1

31.03.2021

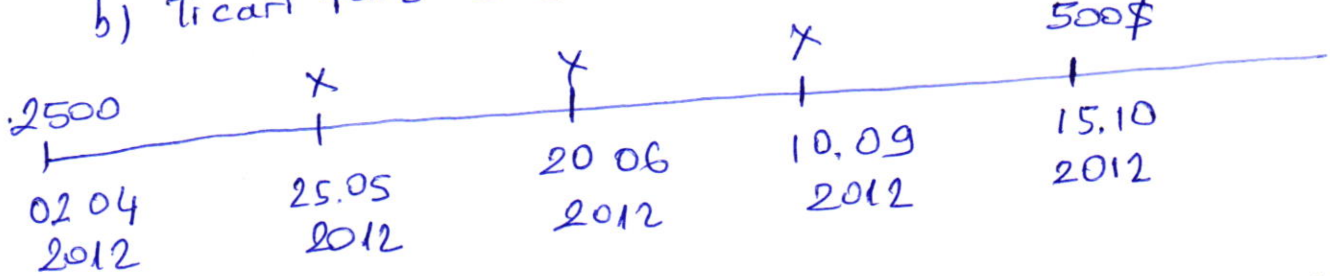
FİNANS MATEMATİĞİNE GİRİŞ

Problem 1

02.04.2012de alınan 2500\$lik bir borç 25.05.2012, 20.06.2012 ve 10.09.2012de üç eşit ödeme ve 15.10.2012de 500\$lik son bir ödeme ile ödenecektir. (odak tarihini) karşılaştırma tarihini 15.10.2012 ve geçerli yıllık basit faiz oranının %9 olduğunu kabul ediniz. Eşit ödeme miktarını

a) Tam süre ve tam faiz uygulamasına göre

b) Ticari faiz ve yaklaşık süre uygulamasına göre bulunuz.



02.04.2012 – 15.10.2012

3→30 Nisan, 30−3+1=28; Mayıs 31; Haziran 30; Temmuz 31; Ağustos 31; Eylül 30; Ekim 15 = 196

25.05.2012 – 15.10.2012

Mayıs 31−26+1 = 6; Haziran 30; Temmuz 31; Ağustos 31; Eylül 30; Ekim 15 = 143

20.06.2012 – 15.10.2012

Haziran 30−21+1=10; Temmuz 31; Ağustos 31; Eylül 30; Ekim 15 = 117

10.09.2012 – 15.10.2012

Eylül 30−11+1; Ekim 15 = 35

$$2500\left(1+0.09\frac{196}{366}\right) = X\left(1+0.09\frac{143}{366}\right) + X\left(1+0.09\frac{117}{366}\right) + X\left(1+0.09\frac{35}{366}\right) + 500$$

$X = 690,1427$ bulunur.

$\boxed{2}$

b) Ticari faiz yaklaşık süre uygulaması

02.04.2012 – 15.10.2012

Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül	Ekim	
30−2+1=29	30	30	30	30	30	14	=193

25.05.2012 – 15.10.2012

Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül	Ekim	
30−25+1=6	30	30	30	30	14	=140

20.06.2012 – 15.10.2012

Haziran	Temmuz	Ağusto	Eylül	Ekim	
30−20+1 = 11	30	30	30	14	= 115

10.09.2012 – 15.10.2012

Eylül	Ekim	
30−10+1 = 21	14	=35

$$2500\left(1+0.09\,\frac{193}{360}\right)=X\left(1+0.09\,\frac{140}{360}\right)+X\left(1+0.09\,\frac{115}{360}\right)+X\left(1+0.09\,\frac{35}{360}\right)+500$$

$$X=690,1952\ \$$$

Problem 2

$A(t)$ Tutar fonksiyonu $0\le t\le 2$ ikinci dereceden bir polinomdur. ve $A(0)=100$ $A(1)=108$ ve $A(2)=128$ dir. Buna göre aşağıdakileri belirleyiniz

a) i_2

b) $t=0.5$ $t=1.5$ arasındaki eşdeğer iskonto oranını

c) $\delta_{1.5}$

d) $t=1.25$ anında ödenen 1 \$'ın $t=0.75$ anındaki değerini

$\boxed{3}$

$A(t) = at^2 + bt + c$

$A(0) = c = 100 \quad A(1) = a+b+c = a+b+100 = 108 \Rightarrow a+b=8$

$A(2) = 4a+2b+c = 128 \Rightarrow 4a+2b+100=128 \quad 4a+2b=28 \quad 2a+b=14$

$\begin{array}{l} a+b=8 \\ 2a+b=14 \end{array} \Rightarrow a=6 \quad b=2$ elde edilir.

$A(t) = 6t^2+2t+100$ olur.

a) $i_2 = \dfrac{A(2)-A(1)}{A(1)} = \dfrac{128-108}{108} \cong 0.185$

b) $d = \dfrac{A(1.5)-A(0.5)}{A(1.5)} = \dfrac{116.5-102.5}{116.5} = 0.12$

c) $\delta_{1.5} = ? \quad \delta = \dfrac{A'(t)}{A(t)} = \dfrac{12t+2}{6t^2+2t+100} = \dfrac{12.(1.5)+2}{6(1.5)^2+2(1.5)+100}$

$= \dfrac{20}{116.5} \cong 0.1716$

d) $A(1.25) = 6(1.25)^2 + 2(1.25)+100 = 111.875$

$A(0.75) = 6(0.75)^2 + 2.(0.75)+100 = 104.875$

$111.875 \quad 1\$$

$104.875 \quad x\$$

$x = \dfrac{104.875}{111.875} = 0.9374$

ya da 2. yol.

$i = \dfrac{A(1.25)-A(0.75)}{A(0.75)} = 0.0667$

Başlangıç taki değer $A(1+i)^{-1} = 1(1+0.0667)^{-1}$

$= 0.9372$

4 Ahmet bir banka hesabına 100$ para yatırıyor. Bu hesap %4'lük altı aylığa dönüştürülebilen faiz oranı ile işletiliyor. Aynı zamanda Ali de farklı bir hesaba 100$ yatırıyor. Ali'nin hesabında δ anlık faizle işletiliyor. 7 sene 3 ay sonra her ikisinin hesabındaki tutar eşit olmaktadır. Buna göre δ'yı hesaplayınız.

$$7 \text{ sene } 3 \text{ ay} = 7 + \underbrace{\frac{1}{4}}_{\text{üç ayın yıl cinsinden değeri}} = \frac{29}{4} \text{ yıl}$$

$$\underbrace{\cancel{100}\left[\underbrace{\left[\left(1+\frac{0.04}{2}\right)^2\right]}_{\text{1 yıllık birikimli değer}}\right]^{29/4}}_{\text{7 sene 3 aylık birikimli değer}} = \cancel{100}\, e^{\delta \cdot \frac{29}{4}}$$

$$(1+0.02)^{29/2} = e^{\frac{29\delta}{4}}$$

$$(1.02)^{29/2} = e^{\frac{29}{4}\delta}$$

$$\ln(1.02)^{29/2} = \frac{29\delta}{4} \underbrace{\ln e}_{1}$$

$$\frac{29}{2}\ln(1.02) = \frac{29}{4}\delta$$

$$\delta = 0.0396$$

Problem

$\boxed{5}$ A yatırımcısı bir banka hesabına bir miktar para yatırıyor; ilk 6 sene için üç aylığa dönüştürülebilen %12 nominal iskonto oranı, bundan sonraki 4 sene için ise altı aylığa dönüştürülebilen %8 nominal faiz oranı geçerlidir. Buna göre 10 senelik bu finansal yatırım için, eşdeğer yıllık efektif faiz oranını bulunuz.

$$\underbrace{\left(\underbrace{\left(1-\frac{d^{(4)}}{4}\right)^{-4}}_{\text{1 yıllık iskontolu birikimli değer}}\right)^{6}}_{\text{6 yıllık iskontolu birikimli değer.}} \left(1+\frac{i^{(2)}}{2}\right)^{4.2} = (1+i)^{10}$$

$$\left(1-\frac{0.12}{4}\right)^{-24}\left(1+\frac{0.08}{2}\right)^{8} = (1+i)^{10}$$

$$(1-0.03)^{-24}(1+0.04)^{8} = (1+i)^{10}$$

$$(0.97)^{-24}(1.04)^{8} = (1+i)^{10}$$

$$\log(0.97)^{-24} + \log(1.04)^{8} = 10\log(1+i)$$

$$-24\underbrace{\log(0.97)}+8\log(1.04) = 10\log(1+i)$$

$$-24.(-0.0132)+8(0.017)$$

$$\frac{0.3168+0.136}{10} = \log(1+i)$$

$$0.04528 = \log(1+i)$$

$$10^{0.04528} = 1+i$$

$$1.103 = 1+i \qquad i = 0,103$$

6

Problem

Bir araba almak için 2 seçeneğiniz mevcuttur.

Seçenek 1 13000 $ nakit ödeyerek

Seçenek 2 1 senenin sonunda 7500 $ 2 senenin sonunda 6000 $, 3. senenin sonunda 1000 $ Aylığa dönüştürülebilir nominal %12 faiz oranı altında hangi seçeneğin karlı olduğu kararını veriniz.

$i^{(12)} = \%12$

$$\text{Peşin değer} = \underbrace{7500\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-12}}_{\text{Birinci yılın birikimli değerini başlangıca çevirdik}} + \underbrace{6000\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-24}}_{\text{İkinci yılı başlangıca çevirdik}}$$

$$+1000\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-36}$$

$$= 7500(1+0.01)^{-12} + 6000(1+0.01)^{-24} + 1000(1+0.01)^{-36}$$

$$= 7500\underbrace{(1.01)^{-12}}_{0.887} + 6000\underbrace{(1.01)^{-24}}_{0.787} + 1000\underbrace{(1.01)^{-36}}_{0.698}$$

$$= 6655.87 + 4725.39 + 698.92$$

$$= 12080.18 < 13000$$

2 Seçenek daha karlı

Problem Mehmet bir banka hesabına bir miktar para yatırmıştır. Geçerli olacak faiz oranları sırasıyla aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Yatırım Periyodu	Faiz çeşidi	Faiz oranı
İlk iki sene için	Aylığa dönüştürülebilen nominal	%12
Sonraki 1 sene 3 ay	Basit iskonto	%9
Sonraki 1 sene 6 ay	Basit faiz	%7
Sonraki 1 sene 3 ay	Üç aylığa dönüştürülebilen nom. iskonto	%8

7

Bu altı senelik finansal yatırım için eşdeğer yıllık efektif faiz oranını bulunuz.

$$X\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{12\cdot 2}\left(1-0.09\left(1+\frac{1}{4}\right)\right)^{-1}\left(1+0.07\left(1+\frac{1}{2}\right)\right)$$

$$\left(1-\frac{0.08}{4}\right)^{-4\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)} = X(1+i)^6$$

$$X(1+0.01)^{24}\left(1-0.09\cdot\frac{5}{4}\right)^{-1}(1+0.07\cdot(1.5))\,(1-0.02)^{-5} = X(1+i)^6$$

$$\cancel{X}(1.01)^{24}(0.8875)^{-1}\,1.105\,(0.98)^{-5} = \cancel{X}(1+i)^6$$

$$1.269 \quad 1.1267 \cdot 1.105 \quad 1.106 = (1+i)^6$$

$$(1.747)^{1/6} = 1+i$$

$$1.097 = 1+i$$

$$\boxed{i = 0.097}$$

problem

Başlangıçta yatırılan 1000 TL'nin 5 yıl sonunda 1800 olduğuna göre 3 aylığa dönüştürülebilen yıllık nominal faiz ne olmalıdır?

$$1000\left(\left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^4\right)^5 = 1800$$

$$\left(1+\frac{i^{(4)}}{4}\right)^{20} = 1.8$$

$$1+\frac{i^{(4)}}{4} = (1.8)^{1/20}$$

$$1+\frac{i^{(4)}}{4} = 1.0298$$

$$i^{(4)} = 4\cdot(0.0298)$$

$$= 0.1192$$

Problem

Anlık faiz oranı $\delta_t = \frac{t^3}{1000}$ ile verilsin. Bu anlık faiz oranına göre 4cü yılın sonunda yatırılan 20000TL nın bugünkü değeri nedir?

$$20000\, e^{\int_4^0 \frac{t^3}{1000} dt} = 20.000\, e^{\left.\frac{t^4}{4000}\right|_4^0} = \cancel{20000\left(e^{0} - e^{\frac{256}{4000}}\right)}$$

$$20.000\,(\underbrace{1e^{0-\frac{256}{4000}}}_{0.938}) = 18760.22 \text{ TL olmalı}$$

Problem.

Ahmet bir fona yatırım yapmak istemektedir. Bu fonda geçerli faiz oranı ilk 5 yıl için i sonraki yıllar için $\frac{3}{2}i$ dir. Ahmetin parası 20.ci yılın sonunda 6.18 katına; ~~katına~~ 40. yılın sonunda 28.44 katına çıktığına göre ~~göre~~ $2000i = ?$

$$X(1+i)^5\left(1+\tfrac{3}{2}i\right)^{15} = 6.18X$$

$$X(1+i)^5\left(1+\tfrac{3}{2}i\right)^{35} = 28.44X$$

Taraf tarafa oranlanırsa

$$\frac{1}{\left(1+\frac{3}{2}i\right)^{20}} = \frac{6.18}{28.44}$$

$$\left(1+\tfrac{3}{2}i\right)^{20} = \frac{28.44}{6.18} = 4.6$$

$$1+\tfrac{3}{2}i = (4.6)^{1/20} = 1.0793$$

$$\tfrac{3}{2}i = 0.0793$$

$$i = 0.0528 \Rightarrow 2000i = 105.749$$