



Ad Soyad:

Grup No:

Öğrenci No:

Süre: 100 dakika

Bölüm:

Tarih: 22.08.2022

Öğretim üyesi:

İmza:

1) $y'' + ay' + by = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümü $y = e^{2x}(c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x)$ dir. Buna göre $a+b$ aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 10

ör/ $y = xy' + e^{-y}$ dif. denkleminin

1) $y = 1 - x \ln x$

2) $y = x + x \ln x$

3) $y = x - x \ln x$

4) $y = 1 - \frac{x}{\ln x}$

$y = \frac{x}{\ln x} - 1$

$\frac{dx_1}{dt} = x_1 + x_2 + e^{-2t}$

$\frac{dx_2}{dt} = 4x_1 - 2x_2$

dif. denklemin sisteminin $x_1(t)$ bilinmeyeni aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $x_1(t) = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-3t}$
b) $x_1(t) = c_1 e^{-2t} + c_2 e^{-3t}$
c) $x_1(t) = c_1 e^{-2t} + c_2 e^{3t}$
d) $x_1(t) = c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t}$
e) $x_1(t) = c_1 e^{2t} + c_2 e^{4t}$

$y = x(y')^2 - y'$ dif. denkleminin uygun dönüşüm elde eder dif

$\frac{dx}{dp} + \frac{2p}{p(p-1)}x = \frac{1}{p(p-1)}$

3) Aşağıdakilerden hangisi 3. mertebeden dif. denklemin genel çözümünün oluşturan çözüm fonksiyonu grubudur?

a) $y_1 = 2x^2 + 1, y_2 = x^2 - 1, y_3 = 1$

b) $y_1 = 1, y_2 = \sin x, y_3 = -2 \sin x$

c) $y_1 = e^{-2x}, y_2 = e^x, y_3 = 4e^{-2x}$

d) $y_1 = e^{2x}, y_2 = xe^{2x}, y_3 = e^{-x}$ lineer b.

e) $y_1 = \cos x, y_2 = e^x, y_3 = 4 \cos x$

Lineer bağımsız

$\begin{vmatrix} 2x^2 & x^2 & 1 \\ 4x & 2x & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 8x - 8x = 0$

4) a ve b gerçel sayılar olmak üzere $ay'' + by' + 3y = 0$ dif. denkleminin bir çözümü $y = -2xe^{-3x}$ olduğuna göre $a+b$ aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{5}{3}$

d) $\frac{7}{3}$

e) $\frac{8}{3}$

$6a = b$

$b = 2$

$y = -2xe^{-3x}$
 $y' = -2e^{-3x} + 6xe^{-3x}$
 $y'' = 6e^{-3x} + 6e^{-3x} - 18xe^{-3x}$
 $12e^{-3x} - 18xe^{-3x}$

$-18a + 6b - 6 = 0$

$12a - 2b = 0$

$\frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3}$

$-3a + b = 1$

$6a - b = 0$

$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

$12a - 18ax - 2b + 6bx - 6x = 0$

5) $L^{-1}\{X(s)\} = y(t)$ olmak üzere $t=0$ anında sabit katsayılı lineer diferansiyel denkleme Laplace dönüşümü uygulandığında $Y(s) = \frac{3s}{s^2 + 4s + 8}$ hesaplanmıştır. Buna göre $y(t)$ çözüm fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $y(t) = 3e^{-2t} (\cos 2t + \sin 2t)$
- b) $y(t) = 3e^{2t} (\cos 2t - \sin 2t)$
- c) $y(t) = 3e^{-2t} (\cos 2t - \sin 2t)$
- d) $y(t) = 3e^{2t} (\cos 2t + \sin 2t)$
- e) $y(t) = 3e^{-2t} (\cos 2t - 2\sin 2t)$

6) $y''' + ay'' + by' + cy = 0$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$ başlangıç değer problemine Laplace dönüşümü uygulandığında $Y(s) = \frac{s^2 + 5s}{(s+1)(s^2 + 4s - 4)}$ ifadesi elde ediliyor. Buna göre $a+b+c$ aşağıdakilerden hangisidir?

- a) -1
- b) 0
- c) 1
- d) 2
- e) -2

7) $u = u(x)$ ve $v = v(x)$ olmak üzere $\begin{cases} u' = 4u - v \\ v' = -4u + 4v \end{cases}$ sisteminin çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $u(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{6x}$, $v(x) = 2c_1 e^{2x} - 2c_2 e^{6x}$
- b) $u(x) = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{6x}$, $v(x) = 2c_1 e^{-2x} - 2c_2 e^{6x}$
- c) $u(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-6x}$, $v(x) = 2c_1 e^{2x} - 2c_2 e^{-6x}$
- d) $u(x) = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-6x}$, $v(x) = 2c_1 e^{-2x} - 2c_2 e^{-6x}$
- e) $u(x) = c_1 e^{2x} - 2c_2 e^{6x}$, $v(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{6x}$

8) $y^{(5)} + 2y''' + y' = 0$ dif. denkleminin çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $y = c_1 x + (c_2 x + c_3) \sin x + (c_4 x + c_5) \cos x$
- b) $y = c_1 + (c_2 x + c_3) \sin x + (c_4 x + c_5) \cos x$
- c) $y = c_1 + (c_2 x + c_3) \sin 2x + (c_4 x + c_5) \cos 2x$
- d) $y = c_1 x^2 + (c_2 x + c_3) \sin x + (c_4 x + c_5) \cos x$
- e) $y = c_1 x^2 + (c_2 x + c_3) \sin 2x + (c_4 x + c_5) \cos 2x$

$$r^5 + 2r^3 + r = 0 \quad r_1 = 0, \quad r_{2,3} = \pm i \quad (2 \text{ kat}) \quad \left. \begin{array}{l} r^5 + 2r^3 + r = 0 \\ r(r^4 + 2r^2 + 1) = 0 \rightarrow r(r^2 + 1)^2 = 0 \end{array} \right\} y = c_1 + (c_2 x + c_3) \sin x + (c_4 x + c_5) \cos x$$

9) $2y''' + 6y'' + 8y' + 4y = 3 \sin 2x - 4e^{-x} + 8x^2 + 5 + e^{-x} \cos x$ dif. denklemi veriliyor. Aşağıdakilerden hangisi ikinci tarafı denklemin çözümü için kullanılacak fonksiyonlardan biri **değildir**?

- a) $y_0 = A \cos 2x + B \sin 2x$
- b) $y_0 = A x e^{-x}$
- c) $y_0 = e^{-x} (A \cos x + B \sin x)$
- d) $y_0 = A$
- e) $y_0 = A x^2 + B x + C$

16) $k \in \mathbb{R}$ ve $x > 0$ olmak üzere $x^2 y'' + kxy' + 3y = 0$ denkleminin bir çözümü $y = x$ 'tir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi bu denklemin bir başka çözümüdür?

- a) $y = e^x$ b) $y = e^{3x}$ c) $y = \ln x$ d) $y = x^2$ e) $y = x^3$

17) $4y' = 3y + 2\sqrt{y}$ dif. denkleminin uygun bir dönüşüm uygulanması sonucunda elde edilecek olan yeni şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $z' - z = x$ b) $z' - z = 4x$ c) $z' - \frac{3}{8}z = \frac{x}{4}$ d) $z' - \frac{3}{8}z = x$

$$y' - \frac{3}{4}y = \frac{1}{2}\sqrt{y}$$

$$\frac{y'}{\sqrt{y}} - \frac{3}{4}\sqrt{y} = \frac{1}{2}x$$

$$2 = \sqrt{y}$$

$$z' - \frac{3}{8}z = \frac{x}{4}$$

$$2z' - \frac{3}{4}z = \frac{x}{2}$$

$$z' - \frac{3}{8}z = \frac{x}{4}$$

18) $(5x^3 + By^3)dx + (2y - x^3)dy = 0$ dif. denkleminin tam dif. olması için B , aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $-\frac{x^2}{y^2}$ b) $\frac{3x^2}{y}$ c) $-xy$ d) $\frac{x^2}{y}$ e) x^2y

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow By^2 = -x^2$$

$$B = -\frac{x^2}{y^2}$$

19) $y'' + 3y' - 4y = -5e^x$ dif. denkleminin genel çözümü $y = C_1(x)e^x + C_2(x)e^{-4x}$ şeklinde ifade edildiğine göre

$C_1' = \frac{dC_1}{dx}$ türev fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- a) e^{3x} b) e^x c) e^{5x} d) 1 e) -1

20) $2y'' - y' = 0$ dif. denkleminin çözüm takımına ait Wronskien determinantı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$ b) $e^{\frac{x}{2}}$ c) 0 d) $\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}$ e) $e^{-\frac{x}{2}}$

$$2r^2 - r = 0$$

$$r(2r - 1) = 0$$

$$r_1 = 0 \quad r_2 = \frac{1}{2}$$

$$y_1 = e^{0x} = 1$$

$$y_2 = e^{\frac{x}{2}}$$

$$W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & e^{\frac{x}{2}} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$$

10) $xy' = y - \ln\left(\frac{1}{y}\right)$ diferansiyel denkleminin tekil çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $y = \ln x$ b) $y = \frac{1}{\ln x}$ c) $y = 1 + \ln x$ d) $y = \ln(1+x)$ e) $y = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

$$y = xy' + \ln\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$y = Px + \ln\left(\frac{1}{P}\right)$$

$$P' \left(x - \frac{1}{P}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{P} \\ y = 1 - \ln P \\ y = 1 - \ln\left(\frac{1}{x}\right) \end{cases} \rightarrow P = \frac{1}{x}$$

11) $y = \frac{x}{x+1}$ fonksiyonunu çözüm kabul eden diferansiyel denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $xy' = y$ b) $yy' = x$ c) $y^2y' = x^2$ d) $x^2y' = y^2$ e) $y^2y' = x$

$$y' = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$y = \frac{x}{x+1} \rightarrow y^2 = \frac{x^2}{(x+1)^2} \rightarrow (x+1)^2 = \frac{x^2}{y^2}$$

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{y^2}{x^2}$$

$$x^2y' = y^2$$

12) $(x+1)y' = y + e^x(x+1)^2$ diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\frac{y}{(x+1)^2} = e^x + C$ b) $\frac{y}{x+1} = e^x + C$ c) $\frac{y}{(x+1)^3} = e^{2x} + C$

- d) $\frac{y}{x+1} = e^{2x} + C$ e) $\frac{y}{x+1} = e^{-2x} + C$

$$y' - \frac{1}{x+1}y = e^x(x+1)$$

$$\ln \lambda = \int -\frac{1}{x+1} dx = -\ln(x+1)$$

$$\lambda = \frac{1}{x+1}$$

$$\frac{1}{x+1}y' - \frac{1}{(x+1)^2}y = e^x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x+1}y\right) = e^x$$

$$\frac{1}{x+1}y = e^x + C$$

13) $yy'' + (y')^2 = 0$ dif. denkleminin çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $y = C_1x + C_2$ b) $y = C_1x^2 + C_2$ c) $y = C_1e^x + C_2$
d) $y^2 = C_1x + C_2$ e) $y^2 = C_2e^{C_1x}$

14) $y'' + 2y' = 0$ dif. denkleminin $x=0$ noktası civarında kuvvet serisi çözümü için elde edilen rekürans bağıntısı aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $a_n = \frac{2}{n}a_{n-1}$ b) $a_n = \frac{1}{n}a_{n-1}$ c) $a_n = \frac{3}{n}a_{n-1}$ d) $a_n = -\frac{2}{n}a_{n-1}$ e) $a_n = -\frac{1}{n}a_{n-1}$

$$y = e^x (C_1x^2 + C_2x + C_3) + C_4e^{-2x}$$

15) $y^{(4)} - y''' - 3y'' + 5y' - 2y = 0$ diferansiyel denkleminin ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) Karakteristik denkleminin çakışık köke sahiptir. ✓
b) Karakteristik denkleminin kompleks köke sahiptir. ✗
c) Genel çözümünde 3 tane sabit vardır. ✗
d) Karakteristik denkleminin reel kökü yoktur. ✗
e) Karakteristik denkleminin köklerinden birisi 2 dir. ✗

$$r^4 - r^3 - 3r^2 + 5r - 2 = 0$$

$$r_1 = 1, r_2 = 1, r_3 = 1, r_4 = -2$$

$$r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2 = 0$$

1	-1	-3	5	-2
1	1	0	-3	2
1	0	-3	2	0
1	1	1	-2	
1	1	-2	0	

sove $y'' + ay' + by = 0$ diff. derv. genel çözüm

$$y = e^{2x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) \quad a+b=?$$

$$\rightarrow r_{1,2} = 2 \mp 2i$$

$$(r - r_1)(r - r_2) = 0$$

$$[r - (2 - 2i)][r - (2 + 2i)] = 0$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$$r^2 - (2+2i)r - (2-2i)r + \underbrace{(2-2i)(2+2i)} = 0$$

$$r^2 - 2r - 2ir - 2r + 2ir + 4 + 4$$

$$r^2 - 4r + 8 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a = -4 \\ b = 8 \end{array} \right\} -4 + 8 = 4$$

$$y'' + ay' + by = 0$$

sove $y = xy' + e^{-y}$ diff. denkleminin tekil çözümü?

$$y' = p \quad \left| \begin{array}{l} y = px + e^{-p} \\ p = y' = \frac{dp}{dx} x + p - \frac{dp}{dx} e^{-p} \end{array} \right.$$

Clairaut

$$x - e^{-p} = 0$$

$$\begin{cases} x = e^{-p} \\ y = pe^{-p} + e^{-p} \\ = e^{-p}(p+1) \end{cases}$$

$$\frac{dp}{dx} (x - e^{-p}) = 0$$

$$x = e^a \Rightarrow a =$$

$$x = e^{-p} \Rightarrow p = -\ln x$$

$$\boxed{y = x(-\ln x + 1)}$$

sove $y' = -e^x + 3y - e^{-x}y^2$ $y_1 = e^x$ ol. gen. Bernoulli diff?

$$\boxed{y = y_1 + u}$$

$$c) u' + u = -e^{-x}u^2$$

$$d) u' + u = e^{-x}u^2$$

$$e) u' - u = e^x u^2$$

$$a) u' - u = -e^{-x}u^2$$

$$b) u' - u = e^{-x}u^2$$