

$$ömek = y'' = \tan y + \tan^3 y \quad \left(y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \right)$$

* Bağımlı isemayen diff. denk.

$$y' = P; \quad y'' = P \frac{dP}{dy} \quad \checkmark$$

$$P \frac{dP}{dy} = \tan y + \tan^3 y$$

$$\int P dP = \int (\tan y + \tan^3 y) dy$$

$$\int P dP = \int \underbrace{\tan y}_{du} (1 + \underbrace{\tan^2 y}_{du}) dy$$

$$\frac{P^2}{2} = \frac{\tan^2 y}{2} + \frac{C_1}{2} \rightarrow P^2 = \tan^2 y + C_1$$

$$P = \sqrt{\tan^2 y + C_1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\tan^2 y + C_1} \quad x = \frac{\pi}{4} \checkmark \quad y = 0 \checkmark \quad y' = 1 \checkmark$$

$$1 = \sqrt{\tan^2 0 + C_1} \Rightarrow C_1 = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\tan^2 y + 1} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 y}} = \frac{1}{\cos y}$$

$$\int \cos y dy = \int dx$$

$$\sin y = x + C_2$$

$$x = \frac{\pi}{4}, y = 0 \Rightarrow \underbrace{\sin 0}_0 = \frac{\pi}{4} + C_2 \Rightarrow C_2 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\downarrow \sin y = x - \frac{\pi}{4}$$

$$\boxed{y = \arcsin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$\left. \begin{aligned} 1. y'' + 3y' - 4y &= -5e^x \\ y &= C_1 e^x + C_2 e^{-4x} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{dC_2}{dx} = ?$$

$$\left. \begin{aligned} C_1' e^x + C_2' e^{-4x} &= 0 \\ -C_1' e^x + 4C_2' e^{-4x} &= +5e^x \end{aligned} \right\}$$

$$\cancel{C_2' e^{-4x}} = \cancel{5e^x} \rightarrow C_1' = e^{5x} = \frac{dC_2}{dx}$$

Bağımsız değişkeni
SORU 9: $y'' + y(y')^2 = 0$ diferansiyel denkleminin $y(1) = -1$, $y'(1) = 1$ başlangıç koşullarını sağlayan çözümündeki c_1 parametresinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a) $c_1 = \frac{1}{2}$
b) $c_1 = -\frac{1}{2}$
c) $c_1 = 2$
d) $c_1 = -1$
e) $c_1 = 1$

$y = p$
 $y' = p \frac{dp}{dy}$
 $p \frac{dp}{dy} + y p^2 = 0$
 $p(\frac{dp}{dy} + y p) = 0$
 $\frac{dp}{dy} + y p = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dy} = -y p$
 $\int \frac{dp}{p} = \int -y dy$
 $\ln p = -\frac{y^2}{2} + C_1$
 $x=1, y=-1, y'=1$
 $\ln 1 = -\frac{(-1)^2}{2} + C_1 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} + C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2}$

SORU 10: $x^3 y'' - y' = x^4 e^{2x}$ diferansiyel denkleminin uygun bir dönüşüm ile lineer diferansiyel denkleme dönüşmüş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

a) $p' - \frac{1}{x} p = x^4 e^{2x}$
b) $p' + \frac{1}{x} p = x^4 e^{2x}$
c) $p' - \frac{1}{x} p = x^2 e^{2x}$
d) $p' - \frac{1}{x^3} p = x e^{2x}$
e) $p' - \frac{1}{x^2} p = x^2 e^{2x}$

Bağımsız değişkeni
 $y' = t$
 $y'' = t'$
 $x^3 t' - t = x^4 e^{2x}$
 $t' - \frac{t}{x^3} = x e^{2x}$
 $p' - \frac{1}{x^3} p = x e^{2x}$

Bağımsız değişkeni

SORU 11: $y' y'' - y(y')^3 = (y')^2 y$ diferansiyel denkleminin y' türevinin çözümlerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y' = e^y - 1$
b) $y' = e^y + 1$
c) $y' = e^{\frac{y^2}{2}} - 1$
d) $y' = e^{\frac{y}{2}} + 1$
e) $y' = e^{\frac{y}{2}} - 1$

$y' = p$
 $y'' = p \frac{dp}{dy}$
 $p^2 \frac{dp}{dy} - y p^3 = p^2 y$
 $\frac{dp}{dy} - y p = y$
 $\frac{dp}{dy} = y p + y \Rightarrow \frac{dp}{dy} = y(p+1)$
 $\int \frac{dp}{p+1} = \int y dy \Rightarrow \ln(p+1) = \frac{y^2}{2}$
 $p+1 = e^{\frac{y^2}{2}}$
 $p = e^{\frac{y^2}{2}} - 1$
 $y' = e^{\frac{y^2}{2}} - 1$

$r^2 + 4 = 0$ $r_{1,2} = \pm 2i$ $y_h = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$
SORU 12: $y'' + 4y = 3 \sin(Nx)$, $y(0) = 1$ $N \neq 2$
 $y'(0) = M$ başlangıç değer probleminin çözümü $y = \cos 2x + \sin 2x + \sin Nx$ olarak veriliyor.
 $M + N$ değeri aşağıdakilerden hangisidir? $N=1$

a) 4
b) 0
c) 2
d) 1
e) -1

$y = \cos 2x + \sin 2x + \sin Nx$
 $y' = -2 \sin 2x + 2 \cos 2x + N \cos Nx$
 $x=0$
 $\cos 0 + \sin 0 + \sin 0 = 1$
 $-2 \sin 0 + 2 \cos 0 + N \cos 0 = M$
 $-2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + N \cdot 1 = M$
 $2 + N = M$
 $N=1$

SORU 13: $(y'' - 4y') + 3y = 2xe^x$ diferansiyel denkleminin $y = u(x)e^x$ dönüşümü uygulanırsa ortaya çıkan diferansiyel denklemin aşağıdakilerden hangisi olur?

a) $u'' + u' - u = 2x + 1$
b) $u'' - 3u' = -3x - 1$
c) $u'' + 2u' = x - 1$
d) $u'' - 2u' = 2x$
e) $u'' + 3u' - u = x + 1$

$y = u e^x$
 $y' = u' e^x + u e^x$
 $y'' = u'' e^x + 2u' e^x + u e^x$
 $u'' e^x + 2u' e^x + u e^x - 4(u' e^x + u e^x) + 3u e^x = 2x e^x$
 $u'' e^x + 2u' e^x + u e^x - 4u' e^x - 4u e^x + 3u e^x = 2x e^x$
 $u'' e^x - 2u' e^x - u e^x = 2x e^x$
 $u'' - 2u' - u = 2x$

SORU 14:

$y''' - 6y'' + 13y' = e^{3x} \sin 2x + \cos x + 5x + 4$
diferansiyel denklemin için aşağıdaki özel çözümlerden hangisi önerilir? $r^3 - 6r^2 + 13r = 0$ $r(r-6)(r-13) = 0$

a) $y_0 = e^{3x} (A \sin 2x + B \cos 2x) + C \cos x + x(Dx + E)$
b) $y_0 = e^{3x} x (A \sin 2x + B \cos 2x) + C \cos x + D \sin x + Ex + F$
c) $y_0 = e^{3x} A \sin 2x + B \cos x + Cx + D$
d) $y_0 = e^{3x} (A \sin 2x + B \cos 2x) + C \cos x + D \sin x + x(Ex + D)$
e) $y_0 = e^{3x} x (A \sin 2x + B \cos 2x) + C \cos x + D \sin x + Ex + F$

SORU 15: İkinci mertebeden bir lineer diferansiyel denklemin parametrelerin değişimi yöntemi ile çözümünde

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-5x}$$

$$C_1' e^{3x} + C_2' e^{-5x} = 0$$

$$3C_1' e^{3x} - 5C_2' e^{-5x} = \arcsin e^x$$

denklemleri elde edildiğine göre bu diferansiyel denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- a) $y'' - 2y' - 15y = \arcsin e^x$
b) $y'' + 2y' - 15y = \arcsin e^x$
 c) $y'' - 2y' + 15y = \arcsin e^x$
 d) $y'' + 2y' + 15y = \arcsin e^x$
 e) $y'' + 8y' + 15y = \arcsin e^x$

$$C_1' e^{-5x} + C_2' e^{3x} = \arcsin e^x$$

$$-5C_1' e^{-5x} + 3C_2' e^{3x} = \arcsin e^x$$

SORU 16: $y'' + 3y' - 4y = -5e^x$ diferansiyel denkleminin genel çözümü $y = C_1(x)e^x + C_2(x)e^{-4x}$ şeklinde ifade edildiğine göre $C_2'(x) = \frac{dC_2}{dx}$ türev fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- a) e^{3x}
 b) e^{2x}
 c) e^x
 d) e^{4x}
e) e^{5x}

$$C_1' e^x + C_2' e^{-4x} = 0$$

$$-C_1' e^x - 4C_2' e^{-4x} = -5e^x$$

$$C_2' e^{-4x} = \frac{1}{5} e^x$$

$$C_2' = e^{5x}$$

SORU 17: $x^2 y'' - 7xy' + 7y = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-7x}$
 b) $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$
c) $y = C_1 x + C_2 x^7$
 d) $y = \frac{C_1}{x} + \frac{C_2}{x^2} \ln|x|$
 e) $y = \frac{C_1}{x} + C_2 x^7$

$$x = e^t \quad y' = e^{-t} \frac{dy}{dt}$$

$$y'' = e^{-2t} \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$e^{2t} (e^{-2t} \frac{d^2 y}{dt^2} - 7e^{-t} \frac{dy}{dt} + 7y) = 0$$

$$(D^2 - 7D + 7)y = 0$$

$$D^2 - 8D + 7 = 0$$

$$r_1 = 1, r_2 = 7$$

$$y = C_1 e^x + C_2 x^7$$

SORU 18: $y = xy' - e^{y'}$ diferansiyel denkleminin tekil çözümünü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $y = x \ln x + x$
 b) $y = x + \ln \frac{1}{x}$
 c) $y = 1 - \frac{x}{\ln x}$
d) $y = x \ln x - x$
 e) $y = \frac{x}{\ln x} - x$

$$y = xy' - e^{y'}$$

$$y = Px - e^P$$

$$y' = P \quad y = Px - e^P$$

$$P' (x - e^P) = 0$$

$$x - e^P = 0 \Rightarrow P = \ln x$$

$$y = x \ln x - x$$

SORU 19: $(5x^3 + Ay^3)dx + (2y - x^3)dy = 0$ diferansiyel denkleminin tam diferansiyel denklem olması için A aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- a) $-\frac{x^2}{y^2}$**
 b) $\frac{3x^2}{y}$
 c) $-xy$
 d) $\frac{x^2}{y}$
 e) $x^2 y$

$$\beta y^2 A = -\beta x^2$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \beta A y^2 = \frac{\partial N}{\partial x} = -\beta x^2$$

$$A = -\frac{x^2}{y^2}$$

SORU 20: $y = x(y')^2 + y'$ diferansiyel denkleminin uygun dönüşüm yapıldıktan sonra elde edilen lineer diferansiyel denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\frac{dx}{dp} - \frac{2p}{p(p-1)} x = \frac{1}{p(p-1)}$
 b) $\frac{dx}{dp} + \frac{2p}{p-1} x = \frac{1}{p-1}$
 c) $\frac{dx}{dp} + \frac{p}{p(p-1)} x = \frac{2}{p(p-1)}$
 d) $\frac{dx}{dp} - \frac{p}{p(p-1)} x = -\frac{1}{p(p-1)}$
e) $\frac{dx}{dp} + \frac{2p}{p(p-1)} x = -\frac{1}{p(p-1)}$

$$y = x(y')^2 + y'$$

$$y = Px^2 + P$$

$$y' = 2P \frac{dx}{dp} x + P^2 + \frac{dP}{dx}$$

$$\frac{dx}{dp} (2P^2 + 1) + P^2 - P = 0$$

$$(P^2 - P) \frac{dx}{dp} + 2Px + 1 = 0$$

$$\frac{dx}{dp} + \frac{2P}{P^2 - P} x = -\frac{1}{P^2 - P}$$

$$\frac{dx}{dp} + \frac{2P}{P(P-1)} x = -\frac{1}{P(P-1)}$$

Başarılar..