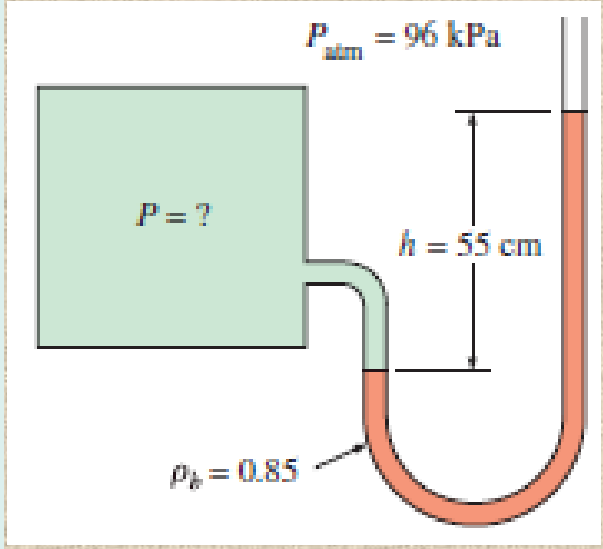


$$P_2 = P_{atm} + \rho g h$$

Basit bir U-tüplü manometre. Sağ kola daha fazla basınç uygulanmıştır.

ÖRNEK 3–5 Manometre ile Basınç Ölçümü

Bir tank içerisindeki basıncı ölçmek için manometre kullanılmaktadır. Manometre sıvısının bağıl yoğunluğu 0.85 ve manometre sütunu yüksekliği Şekil 3–20'de gösterildiği gibi 55 cm'dir. Yerel atmosfer basıncı 96 kPa olduğuna göre, tank içerisindeki mutlak basıncı belirleyiniz.



ÇÖZÜM Bir tanka bağlı manometreden okunan değer ve atmosfer basıncı verilmiştir. Tank içerisindeki mutlak basınç hesaplanacaktır.

Kabuller Tank içerisinde yoğunluğu manometre akışkanının yoğunluğundan çok daha küçük olan bir gaz bulunmaktadır.

Özellikler Manometre sıvısının bağıl yoğunluğu 0.85 olarak verilmiştir. Suyun standart yoğunluğu ise 1000 kg/m³ olarak alınabilir.

Analiz Manometre sıvısının yoğunluğu, verilen bağıl yoğunluğun suyun yoğunluğu olan 1000 kg/m³ ile çarpılmasıyla elde edilir:

$$\rho = \rho_b\,(\rho_{H_2O}) = (0.85)(1000\ \text{kg/m}^3) = 850\ \text{kg/m}^3$$

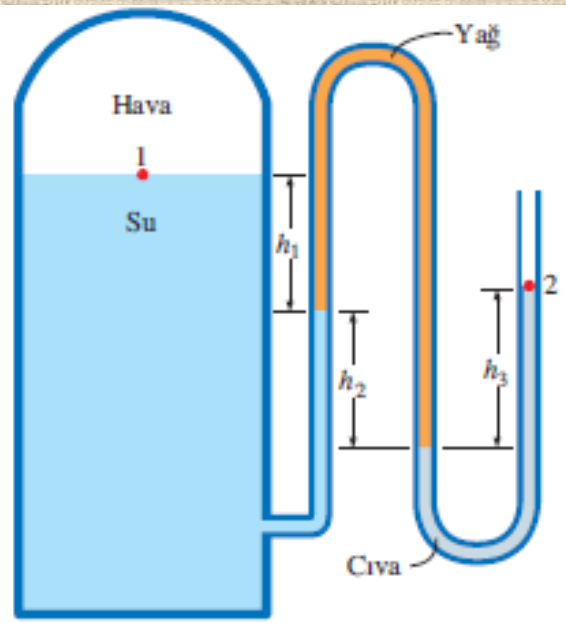
Buna göre Denklem 3–13'ten aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} P &= P_{atm} + \rho g h \\ &= 96\ \text{kPa} + (850\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(0.55\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{N}}{1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)\left(\frac{1\ \text{kPa}}{1000\ \text{N/m}^2}\right) \\ &= \mathbf{100.6\ kPa} \end{aligned}$$

İrdeleme Tank içerisindeki etkin basıncın 4.6 kPa olduğu anlaşılmaktadır.

ÖRNEK 3–6 Çok Akışkanlı Bir Manometre İle Basınç Ölçümü

Bir tankta hava ile basınçlandırılmış bulunan suyun basıncı çok akışkanlı bir manometre ile Şekil 3–23'te gösterildiği gibi ölçülmektedir. Tank, atmosfer basıncının 85.6 kPa olduğu 1400 m rakımlı bir tepede bulunmaktadır. $h_1 = 0.1$ m, $h_2 = 0.2$ m ve $h_3 = 0.35$ m olması durumunda tanktaki basıncı belirleyiniz. Suyun, yağın ve cıvanın yoğunluklarını sırasıyla 1000 kg/m^3, 850 kg/m^3 ve 13600 kg/m^3 olarak alınız.



ÇÖZÜM Bir su tankındaki basınç çok akışkanlı manometre ile ölçülmektedir. Tanktaki hava basıncı belirlenecektir.

Assumption Tanktaki hava basıncı üniformdur (yani havanın yoğunluğunun düşük olmasından dolayı tanktaki basınç yükseklikle değişmemektedir). Buna dayanarak basıncı hava-su arayüzünde belirleyebiliriz.

Özellikler Suyun, yağın ve cıvanın yoğunlukları sırasıyla 1000 kg/m^3, 850 kg/m^3 ve 13600 kg/m^3 olarak verilmiştir.

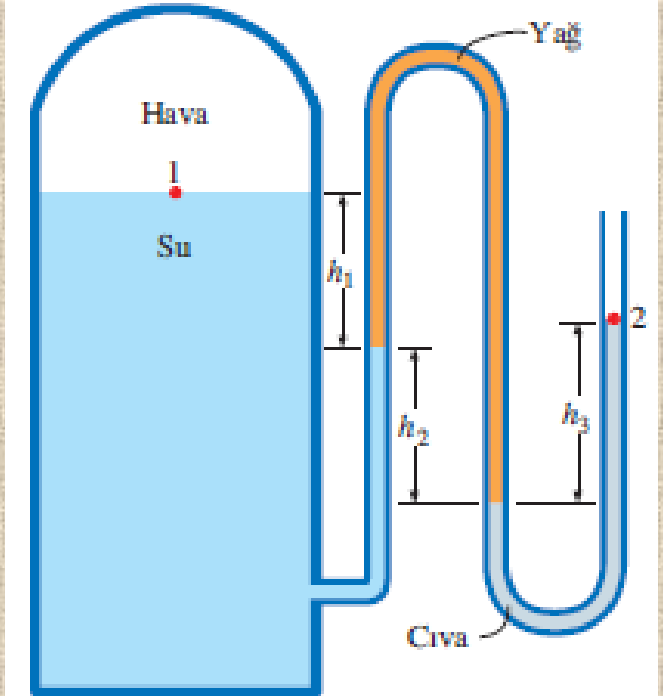
Analiz Hava-su arayüzündeki 1 noktasından başlayıp 2 noktasına ulaşıncaya kadar ρgh terimlerini ekleyerek veya çıkararak tüp boyunca ilerler ve sonucu P_{atm}'e eşitlersek (tüpün ağzı atmosfere açılmaktadır),

$$P_1 + \rho_{su} g h_1 + \rho_{yağ} g h_2 - \rho_{cıva}\, g h_3 = P_2 = P_{atm}$$

elde ederiz. Bu ifadeden P_1'i çekip verilen değerler yerine konulursa aşağıdaki sonuç bulunur:

$$
\begin{aligned}
P_1 &= P_{atm} - \rho_{su} g h_1 - \rho_{yağ} g h_2 + \rho_{civa} g h_3 \\
&= P_{atm} + g(\rho_{civa} h_3 - \rho_{su} h_1 - \rho_{yağ} h_2) \\
&= 85.6 \text{ kPa} + (9.81 \text{ m/s}^2)[(13600 \text{ kg/m}^3)(0.35 \text{ m}) - (1000 \text{ kg/m}^3)(0.1 \text{ m}) \\
&\quad - (850 \text{ kg/m}^3)(0.2 \text{ m})] \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)\left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2}\right) \\
&= \mathbf{130 \text{ kPa}}
\end{aligned}
$$

İrdeleme Bir koldan diğerine yatay olarak atlanmasının ve bu esnada basıncın aynı akışkan içerisinde aynı kalmasının yapılan analizi oldukça basitleştirdiği görülmektedir. Öte yandan cıvanın zehirleyici bir akışkan olduğu unutulmamalıdır. Kaza ile cıva buharına maruz kalma riskinden ötürü cıvalı manometre ve termometrelerin yerini, daha güvenli akışkanların kullanıldığı düzenekler almaktadır.



ÖRNEK 3–7 Çok Akışkanlı Bir Manometrenin EES İle Analizi

Örnek 3–6'da ele alınan çok akışkanlı manometreyi tekrar göz önüne alınız. Bu kez tanktaki basıncı EES kullanarak belirleyiniz. Ayrıca aynı basınç için, son sütundaki cıvanın 1030 kg/m^3 yoğunluğundaki deniz suyu ile yer değiştirmesi halinde h_3 akışkan sütununun ne olması gerektiğini bulunuz.

ÇÖZÜM Bir tanktaki basınç çok akışkanlı bir manometre kullanılarak ölçülüyor. Tanktaki basınç ve cıvanın deniz suyu ile yer değiştirmesi durumunda akışkan sütunu h_3'ün ne olacağı EES kullanılarak belirlenecektir.

Analiz Çözüm için EES programı çalıştırılır, yeni bir dosya açılır ve gelen boş ekrana aşağıdaki ifade olduğu gibi yazılır (birim uyuşması için atmosfer basıncı Pa olarak ifade edilmelidir):

```
g=9.81
Patm=85600
h1=0.1;  h2=0.2;  h3=0.35
rsu=1000;  ryag=850;  rciva=13600
P1+rsu*g*h1+ryag*g*h2-rciva*g*h3=Patm
```

Burada bilinmeyen yalnızca P1'dir ve EES rciva ile

$$P_1 = 129647 \text{ Pa} \cong \mathbf{130 \text{ kPa}}$$

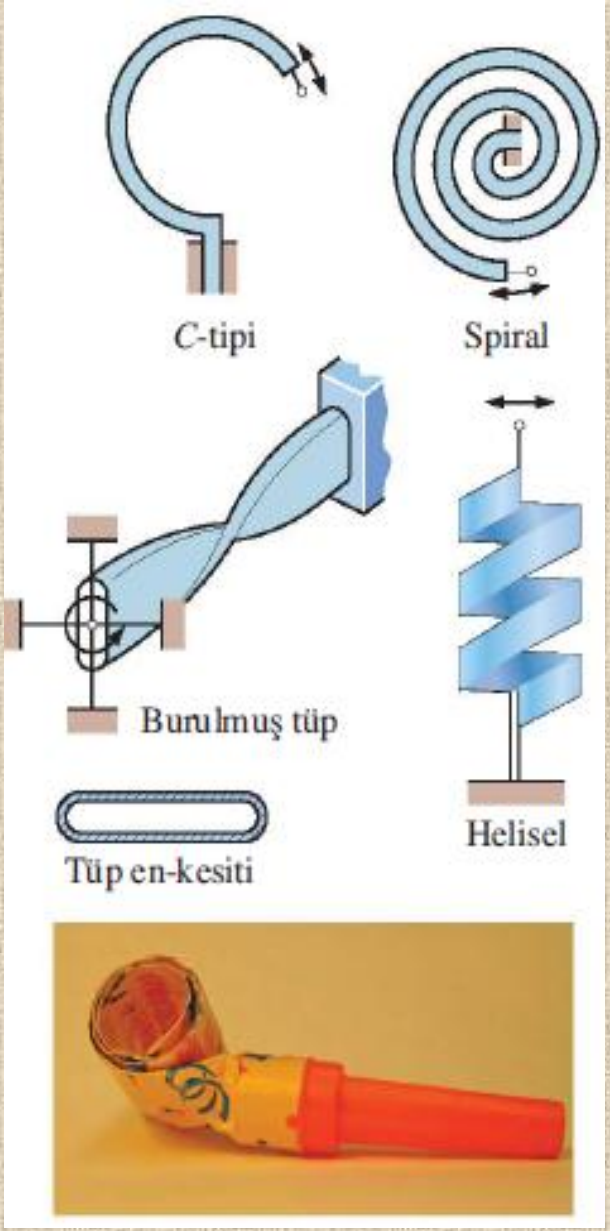
olarak bulunur. Bu sonuç, Örnek 3–6'da bulunan sonucun aynısıdır. Cıvanın deniz suyuyla yer değiştirilmesi durumunda, akışkan sütunu yüksekliği h_3, "h3=0.35" yerine "P1=129647" ve rciva=13600" yerine de "rciva=1030" yazılıp hesap makinesi sembolüne basılarak kolaylıkla belirlenebilir. Böylece aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$h_3 = \mathbf{4.62 \text{ m}}$$

İrdeleme Dikkat edilirse bilgisayar ekranı tıpkı bir defter sayfası gibi kullanılmakta ve verilen bilgiler ilgili bağıntılarla birlikte belirli bir düzen içerisinde yazılmaktadır. İşin geri kalanını EES yazılımı yapmaktadır. Denklemler ayrı satırlara yazılabildiği gibi, aynı satıra aralarına noktalı virgül koyarak veya boşluk bırakarak da yazılabilir, ayrıca açıklama satırları eklenebilir. EES, "eğer şöyle olsaydı" türünden sorular sormayı ve kitabın internet sayfasında yer alan Ek 3'te açıklandığı gibi parametrik incelemeler yapmayı son derece kolaylaştırmaktadır.

Diğer Basınç Ölçme Cihazları

- **Bourdon tüpü**: Bu cihaz, ucu kapalı ve bir kadran gösterge iğnesine bağlı bulunan kanca şeklinde bükülmüş bir metal boru halkasından oluşur.
- **Basınç dönüştürücü**: Bu cihaz, basınç etkisini, elektriksel gerilimde, dirençte veya kapasitanstaki bir değişim biçiminde elektriksel bir etkiye dönüştürmek için çeşitli teknikler kullanmaktadır.
- Basınç dönüştürücüler küçük boyutlarda ve hızlı cihazlardır. Buna ek olarak mekanik olanlara kıyasla daha hassas, daha güvenilir ve daha kesin ölçümler verir.
- **Uzama ölçerli basınç dönüştürücü:** Bu cihaz basınç girişlerine açık iki odacık arasında esneyen bir diyafram aracılığıyla çalışır.
- **Piyezoelektrik dönüştürücüler**: Bu cihaz mekanik basınca maruz kaldığında kristal bir madde içerisinde elektriksel potansiyel meydana gelmesi ilkesine göre çalışır.



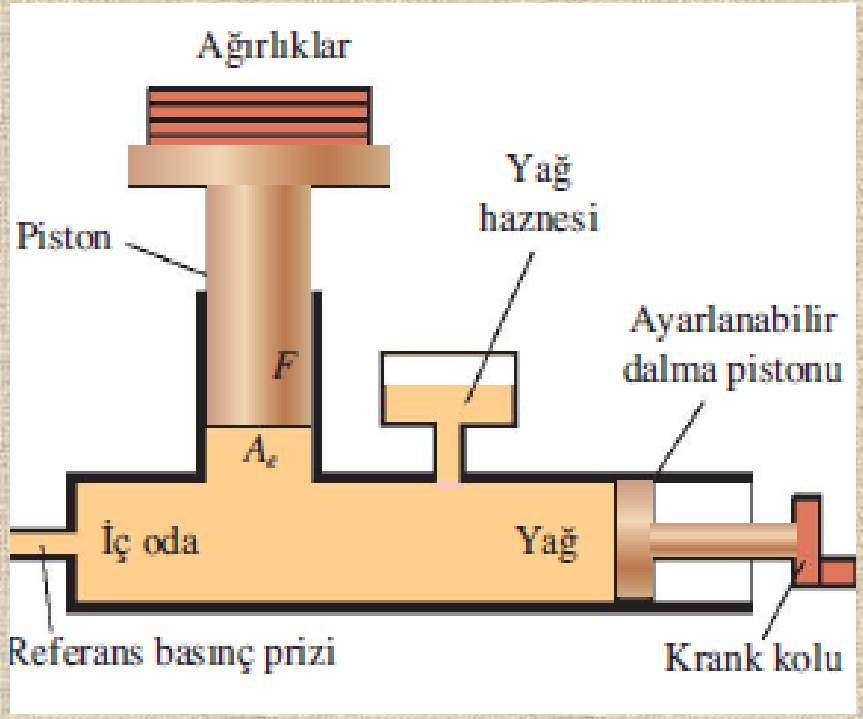
Basınç ölçmede kullanılan değişik tiplerde Bourdon.

Ölü ağırlık test cihazı: Çoğunlukla *kalibrasyon* amacıyla kullanılan bu sistemle çok yüksek basınçlar

Adından da anlaşılacağı gibi ölü ağırlık test cihazı, birim alan başına belirli bir kuvvet (basıncın temel tanımı) oluşturan bir ağırlığın uygulanması suretiyle basıncı *doğrudan* ölçer.

Bu sistem, akışkan (genellikle yağ) ile dolu bir odacık, sızdırmaz bir piston, silindir ve dalma pistonundan oluşur.

Ağırlıklar odacık içerisindeki yağa kuvvet uygulayan piston üzerine yerleştirilir. Piston−yağ arayüzünde yağ üzerine uygulanan toplam kuvvet, pistonun kendi ağırlığı ile bunun üzerine yüklenen ağırlıkların toplamına eşittir.



Ölü ağırlık test cihazı ile çok yüksek basınçların (bazı uygulamalarda 700 bar basınca kadar) ölçümü yapılabilir.

3–3 ■ AKIŞKAN STATİĞİNE GİRİŞ

Akışkan statiği: Durgun haldeki akışkanlarla ilgili problemlerle ilgilenir.

Akışkan sıvı veya gaz olabilir.

Hidrostatik: Akışkan sıvı olduğunda.

Aerostatik: Akışkan gaz olduğunda.

Akışkan statiğinde bitişik akışkan tabakaları arasında bağıl bir hareket söz konusu değildir ve bu yüzden akışkan içerisinde akışkanı şekil değiştirmeye zorlayan hiç bir kayma (teğetsel) gerilmesi oluşmaz.

Akışkan statiğinde sadece ***normal gerilme***den söz edilir ve buna da özel olarak basınç denir. Basıncın değişimi yalnızca akışkanın ağırlığından kaynaklanır.

Dolayısıyla akışkan statiği konusu sadece çekim alanlarında önem kazanır.

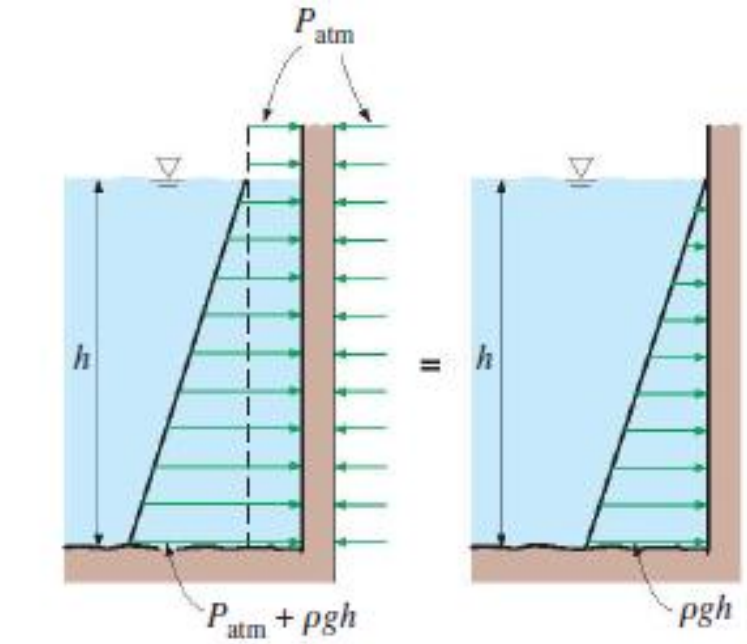
Barajlar ve sıvı depolama tankları gibi pek çok mühendislik sisteminin tasarımı, akışkan statiği kullanılarak yüzeyler üzerine gelecek kuvvetlerin belirlenmesini gerektirir.

3–4 ■ BATMIŞ DÜZ YüZEYLERE GELEN HİDROSTATİK KUVVETLER

Hoover Barajı.

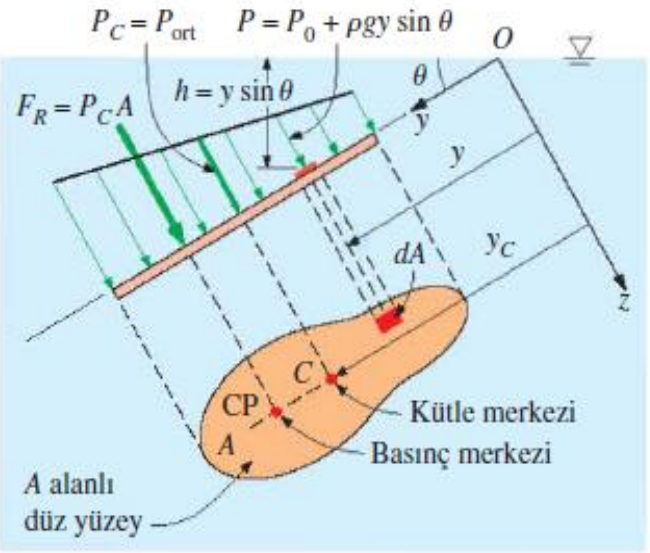
Sıvı ortamında bulunan bir levha, yüzeyi boyunca etkiyen akışkan basıncına maruz kalır. Buna örnek olarak bir barajdaki sürgülü vana, bir sıvı depolama tankının yan duvarı ve duran bir geminin gövdesi verilebilir.

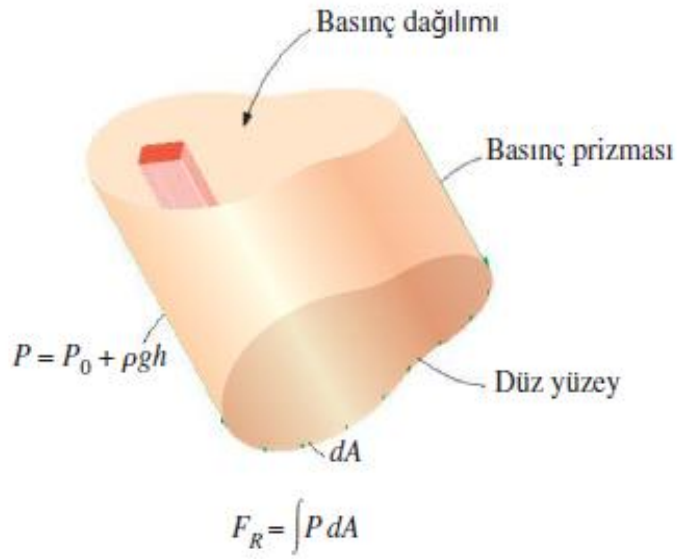
Düz bir yüzeyde hidrostatik kuvvetler bir paralel kuvvetler sistemi oluşturur. Uygulamada genellikle bu kuvvetin büyüklüğünün ve **basınç merkezi** adı verilen uygulama noktasının bulunmasına gerek duyulur.



(*a*) P_{atm} göz önüne alınırsa (*b*) P_{atm} çıkarılırsa

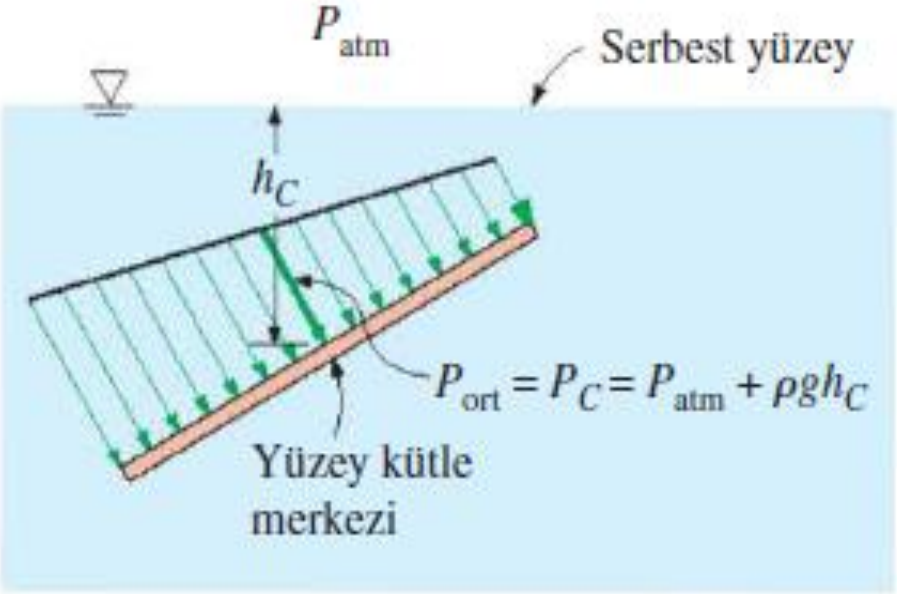
Batmış yüzeylere gelen hidrostatik kuvvetlerin analizinde eğer yapının her iki tarafına da etkiyorsa sadelik sağlamak için atmosfer basıncı çıkarılabilir.





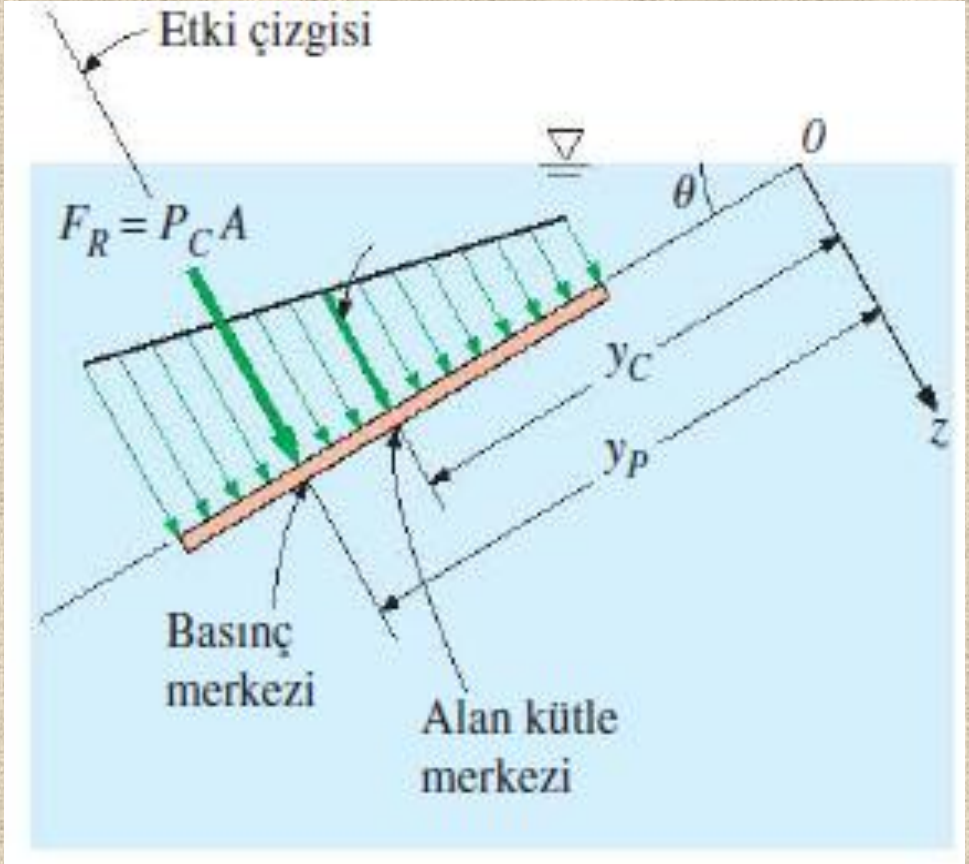
Bir sıvı içerisine tamamen batmış eğimli bir düz yüzey üzerine etkiyen hidrostatik kuvvet.

$$F_R = (P_0 + \rho g y_C \sin\theta)A = (P_0 + \rho g h_C)A = P_C A = P_{ort} A$$



Düz bir yüzeyin kütle merkezindeki basınç bu yüzeyin üzerindeki ortalama basınca eşittir.

Düz bir yüzey üzerine etki eden bileşke kuvvet, yüzeyin kütle merkezindeki basınç ile yüzey alanının çarpımına eşittir ve bu kuvvetin etki çizgisi basınç merkezinden geçer.



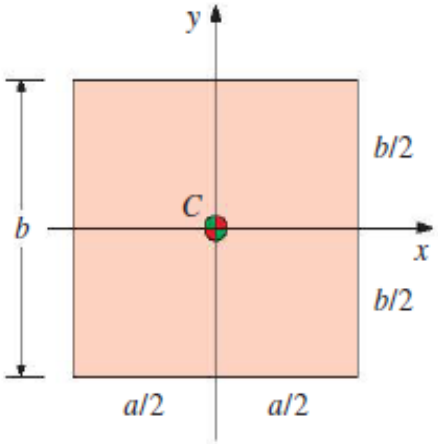
$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,\,C}}{[y_C + P_0/(\rho g \sin\theta)]A}$$

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,\,C}}{y_C A}$$

$$I_{xx,\,O} = \int_A y^2\, dA$$

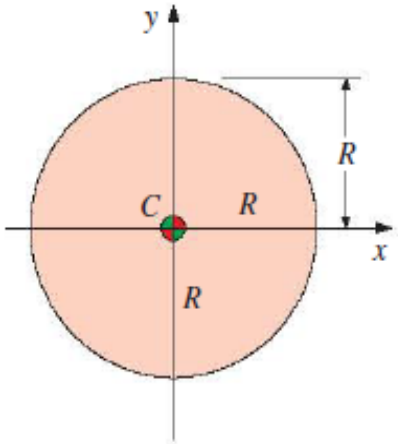
x- eksenine göre *alan ikinci momenti* (*atalet momenti*)

$$I_{xx,\,O} = I_{xx,\,C} + y_C^2 A$$



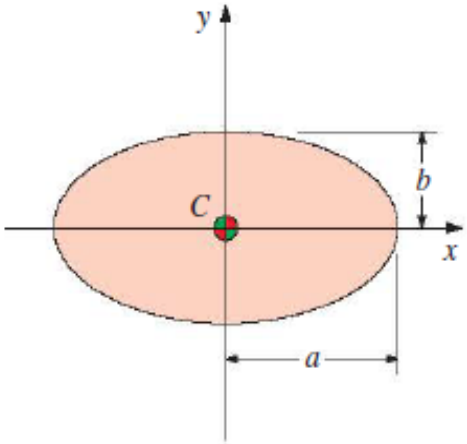
$A = ab,\ I_{xx,\,C} = ab^3/12$

(*a*) Dikdörtgen



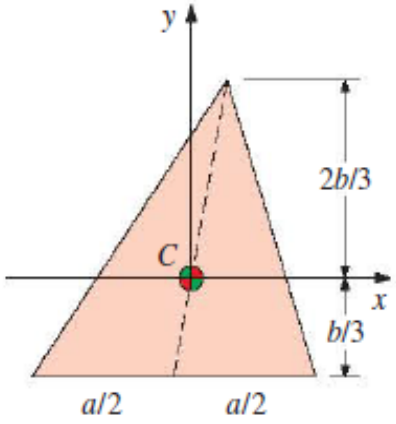
$A = \pi R^2,\ I_{xx,\,C} = \pi R^4/4$

(*b*) Daire



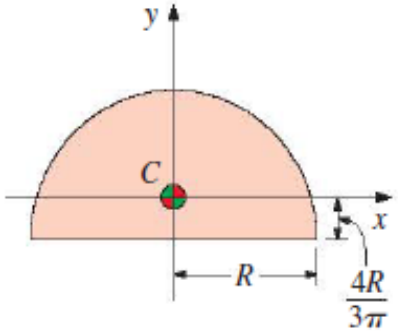
$A = \pi ab,\ I_{xx,\,C} = \pi ab^3/4$

(*c*) Elips



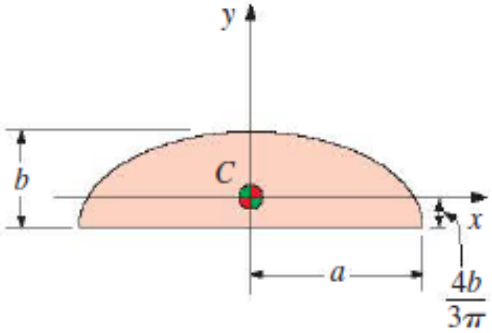
$A = ab/2,\ I_{xx,\,C} = ab^3/36$

(*d*) Üçgen



$A = \pi R^2/2,\ I_{xx,\,C} = 0.109757R^4$

(*e*) Yarım daire



$A = \pi ab/2,\ I_{xx,\,C} = 0.109757ab^3$

(*f*) Yarım elips

ŞEKİL 3–31

Yakından bilinen bazı geometrilerin kütle merkezleri ve kütle merkezlerine göre atalet momentleri.

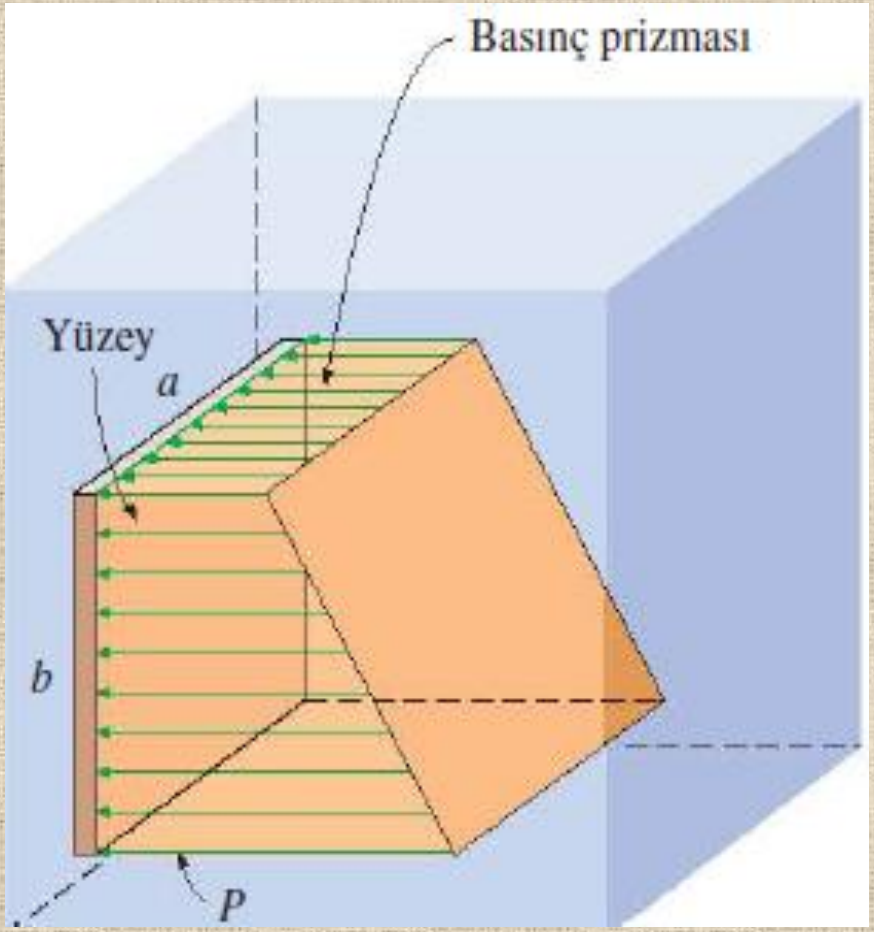
Basınç Prizması Kavramı

Basınç yüzeye dik olarak etkir ve gelişigüzel şekle sahip düz bir levha üzerine gelen hidrostatik kuvvetler bir hacim meydana getirir. Bu hacmin tabanı levhanın alanı, yüksekliği ise derinlikle lineer olarak değişen basınçtır.

Bu hayali **basınç prizmasın**ın hacmi levha üzerine etkiyen basınç kuvvetinin büyüklüğüne eşittir:

Bu hacmin kütle merkezinin levha üzerindeki izdüşümü *basınç merkezidir*.

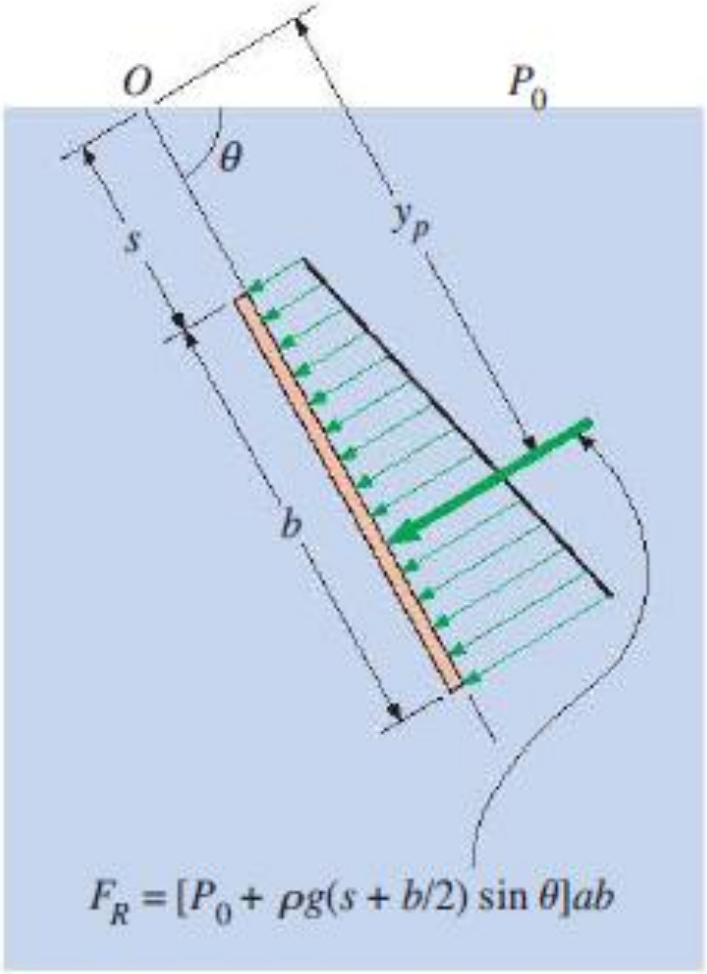
Dolayısıyla basınç prizması kavramıyla düz yüzey üzerindeki bileşke hidrostatik kuvvetin tanımlanması problemi, bu prizmanın hacminin ve kütle merkezinin iki koordinatının bulunmasına indirgenmiş olmaktadır..



Düz bir yüzey üzerine etkiyen kuvvetler; tabanı (sol yüz) yüzeyin alanı, yüksekliği ise basınç olan bir basınç prizması oluşturur.

Özel Durum:
Batmış Dikdörtgen Levha

Eğik yerleştirilen batmış bir dikdörtgen levhanın üst yüzeyine etki eden hidrostatik kuvvet.



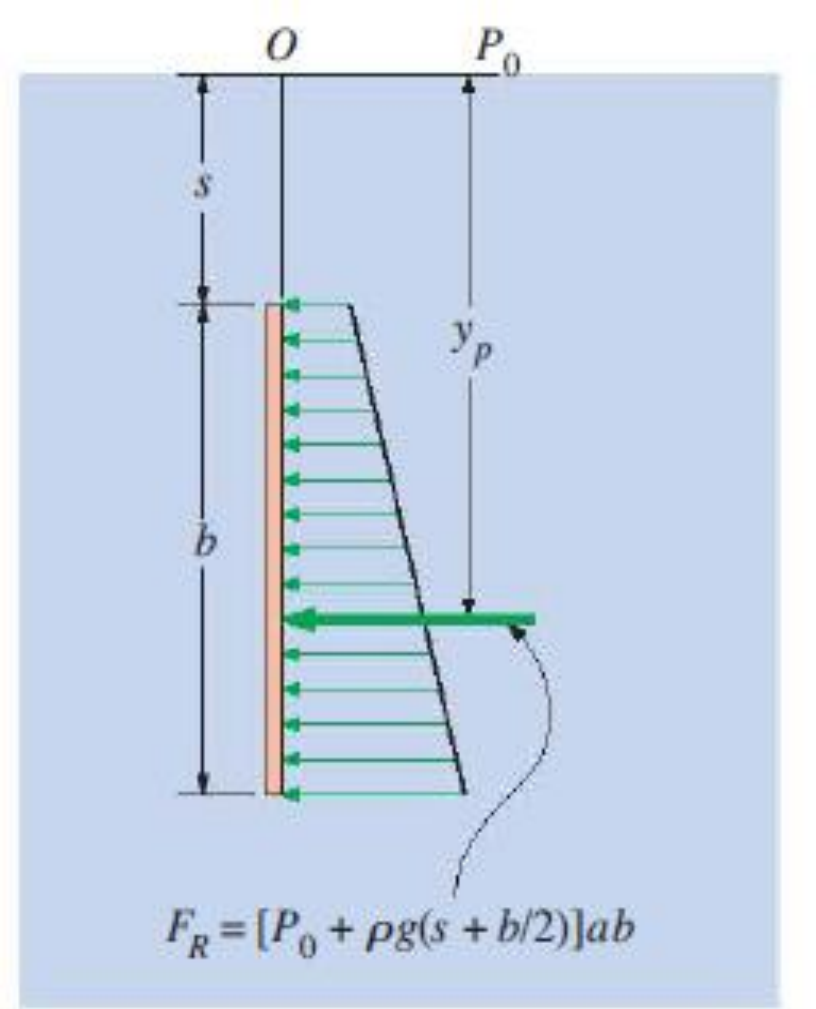
(a) Eğik levha

$$y_P = s + \frac{b}{2} + \frac{ab^3/12}{[s + b/2 + P_0/(\rho g \sin\theta)]ab}$$

$$= s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12[s + b/2 + P_0/(\rho g \sin\theta)]}$$

Eğik dikdörtgen levha: $F_R = P_C A = [P_0 + \rho g(s + b/2)\sin\theta]ab$

Eğik dikdörtgen levha $(s = 0)$: $F_R = [P_0 + \rho g(b \sin\theta)/2]ab$

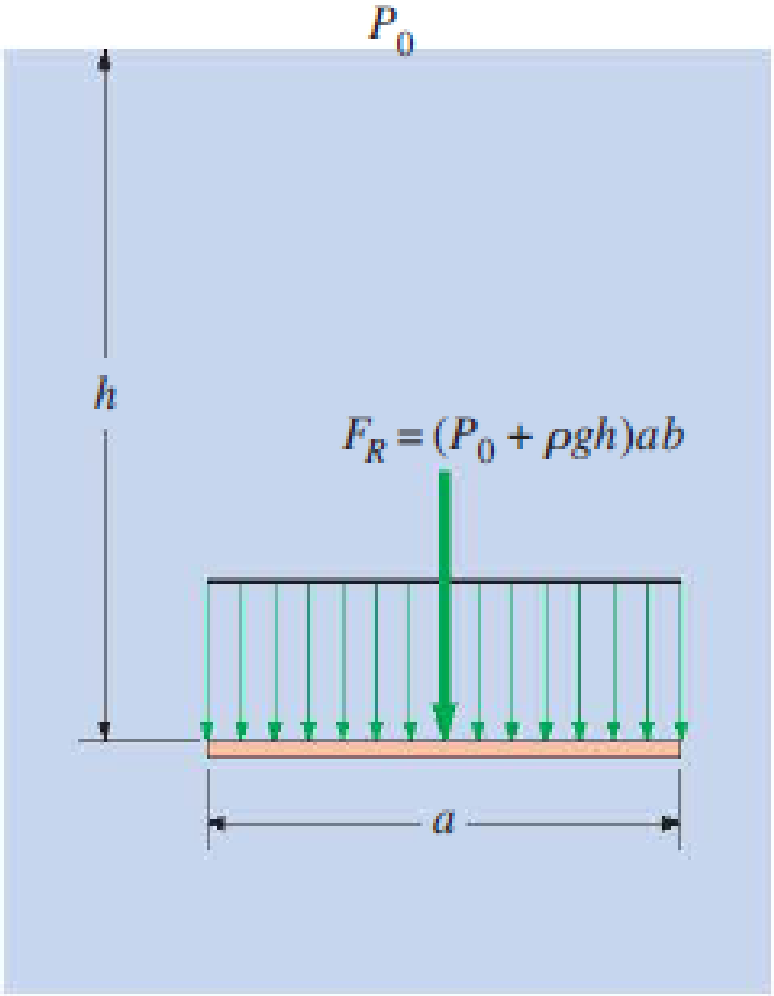


(*b*) Düşey levha

Düşey olarak yerleştirilen batmış bir dikdörtgen levha yüzeyine etki eden hidrostatik kuvvet.

Düşey dikdörtgen levha: $F_R = [P_0 + \rho g(s + b/2)]ab$

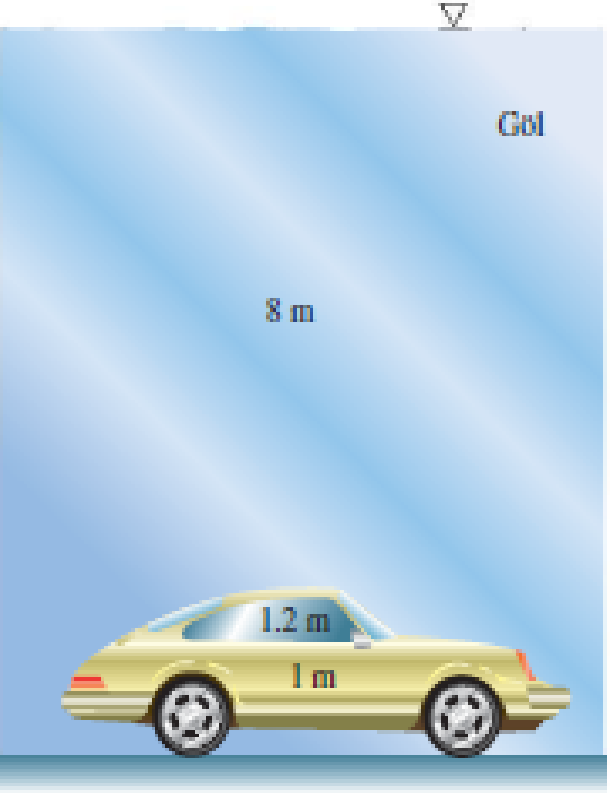
Düşey dikdörtgen levha ($s = 0$): $F_R = (P_0 + \rho g b/2)ab$



(c) Yatay levha

Yatay yerleştirilen batmış bir dikdörtgen levhanın üst yüzeyine etki eden hidrostatik kuvvet.

Yatay dikdörtgen levha: $F_R = (P_0 + \rho gh)ab$



ŞEKİL 3–34
Örnek 3–8 için şematik çizim.

ÖRNEK 3–8 Batmış Bir Arabanın Kapısına Etkiyen Hidrostatik Kuvvet

Ağır bir araba kaza sonucu bir göle uçmuş ve tekerlekleri üzerinde gölün tabanına oturmuştur (Şekil 3–34). Arabanın kapısı 1.2 m yüksekliğinde ve 1 m genişliğinde olup üst kenarı suyun serbest yüzeyinden 8 m aşağıdadır. Kapı üzerinde gelen hidrostatik basınç kuvvetini ve basınç merkezinin konumunu belirleyerek sürücünün kapıyı açıp açamayacağını irdeleyiniz.

ÇÖZÜM Bir araba suya batmıştır. Arabanın kapısına etkiyen hidrostatik basınç kuvveti hesaplanıp, kapının sürücü tarafından açılıp açılamayacağı değerlendirilecektir.

Kabuller **1** Göl tabanı yataydır. **2** Yolcu kabini içeri su sızdırmayacak şekilde iyi yalıtılmıştır. **3** Arabanın kapısı düşey bir dikdörtgen levha olarak düşünülebilir. **4** İçeri su girmediği için kabin içerisindeki basınç atmosfer basıncına eşittir ve dolayısıyla içerdeki havanın sıkışması söz konusu değildir. Bu yüzden kapının her iki tarafına da etkimesinden ötürü atmosfer basıncının etkisi sadeleşmektedir. **5** Arabanın ağırlığı, üzerine etkiyen kaldırma kuvvetinden daha fazladır.

Özellikler Suyun yoğunluğu 1000 kg/m³ olarak alınabilir.

Analiz Kapı üzerindeki ortalama basınç, kapının kütle merkezindeki (orta nokta) basınca eşittir. Buna göre kapıya gelen ortalama basınç aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$P_{ort} = P_C = \rho g h_C = \rho g(s + b/2)$$

$$= (1000\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(8 + 1.2/2\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{kN}}{1000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)$$

$$= \mathbf{84.4\ kN/m^2}$$

Bu durumda kapı üzerine etkiyen hidrostatik basınç kuvvet şöyle olur:

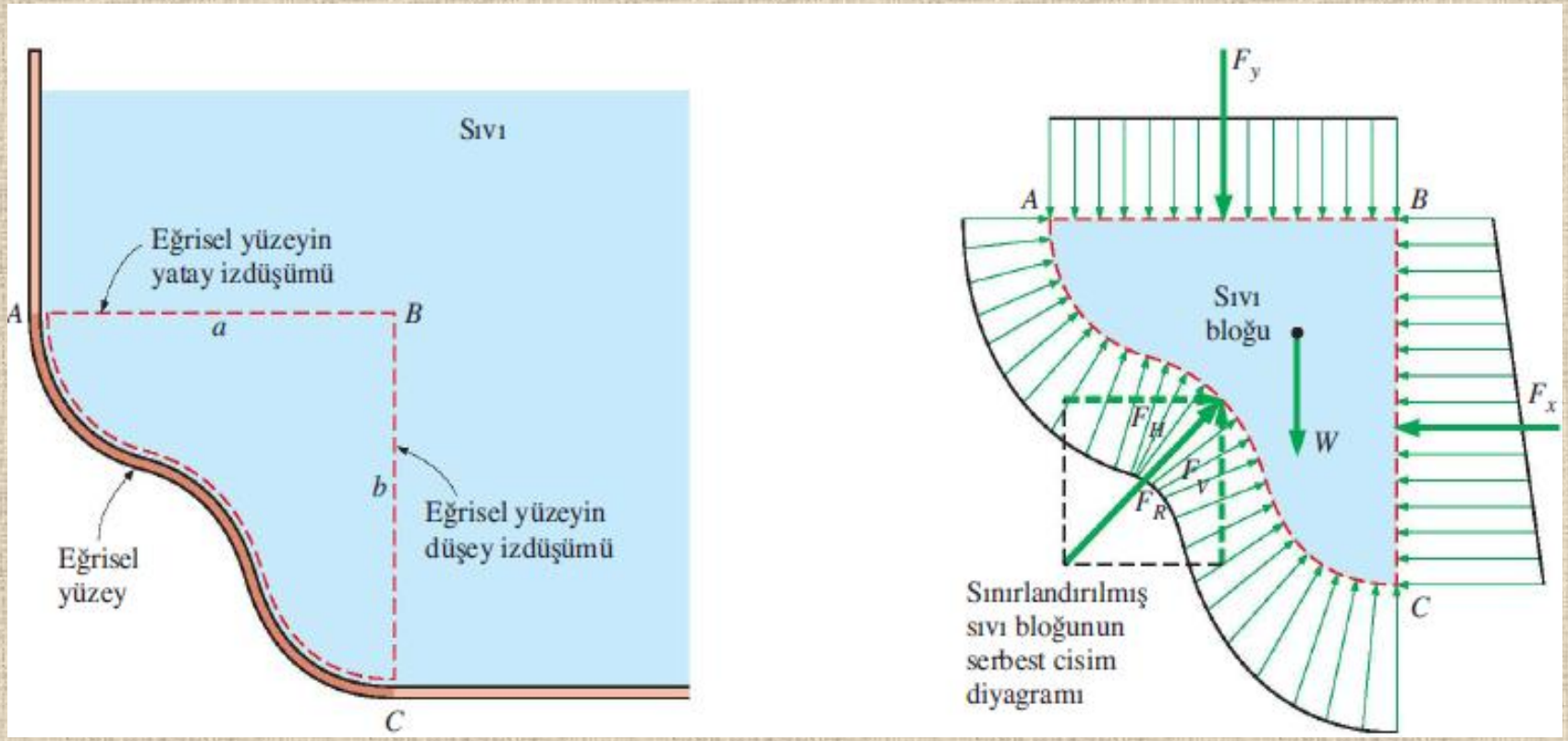
$$F_R = P_{ort} A = (84.4\ \text{kN/m}^2)(1\ \text{m} \times 1.2\ \text{m}) = \mathbf{101.3\ kN}$$

Basınç merkezi doğrudan kapının orta noktasının altındadır ve göl yüzeyinden olan mesafesi Denklem 3–24'te $P_0 = 0$ alınarak aşağıdaki gibi bulunur:

$$y_P = s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12(s + b/2)} = 8 + \frac{1.2}{2} + \frac{1.2^2}{12(8 + 1.2/2)} = \mathbf{8.61\ m}$$

İrdeleme Ağırlığı 981 N veya 1 kN civarında olan güçlü bir kimse 100 kg yükü kaldırabilir. Ayrıca bu kişi, maksimum etki yapmak ve 1 kN·m'lik bir moment meydana getirmek için menteşelerden en uzaktaki bir noktaya (1 m uzağa) bu kuvveti uygulayabilir. Bileşke hidrostatik kuvvet, kapının orta noktasının altından ve menteşelerden 0.5 m'lik bir mesafeden etkimektedir. Buna göre hidrostatik basınç kuvveti sürücünün meydana getirebileceğinin 50 katı (50.6 kN·m) bir moment oluşturur. Bu nedenle sürücünün kapıyı açabilmesi imkansızdır. Sürücü için tek çıkar yol, bir miktar suyun içeri girmesine (örneğin camı biraz aşağı indirerek) izin vermek ve başını tavana yakın tutmaktır. Böylelikle arabanın içinin suyla dolmasına çok az kala kapının her iki yanındaki basınçlar hemen hemen aynı olur. Bu arabanın kapısı normalde olduğu kadar kolay bir şekilde açılabilir hale gelir ve sürücü kapıyı açabilir.

3–5 ■ BATMIŞ EĞRİSEL YüZEYLERE GELEN HİDROSTATİK KUVVETLER



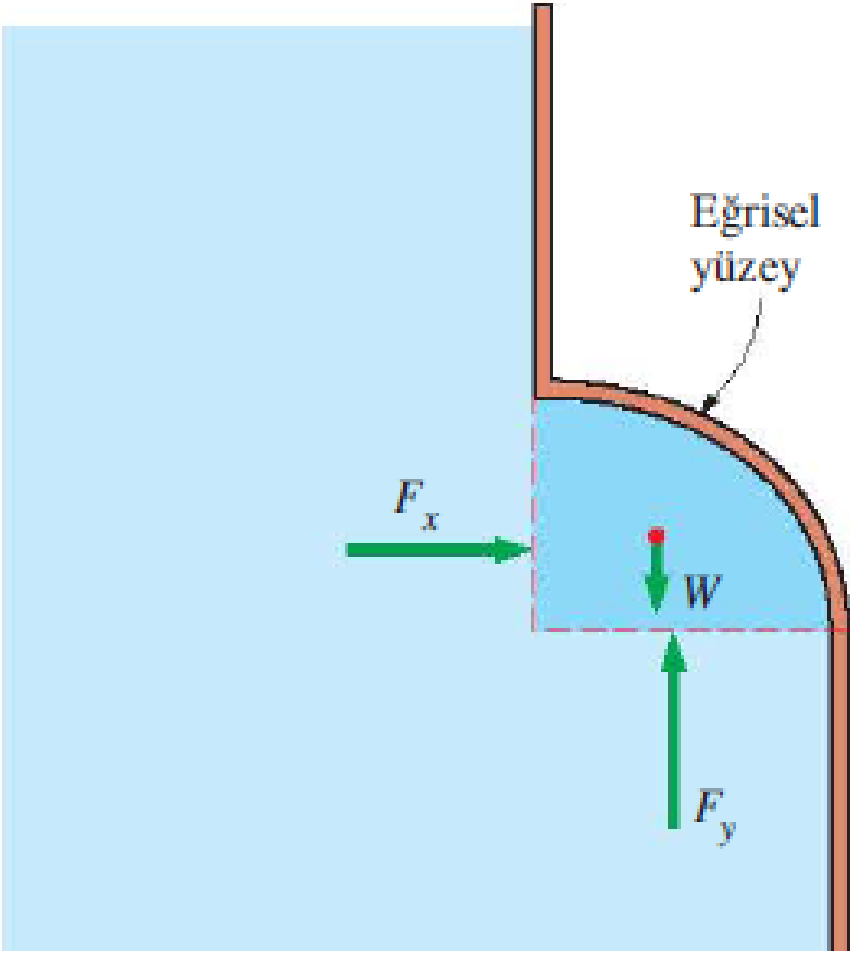
$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \qquad \alpha = F_V / F_H$$

Batmış bir eğrisel yüzeye etki eden hidrostatik kuvvetin belirlenmesi.

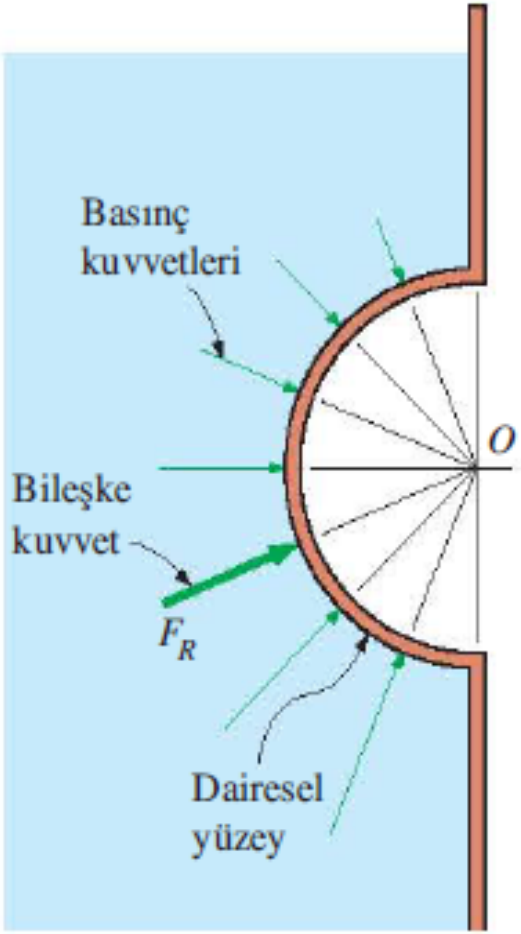
Eğrisel yüzeydeki yatay kuvvet bileşeni: $F_H = F_x$

Eğrisel yüzeydeki düşey kuvvet bileşeni: $F_V = F_y \pm W$

Uygulamada karşılaşılan birçok yapıda yüzeyler düz değil eğriseldir. Şanlıurfa’da bulunan Atatürk Barajı buna güzel bir örnektir



ŞEKİL 3–37
Eğrisel yüzey sıvının üzerinde kalıyorsa, sıvı ağırlığı ve hidrostatik kuvvetin düşey bileşeni zıt yönlerde etkir.



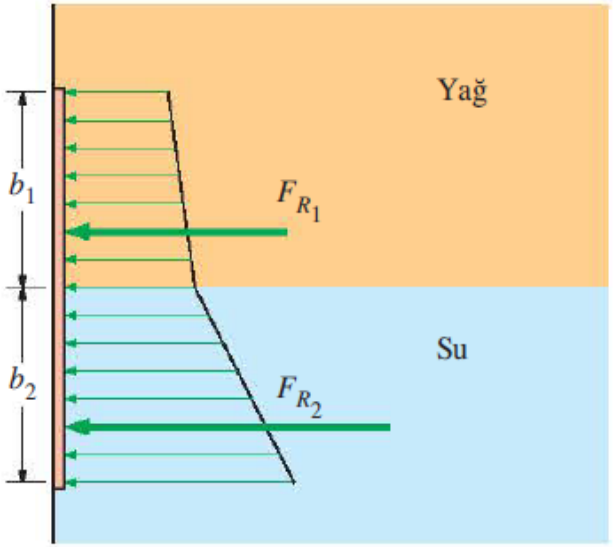
ŞEKİL 3–38
Basınç kuvvetleri yüzeye dik olduğundan ve hepsi de merkezden geçtiğinden, dairesel bir yüzey üzerine etkiyen hidrostatik kuvvet daima dairenin merkezinden geçer.

Farklı yoğunluğa sahip **çok tabakalı akışkan** kütlelerinin oluşturduğu hidrostatik kuvvetler, her bir tabakanın uyguladığı kuvveti ayrı ayrı hesaplayıp elde edilen sonuçları toplayarak bulunur. Düz bir yüzey için;

Çok tabakalı bir akışkan içerisinde kalan ara yüzey:

$$F_R = \sum F_{R,i} = \sum P_{C,i} A_i$$

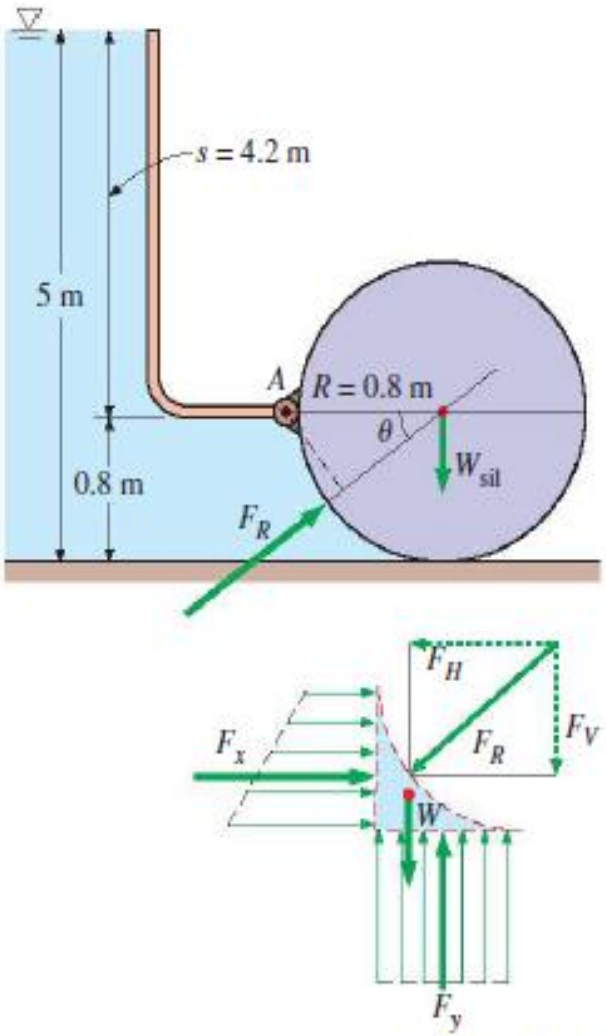
$$P_{C,i} = P_0 + \rho_i g h_{C,i}$$



ŞEKİL 3–39
Çok tabakalı bir akışkan içerisinde dalmış bir yüzey üzerindeki hidrostatik kuvvet, farklı akışkanlar içerisinde kalan yüzeyleri farklı yüzeyler olarak göz önüne almak suretiyle belirlenebilir.

ÖRNEK 3–9 Yerçekimiyle Çalışan Silindirik Kapak

A noktasından mafsallı 0.8 m yarıçapında uzun bir silindir Şekil 3–40'ta görüldüğü gibi otomatik kapak olarak kullanılmaktadır. Depodaki su seviyesi 5 m'ye ulaştığında kapak *A* noktasındaki mafsal etrafında açılmaktadır. (*a*) Kapağın tam açılmaya başladığı anda silindir üzerine etkiyen hidrostatik kuvveti ve etki çizgisini ve (*b*) silindirin 1 metre uzunluğunun ağırlığını hesaplayınız.



ŞEKİL 3–40
Örnek 3–9 için şematik çizim ve silindirin altında kalan akışkanın serbest cisim diyagramı.

ÇÖZÜM Bir depodaki su yüksekliği, depoya mafsallanan bir silindirik kapak ile kontrol edilmektedir. Silindir üzerindeki hidrostatik kuvvet ve silindirin 1 m uzunluğunun ağırlığı belirlenecektir.

Kabuller **1** Mafsaldaki sürtünme ihmal edilmektedir. **2** Atmosfer basıncı kapağın her iki tarafına da etkimektedir ve dikkate alınmayacaktır.

Özellikler Tüm hesaplamalarda suyun yoğunluğunu 1000 kg/m³ olarak alınabilir.

Analiz (*a*) Dairesel silindir yüzeyi ve bunun yatay ve düşey izdüşümleriyle sınırlandırılan sıvı bloğunun serbest cisim diyagramını göz önüne alalım. Düşey ve yatay düz yüzeylere gelen hidrostatik kuvvetler ile sıvı bloğunun ağırlığı şu şekilde hesaplanır:

Düşey yüzeydeki yatay kuvvet:

$$F_H = F_x = P_{\text{ort}} A = \rho g h_C A = \rho g(s + R/2)A$$

$$= (1000\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(4.2 + 0.8/2\ \text{m})(0.8\ \text{m} \times 1\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{kN}}{1000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)$$

$$= 36.1\ \text{kN}$$

Yatay yüzeydeki düşey kuvvet (yukarı yönlü):

$$F_y = P_{\text{ort}} A = \rho g h_C A = \rho g h_{\text{taban}} A$$

$$= (1000\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(5\ \text{m})(0.8\ \text{m} \times 1\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{kN}}{1000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)$$

$$= 39.2\ \text{kN}$$

Akışkan bloğunun 1 m uzunluğunun ağırlığı (aşağı yönlü):

$$W = mg = \rho g V = \rho g(R^2 - \pi R^2/4)(1\ \text{m})$$

$$= (1000\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(0.8\ \text{m})^2(1 - \pi/4)(1\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{kN}}{1000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)$$

$$= 1.3\ \text{kN}$$

Weight (downward) of fluid block for one m width into the page:

$$W = mg = \rho g V = \rho g(R^2 - \pi R^2/4)(1\text{ m})$$

$$= (1000\text{ kg/m}^3)(9.81\text{ m/s}^2)(0.8\text{ m})^2(1 - \pi/4)(1\text{ m})\left(\frac{1\text{ kN}}{1000\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)$$

$$= 1.3\text{ kN}$$

Therefore, the net upward vertical force is

$$F_V = F_y - W = 39.2 - 1.3 = 37.9\text{ kN}$$

Then the magnitude and direction of the hydrostatic force acting on the cylindrical surface become

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{36.1^2 + 37.9^2} = \mathbf{52.3\text{ kN}}$$

$$\tan\theta = F_V/F_H = 37.9/36.1 = 1.05 \rightarrow \theta = 46.4°$$

Therefore, the magnitude of the hydrostatic force acting on the cylinder is 52.3 kN per m length of the cylinder, and its line of action passes through the center of the cylinder making an angle 46.4° with the horizontal.

(*b*) When the water level is 5 m high, the gate is about to open and thus the reaction force at the bottom of the cylinder is zero. Then the forces other than those at the hinge acting on the cylinder are its weight, acting through the center, and the hydrostatic force exerted by water. Taking a moment about point *A* at the location of the hinge and equating it to zero gives

$$F_R R\sin\theta - W_{\text{cyl}} R = 0 \rightarrow W_{\text{cyl}} = F_R \sin\theta = (52.3\text{ kN})\sin 46.4° = \mathbf{37.9\text{ kN}}$$

Discussion The weight of the cylinder per m length is determined to be 37.9 kN. It can be shown that this corresponds to a mass of 3863 kg per m length and to a density of 1921 kg/m^3 for the material of the cylinder.

Dolayısıyla yukarı yönlü net düşey kuvvet,

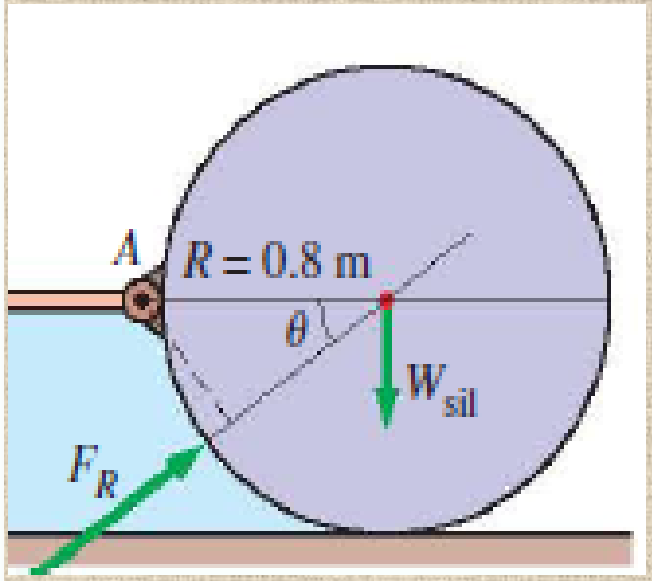
$$F_V = F_y - W = 39.2 - 1.3 = 37.9 \text{ kN}$$

olacaktır. Bu durumda silindirik yüzey üzerine etkiyen kuvvetin büyüklüğü ve yönü aşağıdaki gibi bulunur:

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{36.1^2 + 37.9^2} = \mathbf{52.3 \text{ kN}}$$

$$\tan\theta = F_V/F_H = 37.9/36.1 = 1.05 \rightarrow \theta = 46.4^\circ$$

Bu sonuca göre silindir üzerine etki eden hidrostatik kuvvetin büyüklüğü, 1 m silindir uzunluğu başına 52.3 kN olup etki çizgisi yatayla 46.4° açı yapacak şekilde silindirin merkezinden geçmektedir.



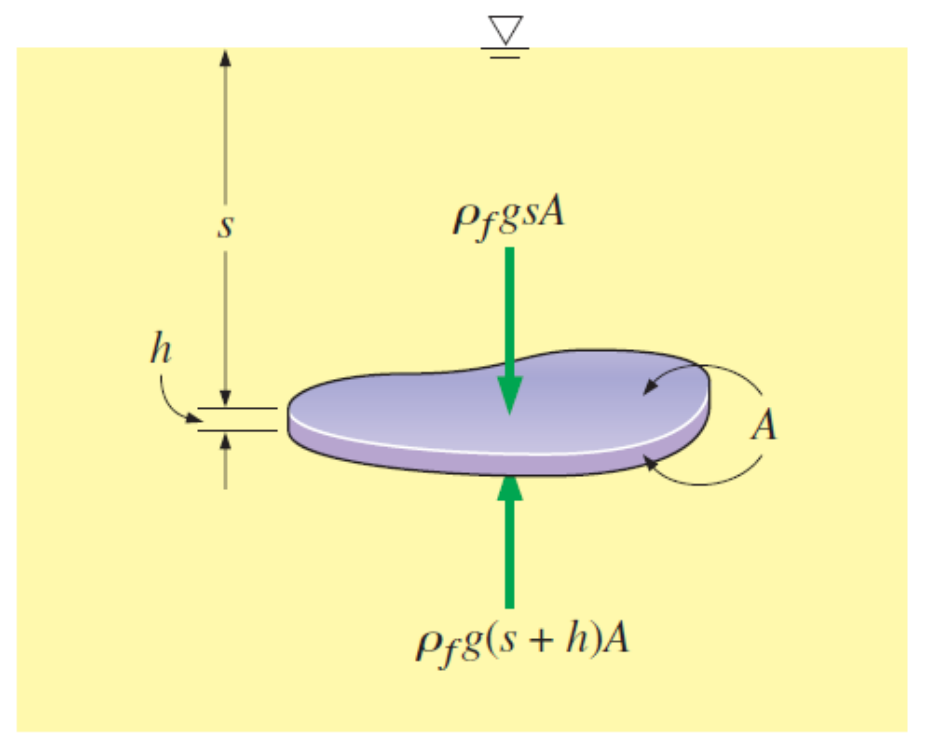
(*b*) Depodaki su seviyesi 5 m olduğunda kapak açılmak üzeredir ve bu durumdayken silindirin yere temas ettiği noktada tepki kuvveti sıfır olacaktır. Buna göre, mafsal kuvvetleri dışında silindir üzerine etkiyen kuvvetler, silindirin merkezindeki kendi ağırlığı ve su tarafından uygulanan hidrostatik kuvvettir. Mafsal üzerinde bulunan *A* noktasına göre moment alınır ve sonuç sıfıra eşitlenirse, 1 m silindirin ağırlığı aşağıdaki gibi bulunur:

$$F_R R \sin\theta - W_{sil}\, R = 0 \rightarrow W_{sil} = F_R \sin\theta = (52.3 \text{ kN}) \sin 46.4^\circ = \mathbf{37.9 \text{ kN}}$$

İrdeleme Silindirin 1 m uzunluğunun ağırlığı 37.9 kN olarak bulunmuştur. Bunun, 1 m silindir boyu için 3863 kg'lık bir kütleye ve silindir malzemesi için 1921 kg/m^3'lük bir yoğunluğa karşılık geldiği gösterilebilir.

3–6 ■ YÜZME VE KARARLILIK

Kaldırma kuvveti: Bir akışkanın, içerisine daldırılan bir cisme uyguladığı yukarı yönlü kuvvet. Bu kuvvet, akışkan içerisinde basıncın derinlikle artmasından kaynaklanır.

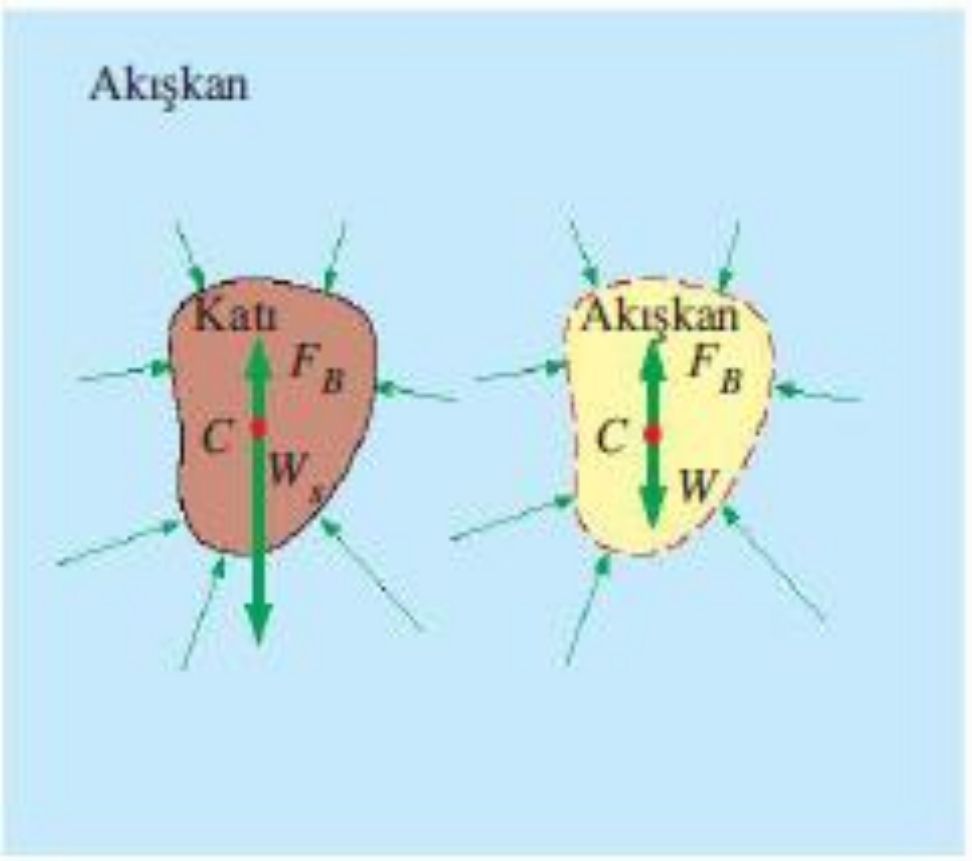


Serbest yüzeye paralel olarak bir sıvı içerisine batmış olan *h* kalınlığındaki düz levha.

Levha üzerine etki eden kaldırma kuvveti, bu levha tarafından yeri değiştirilen akışkanın ağırlığına eşittir.

Sıkıştırılamaz akışkanlar için kaldırma kuvveti, akışkanın serbest yüzeyinden itibaren cismin bulunduğu uzaklıktan bağımsızdır. Bu kuvvet ayrıca cismin yoğunluğundan da bağımsızdır.

$$F_B = F_{alt} - F_{üst} = \rho_f g(s+h)A - \rho_f g s A = \rho_f g h A = \rho_f g V$$

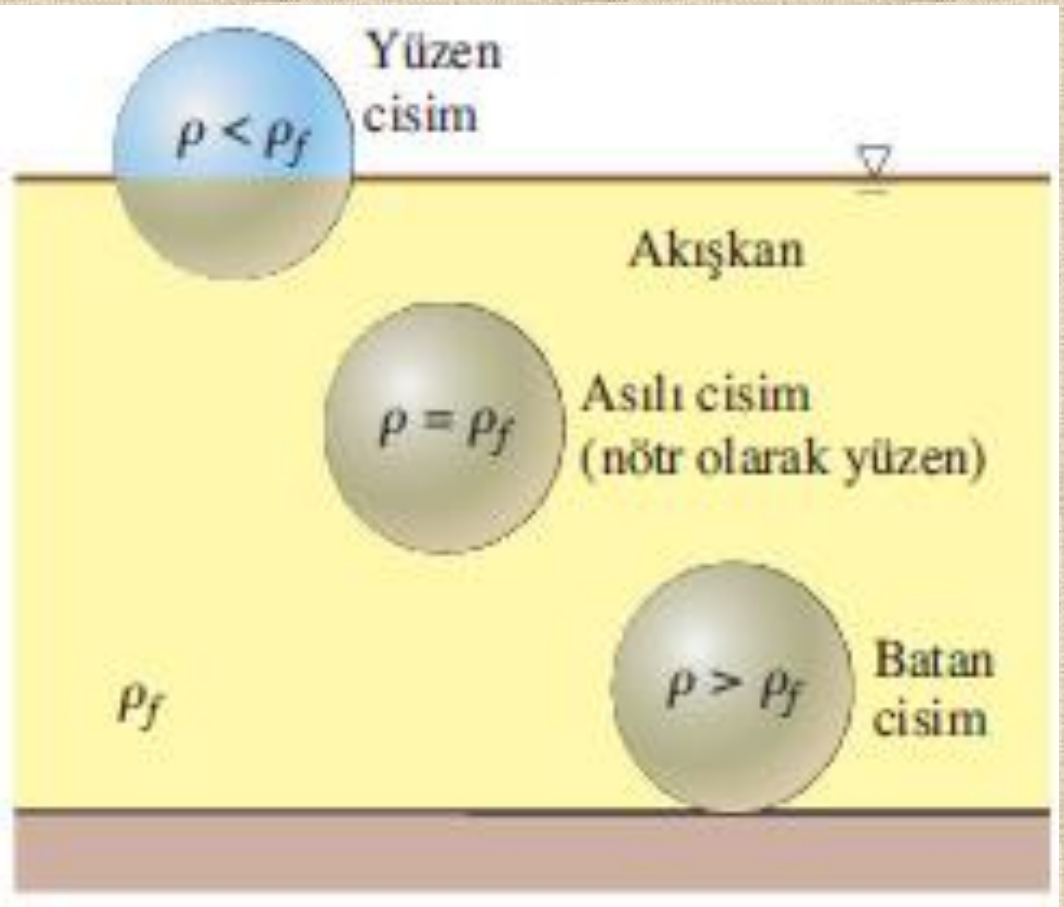


Bir akışkan içerisine batırılan katı bir cisme etkiyen kaldırma kuvvetiyle, aynı derinlikte bulunan ve aynı şekle sahip bir akışkan hacmine etkiyen kaldırma kuvveti özdeştir. Kaldırma kuvveti F_B yer değiştiren hacmin C kütle merkezi boyunca yukarıya doğru etkir. Bu kuvvetin büyüklüğü yer değiştiren akışkanın W ağırlığına eşit, ancak zıt yönlüdür. Homojen yoğunluklu katı bir cismin W_s ağırlığı da kütle merkezinden etkir. Bununla birlikte bu kuvvetin büyüklüğü yerini değiştirdiği akışkanın ağırlığına eşit olması gerekmez. (Burada $W_s > W$ alınmıştır ve bu yüzden $W_s > F_B$ dir. –bu cisim batacaktır.)

Archimedes ilkesi: Bir akışkan içerisine batırılan bir cisme etkiyen kaldırma kuvveti, bu cisim tarafından yeri değiştirilen akışkanın ağırlığına eşittir ve bu kuvvet, yer değiştiren hacmin kütle merkezi boyunca yukarıya doğru etkir.

***Yüzen* cisimler için;** tüm cismin ağırlığı, yüzen cismin batan kısmının hacmi kadar akışkanın ağırlığına eşit olan kaldırma kuvvetine eşit olmalıdır:

$$F_B = W \rightarrow \rho_f g V_{batan} = \rho_{ort,\,cisim}\, g V_{toplam} \rightarrow \frac{V_{batan}}{V_{toplam}} = \frac{\rho_{ort,\,cisim}}{\rho_f}$$

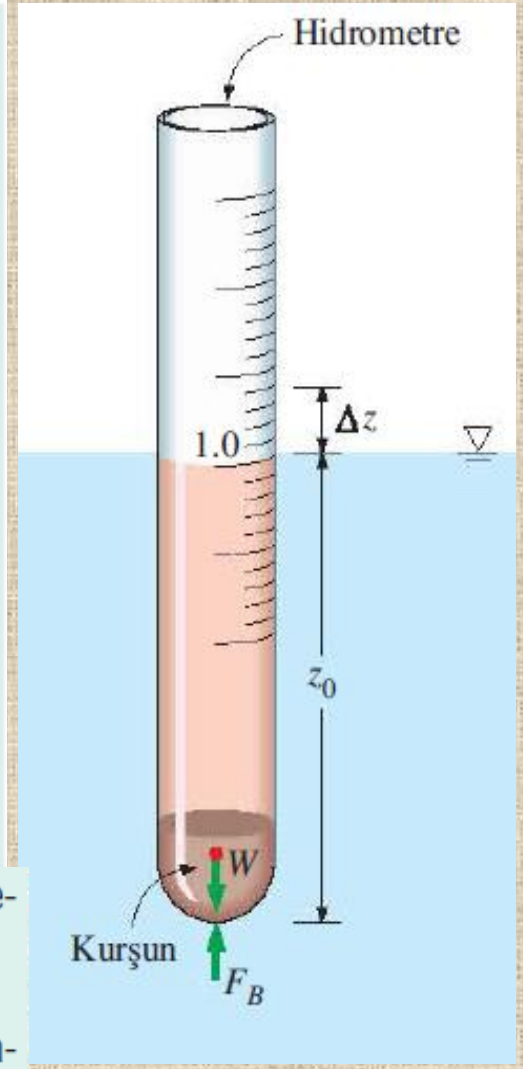


Bir akışkan içerisine bırakılan katı bir cisim, cismin yoğunluğunun akışkanın yoğunluğuna oranına bağlı olarak akışkan içerisinde batar, yüzer veya akışkan içerisinde herhangi bir noktada hareketsiz kalır.

Bir sıcak hava balonu, balonun içerisindeki ve dışındaki hava sıcaklıklarının farkına göre kumanda edilir. Bunun nedeni içerideki ılık havanın daha düşük yoğunluğa sahip olmasıdır. Balon havada askıda kalıyorsa, yukarı yönlü kaldırma kuvveti balonun toplam ağırlığını tam olarak dengelemiş demektir

ÖRNEK 3–10 Bağıl Yoğunluğun Hidrometre İle Ölçülmesi

Eğer bir deniz suyu akvaryumunuz varsa, muhtemelen suyun tuzluluğunu ölçmek için dibinde bir miktar kurşun ağırlık bulunan küçük bir silindirik cam tüp kullanmışsınızdır. Sıvı içerisinde dik olarak kısmen batmış halde yüzen ve sıvının bağıl yoğunluğunu ölçmede kullanılan bu tür cihazlara *hidrometre* adı verilir (Şekil 3–45). Hidrometrenin üst kısmı, sıvı yüzeyinden dışarı çıkar ve üzerindeki taksimat çizgileri bağıl yoğunluğun doğrudan okunmasını sağlar. Hidrometre saf su içerisindeyken, su-hava arayüzünde tam olarak 1.0'ı gösterecek şekilde kalibre edilir. (*a*) Bir sıvının bağıl yoğunluğunu, saf suya karşılık gelen işaretten itibaren Δz mesafesinin fonksiyonu olarak veren bir bağıntı elde ediniz. (*b*) 1 cm çapında ve 20 cm boyunda bir hidrometrenin saf su içerisinde yarısı batmış olarak yüzmesi için (10 cm çizgisinde) içerisine konulması gereken kurşun kütlesini belirleyiniz.



ÇÖZÜM Bir sıvının bağıl yoğunluğu hidrometre ile ölçülecektir. Bağıl yoğunluk ile referans seviyeden olan düşey mesafe arasında bir bağıntı bulunacak ve belirli bir hidrometre için boru içerisine eklenmesi gereken kurşun miktarı belirlenecektir.

Kabuller **1** Cam tüpün ağırlığı eklenen kurşunun yanında ihmal edilmektedir. **2** Tüpün altındaki eğrilik dikkate alınmamaktadır.

Özellikler Saf suyun yoğunluğu 1000 kg/m^3 olarak alınabilir.

Analiz (*a*) Hidrometrenin statik dengede olduğu göz önüne alınırsa, sıvı tarafından uygulanan kaldırma kuvveti, daima hidrometrenin W ağırlığına eşit olmalıdır. Saf su içerisinde hidrometre tabanı ile suyun serbest yüzeyi arasındaki mesafe z_0 olsun. Bu durumda $F_{B,\,su} = W$ yüzme bağıntısı uygulanırsa,

$$W_{\text{hidrometre}} = F_{B,\text{su}} = \rho_{\text{su}}\, g V_{\text{batan}} = \rho_{\text{su}}\, g A z_0 \qquad (1)$$

elde edilir. Burada A hidrometre tüpünün en-kesit alanını, ρ_{su} ise saf suyun yoğunluğunu göstermektedir.

Hidrometre sudan daha hafif ($\rho_f < \rho_{su}$) bir akışkan içerisine bırakıldığında daha fazla batar ve sıvı seviyesi bu sefer z_0'ın Δz kadar yukarısına çıkar. Bu durum için tekrar $F_{B,\,su} = W$ bağıntısı yazılırsa,

$$W_{\text{hidrometre}} = F_{B,f} = \rho_f g V_{\text{batan}} = \rho_f g A(z_0 + \Delta z) \qquad \textbf{(2)}$$

elde edilir. z_0'ın altında kalan Δz değerlerini negatif almak koşuluyla bu bağıntı aynı zamanda sudan daha ağır akışkanlar için de geçerlidir. Hidrometre ağırlığı her iki durumda da aynı olduğundan, (1) ve (2) denklemleri birbirine eşitlenir ve sonuç ifade yeniden düzenlenirse,

$$\rho_{su} g A z_0 = \rho_f g A(z_0 + \Delta z) \quad \rightarrow \quad \rho_{b,f} = \frac{\rho_f}{\rho_{su}} = \frac{z_0}{z_0 + \Delta z}$$

elde edilir. Böylece sıvı bağıl yoğunluğu ile Δz arasındaki bağıntı bulunmuş olur. Belirli bir hidrometre için z_0'ın sabit ve sudan daha ağır akışkanlar için z_0'ın negatif olduğu unutulmamalıdır.

(*b*) Cam tüpün kendi ağırlığı göz ardı edilirse, kurşun ağırlığının kaldırma kuvvetine eşit olması şartından hareketle tüpe konulması gereken kurşun miktarı belirlenebilir. Hidrometre su içerisinde yarısı batmış vaziyette yüzerken suyun uyguladığı kaldırma kuvveti

$$F_B = \rho_{su} g V_{\text{batan}}$$

olarak yazılabilir. Şimdi de F_B kaldırma kuvvetini kurşun ağırlığına eşitleyelim:

$$W = mg = \rho_{su} g V_{\text{batan}}$$

Bu ifadeden m kütlesi çekilir ve verilen değerleri yerine yazılırsa, gerekli kurşun kütlesi

$$m = \rho_{su} V_{\text{batan}} = \rho_{su}(\pi R^2 h_{\text{batan}}) = (1000\ \text{kg/m}^3)[\pi(0.005\ \text{m})^2(0.1\ \text{m})] = \mathbf{0.00785\ kg}$$

olarak bulunur.

İrdeleme Hidrometrenin suda yalnızca 5 cm batması istenseydi, gerekli kurşun kütlesi bunun yarısı kadar olurdu. Ayrıca, gerekli kurşun kütlesi sadece 7.85 g olduğundan, cam tüp ağırlığının ihmal edilmesi yönündeki kabul gözden geçirilmelidir.

ÖRNEK 3–11 Deniz Suyuna Batırılan Bir Cismin Hafiflemesi

Bir su altı inşaatı projesinde kullanılacak malzemeler bir vinç yardımıyla yoğunluğu 1025 kg/m^3 olan denize indirilmektedir (Şekil 3–46). 0.4 m × 0.4 m × 3 m boyutlarında bir beton bloğun (yoğunluk = 2300 kg/m^3) vinç halatında oluşturacağı çekme kuvvetini blok (*a*) havada asılıyken ve (*b*) tamamen suya batmış haldeyken belirleyiniz.

ÇÖZÜM Beton bir blok denize indirilmektedir. Bloğun su dışındayken ve su içerisindeyken vinç halatında meydana getirdiği çekme kuvveti hesaplanacaktır.

Kabuller **1** Havanın kaldırma kuvveti önemsizdir **2** Halatların ağırlığı ihmal edilmektedir.

Özellikler Deniz suyunun yoğunluğu 1025 kg/m^3, betonun yoğunluğu ise 2300 kg/m^3 olarak verilmiştir.

Analiz (*a*) Beton bloğun serbest cisim diyagramını göz önüne alalım. Havadayken beton blok üzerine etkiyen kuvvetler; bloğun kendi ağırlığı ve halat tarafından yukarı doğru çekme kuvvetidir. Bu iki kuvvetin birbirini dengelemesi gerektiği için halattaki çekme kuvveti bloğun ağırlığına eşit olmalıdır:

$$V = (0.4\ \text{m})(0.4\ \text{m})(3\ \text{m}) = 0.48\ \text{m}^3$$

$$F_{T,\,\text{hava}} = W = \rho_{\text{beton}}\, g V$$

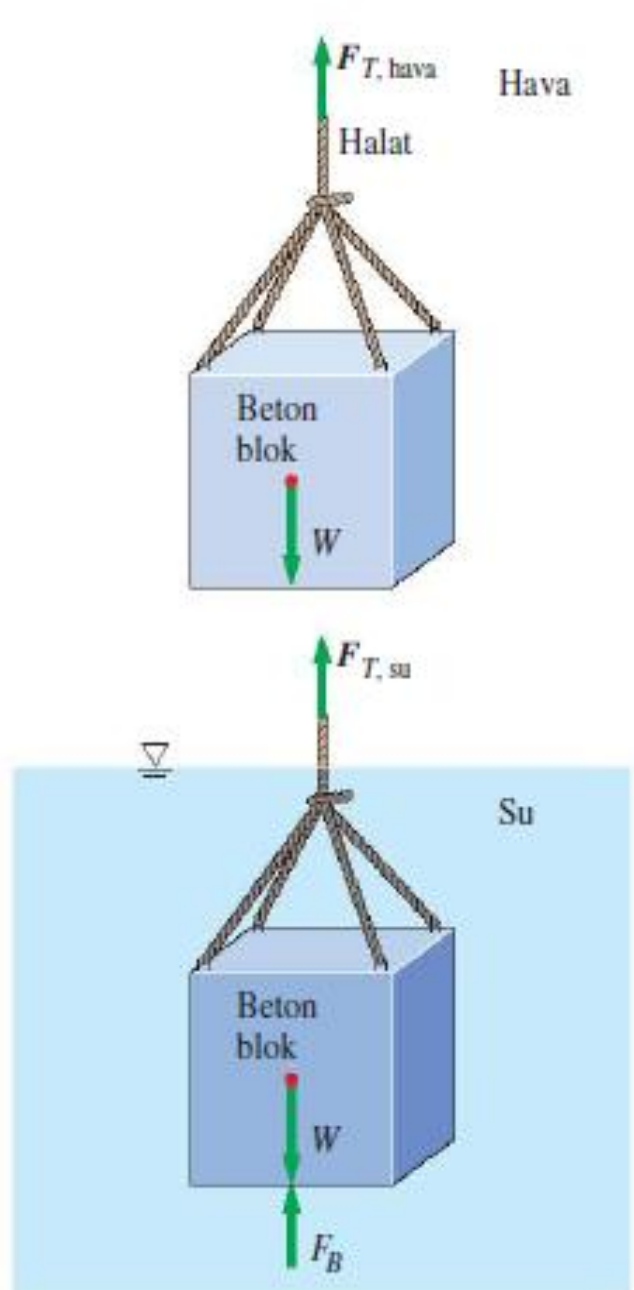
$$= (2300\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(0.48\ \text{m}^3)\left(\frac{1\ \text{kN}}{1000\ \text{kg·m/s}^2}\right) = \mathbf{10.8\ kN}$$

(*b*) Blok suya gömüldüğünde, yukarı doğru ilave olarak deniz suyunun kaldırma kuvveti meydana gelir. Bu durumda kuvvet dengesi yazılırsa sonuç aşağıdaki gibi elde edilir:

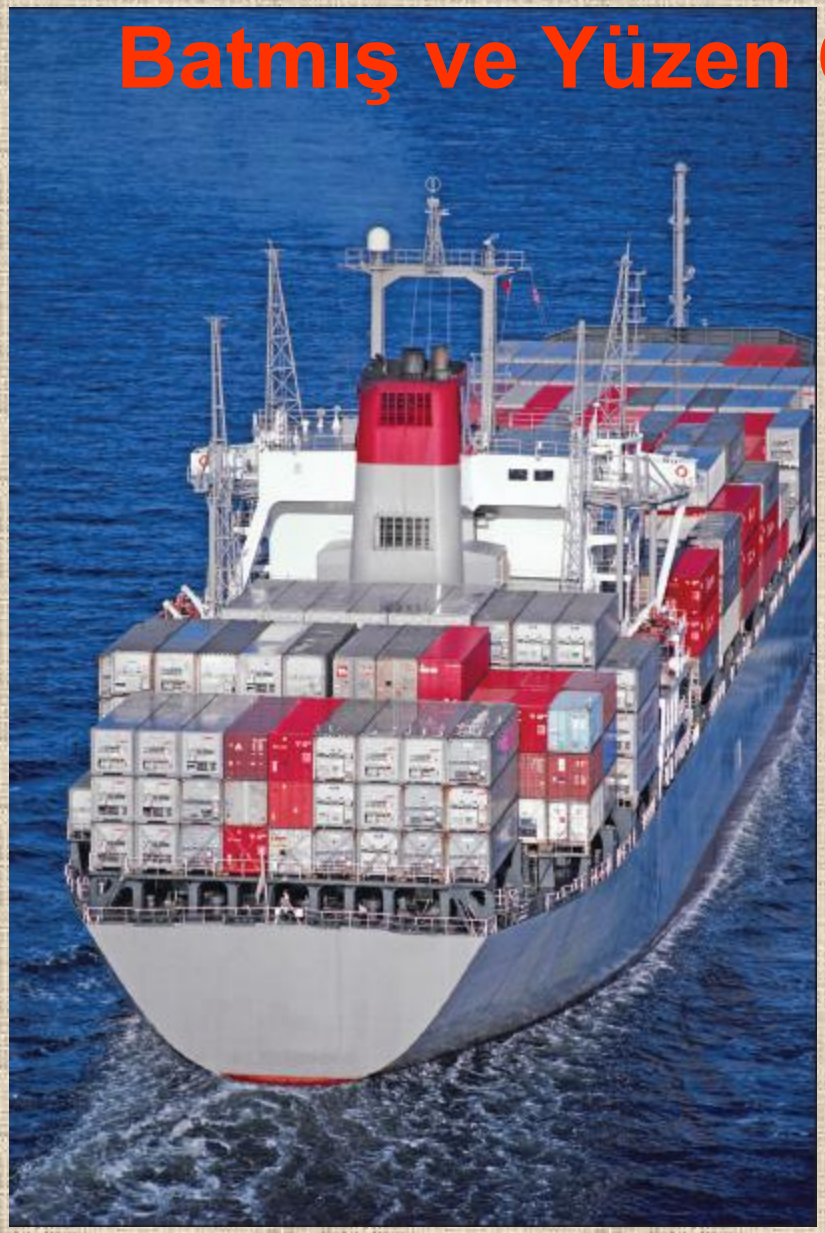
$$F_B = \rho_f\, g V = (1025\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(0.48\ \text{m}^3)\left(\frac{1\ \text{kN}}{1000\ \text{kg·m/s}^2}\right) = 4.8\ \text{kN}$$

$$F_{T,\,\text{su}} = W - F_B = 10.8 - 4.8 = \mathbf{6.0\ kN}$$

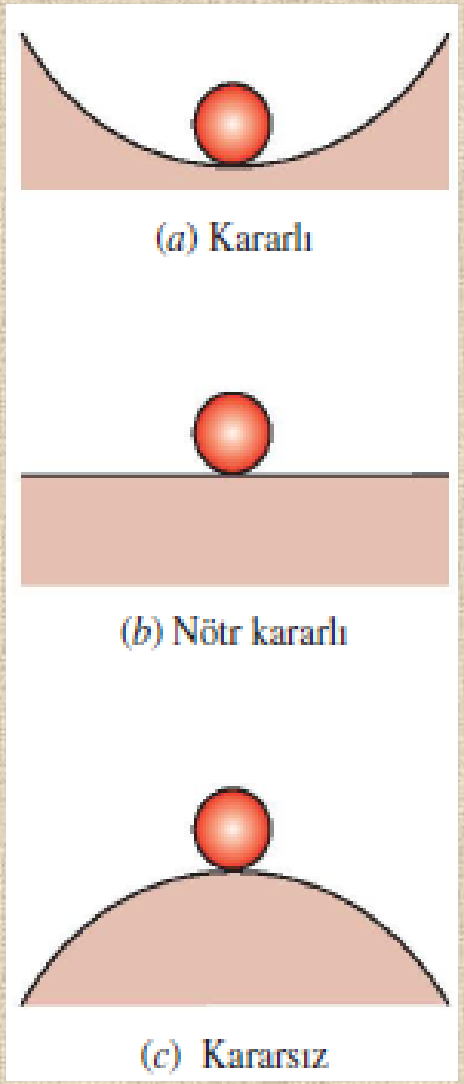
İrdeleme Dikkat edilirse beton bloğun ağırlığı ve dolayısıyla halattaki çekme kuvveti, su içerisinde (10.8 – 6.0)/10.8 = 0.55=%55 oranında azalmaktadır.



Batmış ve Yüzen Cisimlerin Kararlılığı

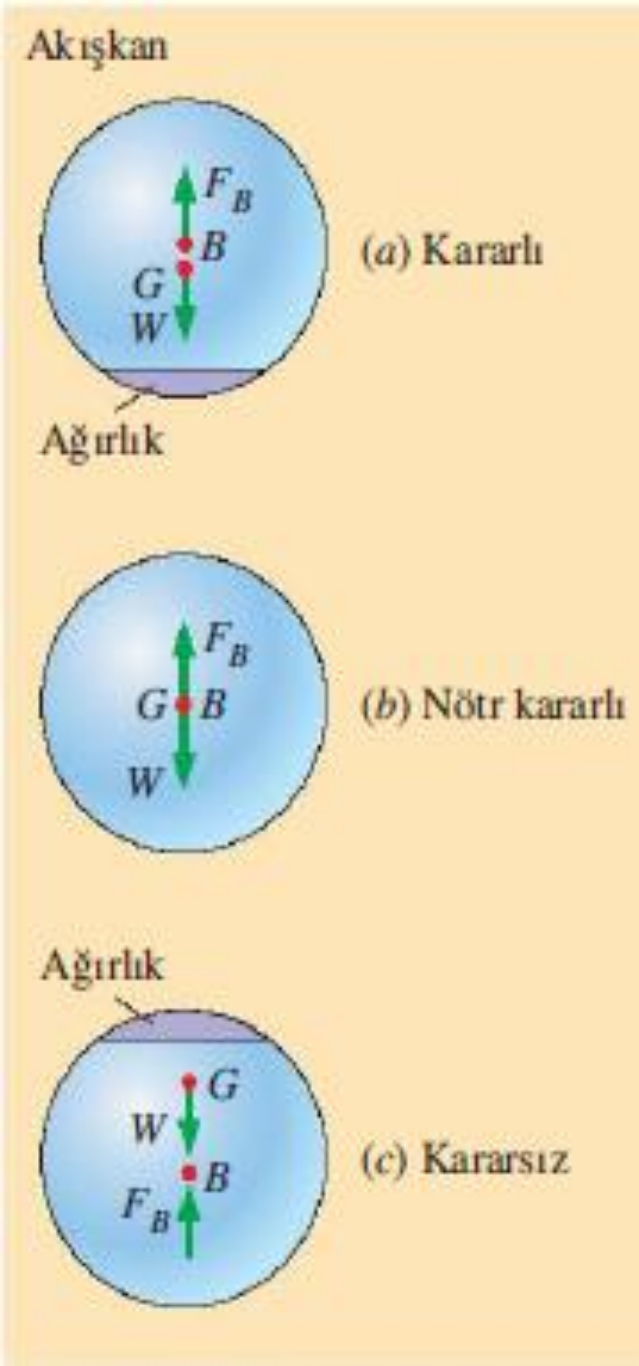


Zemin üzerindeki bir topun analiziyle kararlılık kavramı kolayca anlaşılabilir.

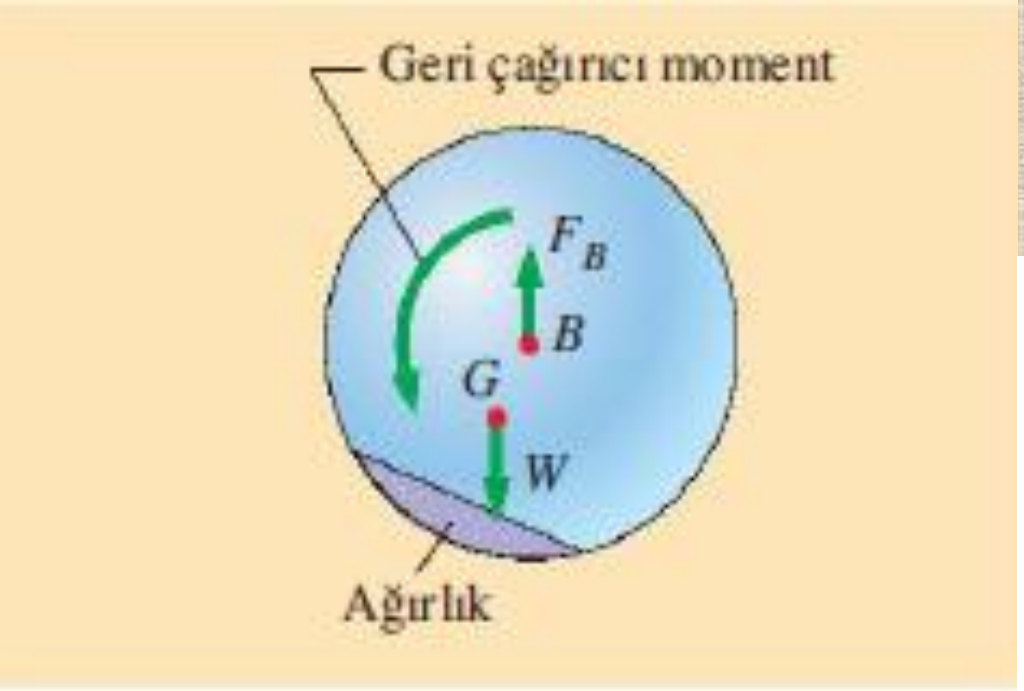


Gemi ve benzeri yüzen cisimler için kararlılık güvenlik bakımından önemli bir konudur.

Yüzen bir cisim düşey kararlılığa sahiptir. Bunun yanında batmış nötr halde yüzen bir cisim ise, bir bozucu etkiden sonra başlangıç konumuna dönmeyeceği için nötr kararlıdır.

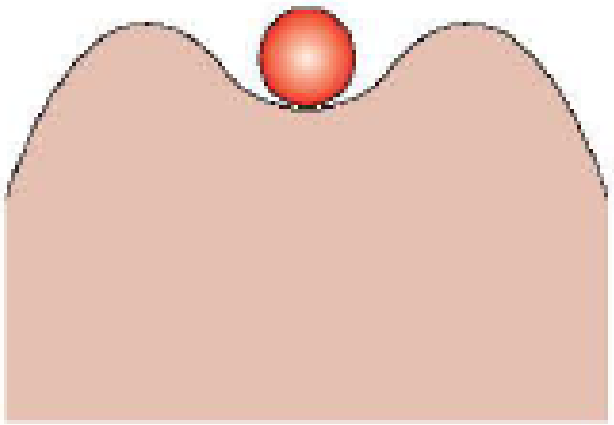


Batmış bir cisim, eğer bu cismin G ağırlık merkezi doğrudan B kaldırma merkezinin altında kalıyorsa (*a*) kararlı, *G* ve *B* noktaları üst üste geliyorsa (*b*) nötr kararlı veya *G* noktası doğrudan *B* noktasının üzerinde kalıyorsa (*c*) kararsız olarak nitelendirilir.



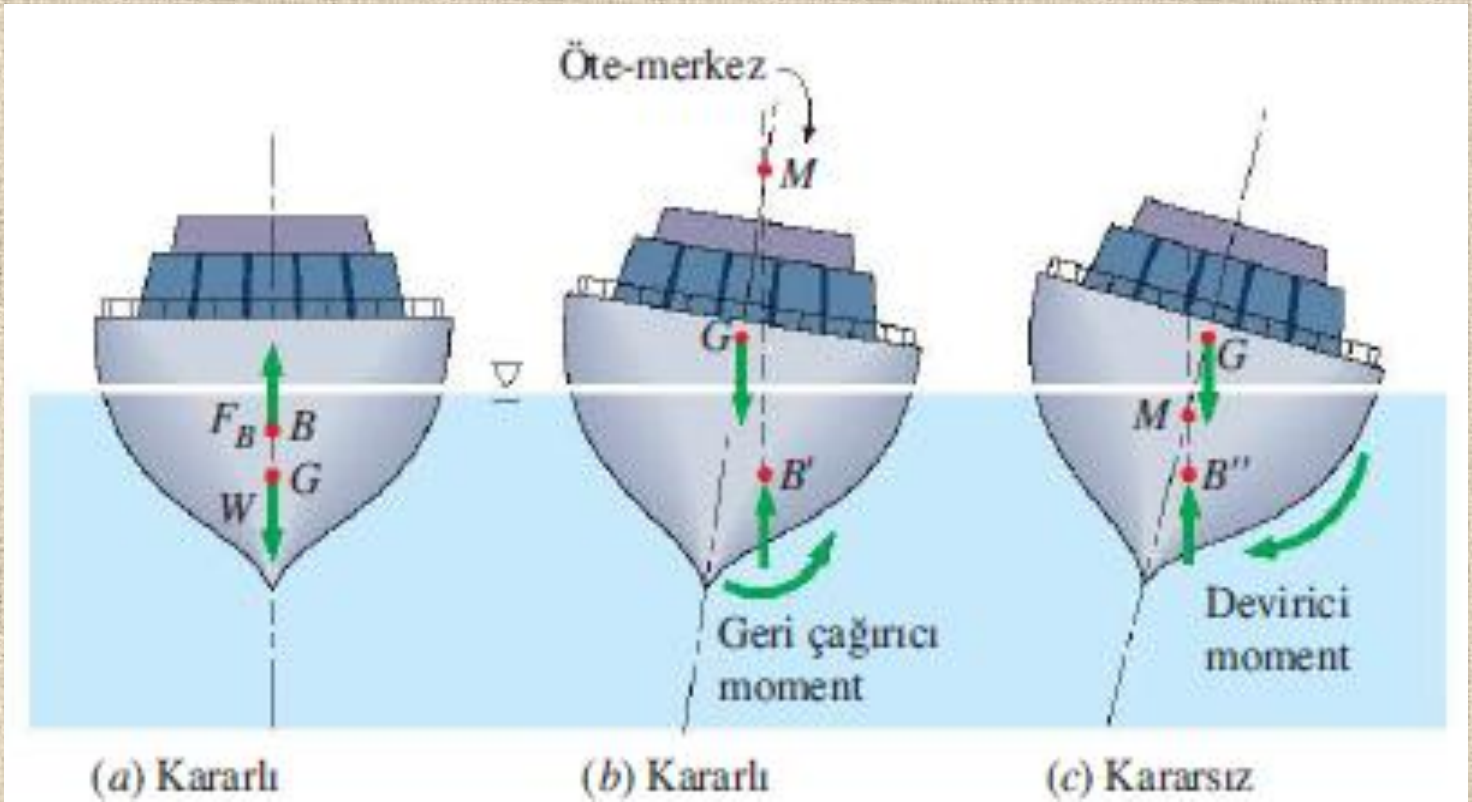
ŞEKİL 3–50

Batmış nötr olarak yüzen bir cismin G ağırlık merkezi cismin B kaldırma merkezi ile düşey olarak aynı hizada değilse, cisim denge halinde değildir ve bozucu bir etki olmasa bile kararlı olduğu konuma doğru dönme hareketi yapar.



ŞEKİL 3–52

İki tepe arasındaki bir top küçük bozucu etkiler için kararlı, büyük bozucu etkiler için kararsızdır.



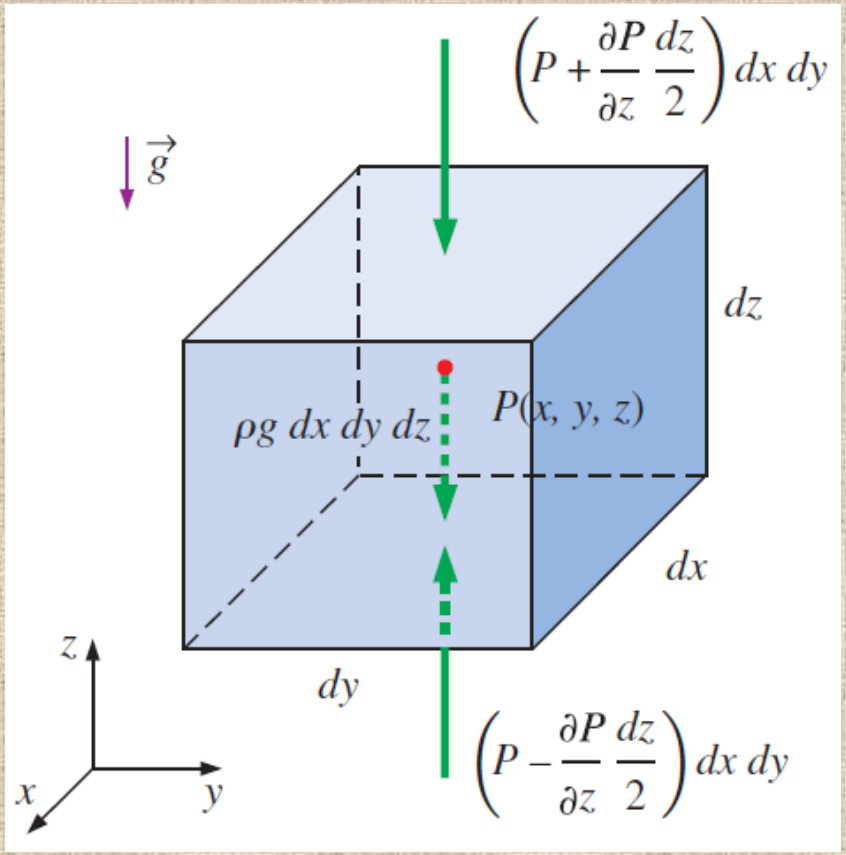
Yüzen cisim eğer tabanı ağır bir cisimse ve böylece *G* ağırlık merkezi cismin *B* kütle merkezinin altında veya *M* öte-merkezi *G* noktasının üzerinde kalıyorsa *kararlıdır*. Bununla birlikte eğer *M* noktası *G* noktasının altındaysa cisim *kararsızdır*.

Öte-merkez (metasantır) yüksekliği *GM:* *G* ağırlık merkeziyle *M* öte-merkezi arasındaki mesafe —dönme öncesi ve dönme sonrası cisme etkiyen kaldırma kuvvetlerinin etki çizgilerinin kesişim noktası.

G noktasının üzerindeki *GM* öte-merkez yüksekliği bir kararlılık ölçüsüdür: Bu yükseklik ne kadar fazlaysa, yüzen cisim de o denli kararlıdır.

3–7 ■ KATI CİSİM HAREKETİ YAPAN AKIŞKANLAR

Bu kısımda ivmeli ve ivmesiz biçimde katı cisim benzeri hareket yapan akışkanlar içerisindeki basıncın değişimi için bağıntılar elde edilecektir. Bu tür hareket sırasında akışkan içerisinde herhangi bir kayma gerilmesi oluşmaz (akışkan tabakaları arasında bağıl bir hareket yoktur).



$$\delta \vec{F} = \delta m \cdot \vec{a}$$

$$\delta m = \rho\, dV = \rho\, dx\, dy\, dz$$

$$\delta F_{S,z} = \left(P - \frac{\partial P}{\partial z}\frac{dz}{2}\right) dx\, dy - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z}\frac{dz}{2}\right) dx\, dy = -\frac{\partial P}{\partial z}\, dx\, dy\, dz$$

$$\delta F_{S,x} = -\frac{\partial P}{\partial x}\, dx\, dy\, dz \qquad \text{and} \qquad \delta F_{S,y} = -\frac{\partial P}{\partial y}\, dx\, dy\, dz$$

$$\delta\vec{F}_S = \delta F_{S,x}\vec{i} + \delta F_{S,y}\vec{j} + \delta F_{S,z}\vec{k}$$

$$= -\left(\frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k}\right) dx\, dy\, dz = -\vec{\nabla}P\, dx\, dy\, dz$$

$$\vec{\nabla}P = \frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k}$$

$$\delta\vec{F}_{B,z} = -g\delta m\vec{k} = -\rho g\, dx\, dy\, dz\vec{k}$$

$$\delta\vec{F} = \delta\vec{F}_S + \delta\vec{F}_B = -(\vec{\nabla}P + \rho g\vec{k})\, dx\, dy\, dz$$

Akışkanların katı cisim hareketi: $\vec{\nabla}P + \rho g\vec{k} = -\rho\vec{a}$

$$\frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k} + \rho g\vec{k} = -\rho(a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k})$$

İvmelenen akışkanlar: $\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x$, $\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho a_y$ ve $\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(g + a_z)$

Özel durum 1: Durgun Haldeki Akışkanlar

Durgun halde olan veya doğrusal bir yörünge üzerinde sabit hızla hare-ket eden akışkanlar için tüm ivme bileşenleri sıfırdır:

Durgun haldeki akışkanlar: $$\frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Basınç herhangi bir yatay yönde sabit kalır (*P* basıncı *x* ve *y*'den bağımsız) ve yerçekiminden ötürü sadece düşey yönde değişir [$P = P(z)$]. Bu bağıntılar hem sıkıştırılabilir hem de sıkıştırılamaz akışkanlar için geçerlidir.

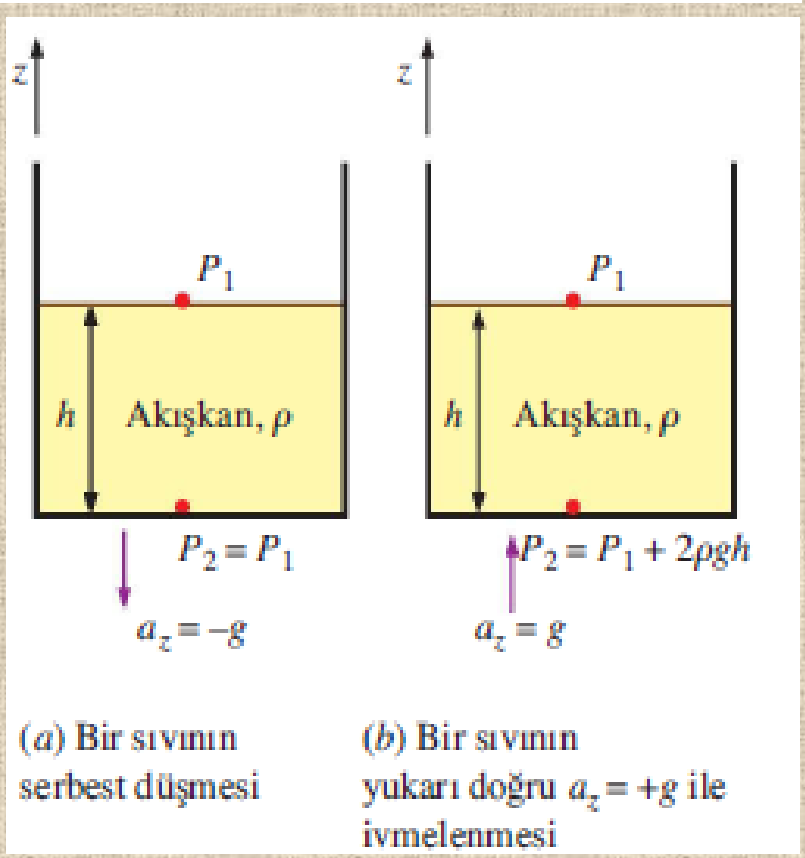
Sabit tutulan bir bardak su, katı cisim hareketinin özel bir durumudur. Eğer bardak herhangi bir yönde sabit hızla hareket ettirilirse hidrostatik denklemler yine geçerlidir.

Özel durum 2: Akışkan Kütlesinin Serbest Düşmesi

Serbest olarak düşen bir cisim yerçekimi etkisiyle ivmelenir. Hava direnci ihmal edilirse, cismin ivmesi yerçekimi ivmesine eşit olur ve yatay yönlerde ivme oluşmaz . Dolayısıyla $a_x = a_y = 0$ ve $a_z = -g$.

Serbest düşen akışkanlar: $$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad \rightarrow \quad P = \text{sabit}$$

Dolayısıyla akışkanla birlikte hareket eden bir koordinat sisteminde akışkan sıfır yerçekimli bir ortamdaymış gibi davranır. Serbet düşen bir sıvı damlası içerisindeki etkin basınç damlanın her yerinde sıfırdır.



(*a*) Bir sıvının serbest düşmesi

(*b*) Bir sıvının yukarı doğru $a_z = +g$ ile ivmelenmesi

Serbest düşme ve yukarı doğru ivmelenme esnasında ivmenin akışkan içerisindeki basınca etkisi.

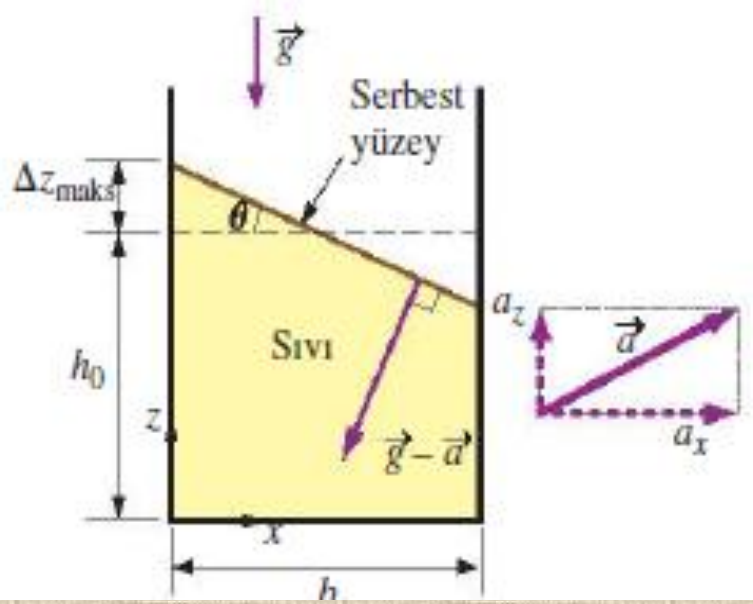
Düz Bir Yörünge Üzerinde İvmelenme

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(g + a_z)$$

$$P = P(x, z) \qquad dP = (\partial P/\partial x)\, dx + (\partial P/\partial z)\, dz$$

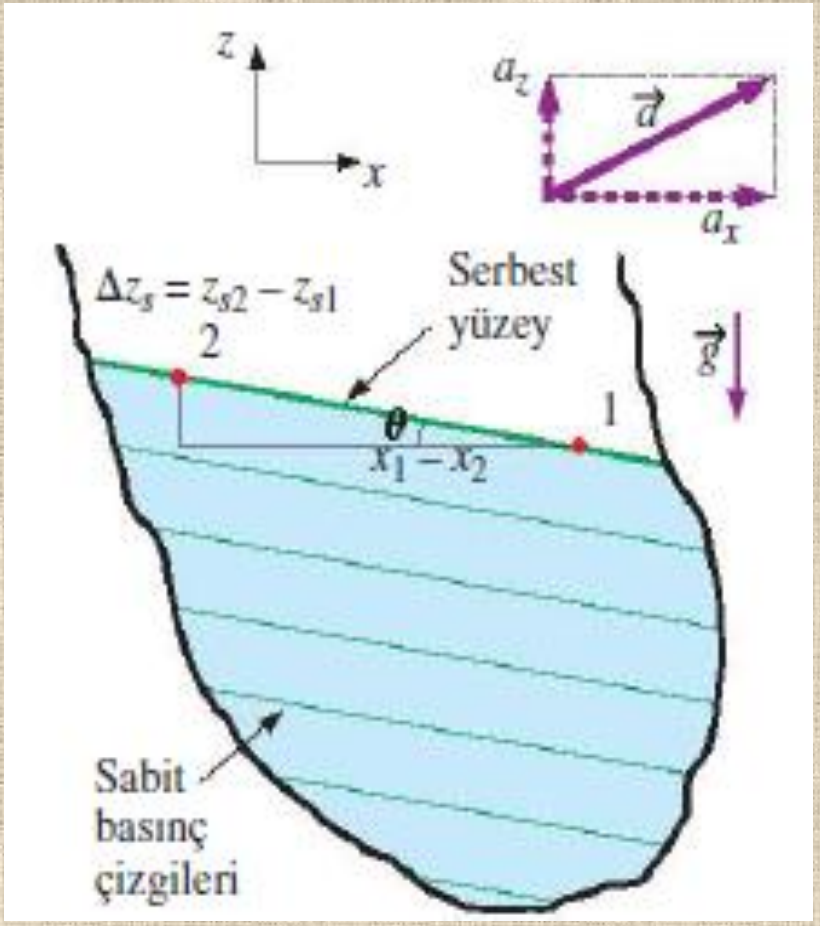
$$dP = -\rho a_x\, dx - \rho(g + a_z)\, dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho a_x(x_2 - x_1) - \rho(g + a_z)(z_2 - z_1)$$



İvmelenen bir tankta sıvının katı cisim hareketi.

Basınç dağılımı: $$P = P_0 - \rho a_x x - \rho(g + a_z)z$$



Doğrusal olarak ivmelenen bir sıvıdaki sabit basınç çizgileri (bunlar sabit basınç yüzeylerinin xz-düzlemindeki izdüşümleridir) ve düşey yükselme.

Yüzeydeki düşey yükselme:

$$\Delta z_s = z_{s2} - z_{s1} = -\frac{a_x}{g + a_z}(x_2 - x_1)$$

Sabit basınç yüzeyleri:

$$\frac{dz_{\text{izobar}}}{dx} = -\frac{a_x}{g + a_z} = \text{sabit}$$

İzobarların eğimi:

$$\text{Eğim} = \frac{dz_{\text{izobar}}}{dx} = -\frac{a_x}{g + a_z} = -\tan\theta$$

ÖRNEK 3–12 **Bir Su Tankından İvmelenme Sırasında Oluşan Taşma**

80 cm yüksekliğinde ve 2 m × 0.6 m kesit alanında kısmen suyla doldurulmuş bulunan bir balık tankı bir kamyonun arkasında taşınacaktır (Şekil 3–58). Tank 0 km/h'den 90 km/h hıza 10 saniyede ivmelenmektedir. Bu ivmelenme sırasında tanktan su taşmaması için tanktaki başlangıç su yüksekliği en fazla ne olmalıdır? Tankın uzun veya kısa kenarlarından hangisinin hareket doğrultusuna paralel olmasını önerirsiniz?

ÇÖZÜM Bir balık tankı kamyon üzerinde taşınacaktır. İzin verilebilecek başlangıç su yüksekliği ve tankın uygun konumlandırılması belirlenecektir.

Kabuller **1** İvmelenmenin gerçekleştiği yol yataydır ve bu yüzden düşey ivme bileşeni sıfırdır ($a_z = 0$). **2** Çalkalanma, frenleme, tümsek üzerinden geçme ve tepelere tırmanma etkileri ikincil planda tutulmuş olup göz önüne alınmamıştır. **3** Hızlanma ivmesi sabittir.

Analiz *x*-eksenini hareket yönü, *z*-eksenini yukarı yön ve tankın sol alt köşesini orijin noktası olarak alalım. Tankın 0'dan 90 km/h hıza 10 s içerisinde ulaştığı dikkate alınarak kamyonun ivmesi hesaplanabilir:

$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{(90 - 0)\ \text{km/h}}{10\ \text{s}}\left(\frac{1\ \text{m/s}}{3.6\ \text{km/h}}\right) = 2.5\ \text{m/s}^2$$

Su yüzeyinin yatayla yaptığı açının tanjantından hareketle

$$\tan\theta = \frac{a_x}{g + a_z} = \frac{2.5}{9.81 + 0} = 0.255 \qquad (\text{dolayısıyla } \theta = 14.3^\circ)$$

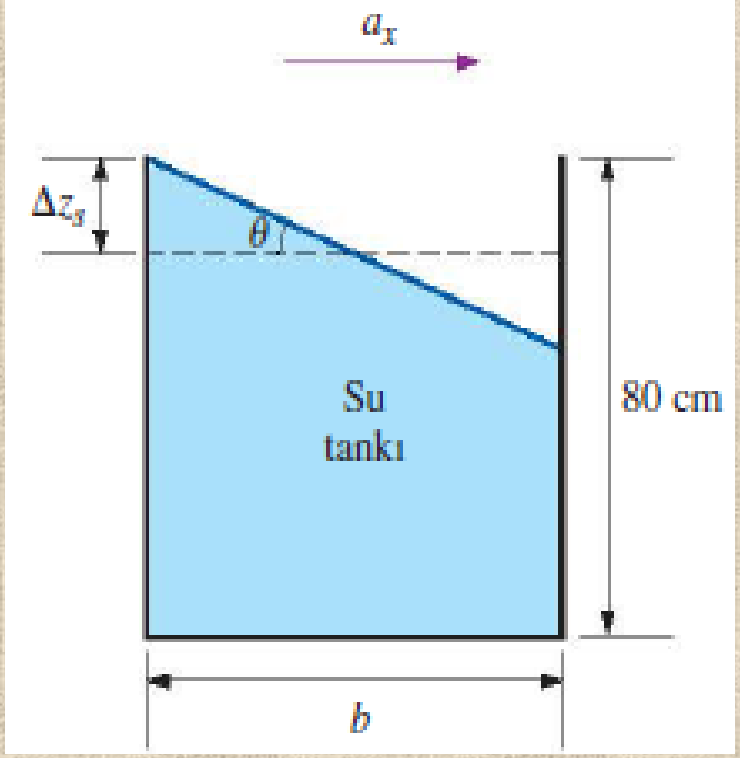
elde edilir. Serbest yüzeydeki maksimum yükselme tank gerisinde meydana gelir. Ayrıca bir simetri düzlemi olmasından ötürü, ivmelenme sırasında düşey orta düzlemin seviyesinde değişiklik olmaz. Bu durumda mümkün olabilecek iki konumlandırma biçimi için tank gerisinde orta düzleme göre oluşacak düşey yükselmeler hesaplanabilir.

Durum 1: Uzun kenar hareket yönünde:

$$\Delta z_{s1} = (b_1/2)\tan\theta = [(2\ \text{m})/2] \times 0.255 = 0.255\ \text{m} = \mathbf{25.5\ cm}$$

Durum 2: Kısa kenar hareket yönünde:

$$\Delta z_{s2} = (b_2/2)\tan\theta = [(0.6\ \text{m})/2] \times 0.255 = 0.076\ \text{m} = \mathbf{7.6\ cm}$$



Dolayısıyla devrilme sorunu olmadığı varsayılırsa, **tankın kısa kenarının hareket doğrultusuna gelecek şekilde konumlandırılması gerektiği açıktır**. Bu durumda serbest yüzeyde sadece 7.6 cm'lik bir düşme meydana gelir ve bu da tanktan su taşmasını engellemek için yeterlidir.

Silindirik Bir Kapta Dönme

Sıvıyla kısmen doldurulmuş düşey silindirik bir kabı göz önüne alalım. Kap kendi ekseni etrafında sabit ω açısal hızıyla döndürülmektedir. Başlangıçtaki geçici durumdan sonra, sıvı kapla beraber katı cisim şeklinde hareket edecektir. Herhangi bir şekil değiştirme meydana gelmediğinden bir kayma gerilmesi de oluşmaz ve her bir akışkan parçacığı aynı açısal hızla hareket eder.

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho r \omega^2, \qquad \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \qquad \text{ve} \qquad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

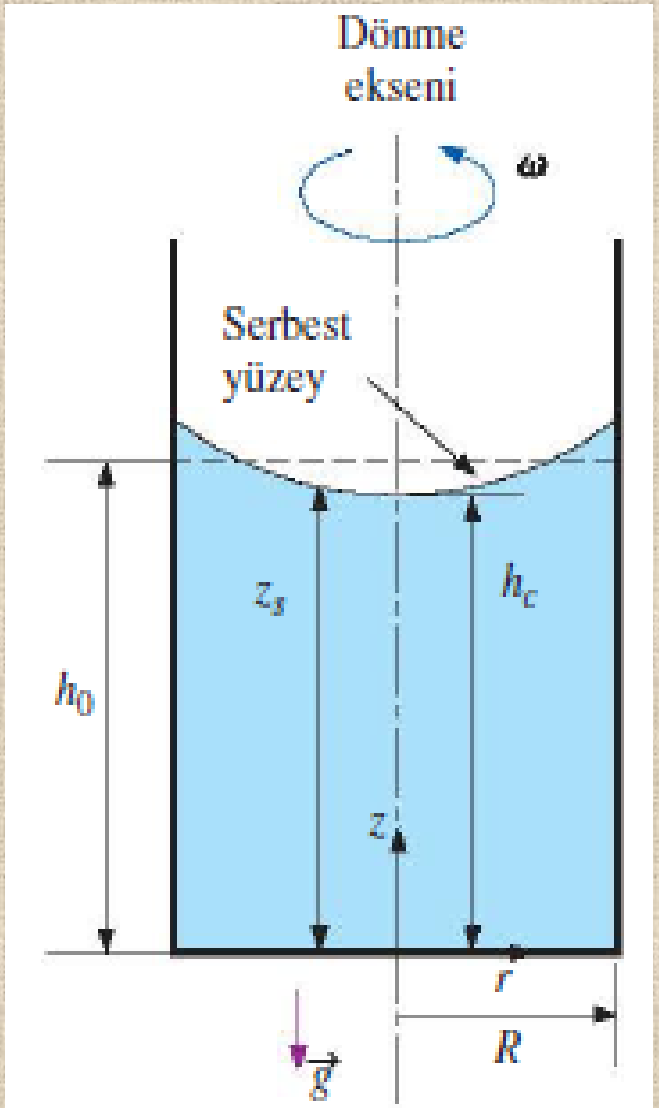
$$P = P(r, z) \qquad dP = (\partial P/\partial r)dr + (\partial P/\partial z)dz$$

$$dP = \rho r \omega^2 \, dr - \rho g \, dz$$

$$\frac{dz_{\text{izobar}}}{dr} = \frac{r\omega^2}{g}$$

Sabit basınç yüzeyleri:

$$z_{\text{izobar}} = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + C_1$$



Dönen bir düşey silindirik kaptaki sıvının katı cisim hareketi.

$$z_s = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + h_c$$

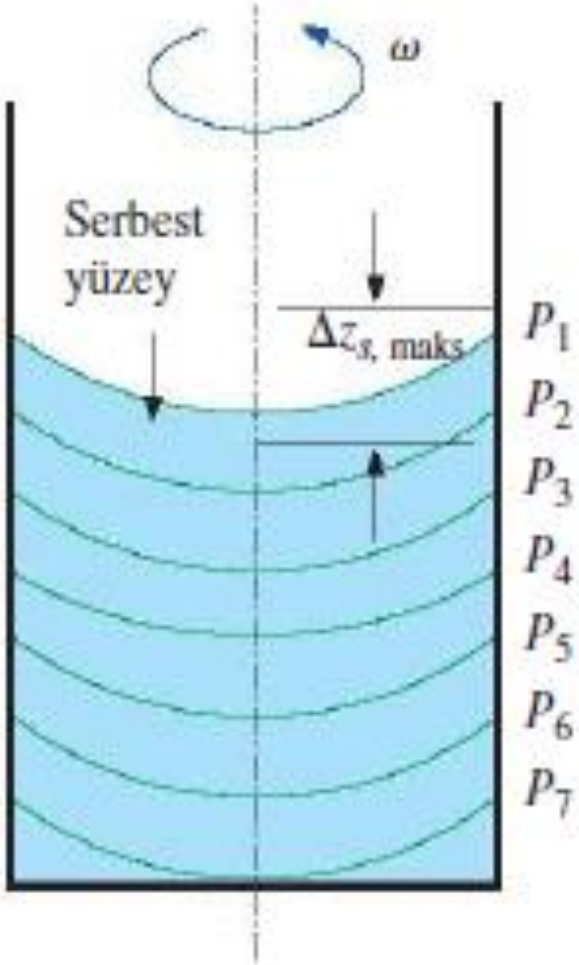
$$V = \int_{r=0}^{R} 2\pi z_s r \, dr = 2\pi \int_{r=0}^{R} \left(\frac{\omega^2}{2g} r^2 + h_c \right) r \, dr = \pi R^2 \left(\frac{\omega^2 R^2}{4g} + h_c \right)$$

$$V = \pi R^2 h_0$$

$$h_c = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

Serbest yüzey: $$z_s = h_0 - \frac{\omega^2}{4g} (R^2 - 2r^2)$$

ŞEKİL 3–61
İngiliz Kolombiyası'ndaki Vancouver yakınlarında kurulu Büyük Zenith Teleskobu'na ait 6 m çaplı dönel sıvı cıva aynası.



ŞEKİL 3–60
Dönen bir sıvıdaki sabit basınç yüzeyleri.

Maksimum yükseklik farkı: $$\Delta z_{s,\,\text{maks}} = z_s(R) - z_s(0) = \frac{\omega^2}{2g} R^2$$

$$dP = \rho r \omega^2\, dr - \rho g\, dz$$

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho\omega^2}{2}(r_2^2 - r_1^2) - \rho g(z_2 - z_1)$$

Basınç dağılımı: $$P = P_0 + \frac{\rho\omega^2}{2} r^2 - \rho g z$$

Dikkat edilirse, sabit merkezden belirli bir uzaklıkta basınç tıpkı durgun haldeki bir akışkanda olduğu gibi düşey doğrultuda hidrostatik olarak değişmektedir. Öte yandan sabit bir z düşey mesafesinde basınç yarıçapın karesiyle değişmekte ve merkezden dış kenara doğru artmaktadır. Herhangi bir yatay düzlemde merkez ile R yarıçaplı kap kenarı arasındaki basınç farkı $\Delta P = \rho\omega^2 R^2/2$ olacaktır.

ÖRNEK 3–13 Bir Sıvının Dönme Sırasında Yükselmesi

Şekil 3–62'de gösterilen 20 cm çapında ve 60 cm yüksekliğindeki düşey silindir, yoğunluğu 850 kg/m^3 olan bir sıvıyla 50 cm yüksekliğine kadar doldurulmuştur. Daha sonra silindir sabit bir hızla döndürülmektedir. Sıvının kap kenarlarından taşmaya başlayacağı dönme hızını belirleyiniz.

ÇÖZÜM Bir sıvıyla kısmen dolu bulunan düşey bir silindirik kap döndürülmektedir. Sıvının taşmaya başlayacağı açısal hız belirlenecektir.

Kabuller **1** Kap içerisindeki sıvının daima katı cisim olarak hareket edebilmesi için dönme hızındaki artış çok yavaştır. **2** Kabın taban yüzeyi dönme sırasında sıvıyla kaplı kalmaktadır (kuru noktalar yoktur).

Analiz Dönen düşey silindir tabanının merkezi orijin ($r = 0$, $z = 0$) alındığında, sıvı serbest yüzeyinin denklemi

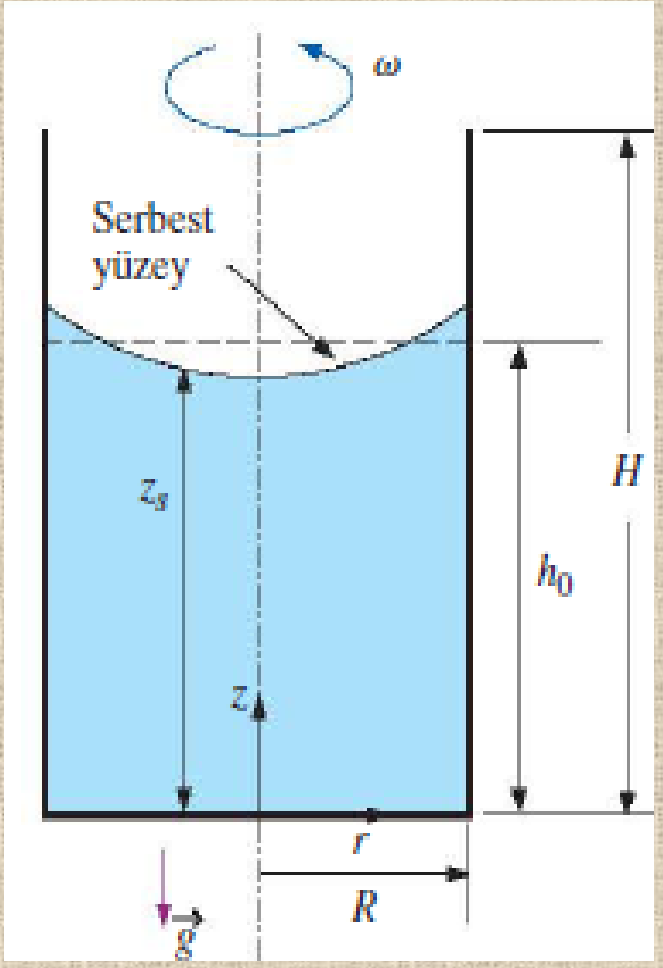
$$z_s = h_0 - \frac{\omega^2}{4g}(R^2 - 2r^2)$$

olarak verilir. Bu durumda kap kenarındaki ($r = R$) sıvı yüksekliği,

$$z_s(R) = h_0 + \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

olacaktır. Burada $h_0 = 0.5$ m olarak dönme öncesindeki sıvı yüksekliğidir. Sıvının tam dökülmeye başladığı anda kenardaki sıvı yüksekliği kabın yüksekliğine eşit ve böylece $z_s(R) = 0.6$ m olur. Son denklemden ω çekilir ve verilen değerler yerine yazılırsa, kabın maksimum dönme hızı aşağıdaki gibi bulunur:

$$\omega = \sqrt{\frac{4g(H - h_0)}{R^2}} = \sqrt{\frac{4(9.81\ \text{m/s}^2)[(0.6 - 0.5)\ \text{m}]}{(0.1\ \text{m})^2}} = \mathbf{19.8\ rad/s}$$



Bir tam dönmenin 2π radyan'a karşılık geldiği dikkate alındığında kabın dönme hızı devir/dakika olarak da ifade edilebilir:

$$\dot{n} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{19.8\ \text{rad/s}}{2\pi\ \text{rad/devir}}\left(\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{dakika}}\right) = \mathbf{189\ devir/dakika}$$

Dolayısıyla, merkezkaç etkiden dolayı sıvının boşalmasını engellemek için kabın dönme hızı 189 devir/dakika ile sınırlı tutulmalıdır.

İrdeleme Elde edilen sonucun yoğunluk veya başka bir akışkan özelliğine bağlı olmamasından dolayı burada yapılan analiz tüm sıvılar için geçerlidir. Ayrıca kap tabanında kuru nokta olmadığı varsayımının da kontrol edilmesi gerekir. Merkezdeki sıvı yüksekliği

$$z_s(0) = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{4g} = 0.4\ \text{m}$$

olarak hesaplanabilir. $z_s(0)$ pozitif olduğundan varsayım doğrulanmış olur.

Özet

- Basınç
- Basınç Ölçme Cihazları
- Akışkan Statiği
- Batmış Düz Yüzeylere Gelen Hidrostatik Kuvvetler
- Batmış Eğrisel Yüzeylere Gelen Hidrostatik Kuvvetler
- Yüzme ve Kararlılık
- Katı Cisim Hareketi Yapan Akışkanlar