1

3.11.2020

OYUNLAR TEORİSİNE GİRİŞ

Örnek: Aşağıda verilen iki kişili oyun matrisi iki kişilik bir oyun belirtmektedir. Mahkum stratejilerin elenmesi yöntemiyle bu oyunun değerini bulunuz.

	C_1	C_2	C_3	C_4
R_1	(4,2)	(3,4)	(1,2)	(7,2)
R_2	(3,8)	(2,4)	(0 2)	(5,5)
R_3	(5,1)	(5,3)	(0,1)	(5,0)

Not: kesinlikle Mahkum stratejilerin elenmesi yöntemi işe yaramıyor ise Nash Dengesine bakılır. oyunda kesinlikle Mahkum stratejilerin elenmesi yöntemi ile denge varsa bu aynı zamanda Nash dengesidir. Tersi geçerli değildir.

Çözüm: Bu matris oyunundaki stratejiler arasındaki baskınlıkları incelersek; Matrisin birinci satırındaki ilk bileşenler ikinci satırdaki ilk bileşenlerden üstün olduğu için oyun matrisi aşağıdaki şekilde olacaktır.

	C_1	C_2	C_3	C_4
R_1	(4,2)	(3,4)	(1,2)	(7,2)
~~R_3~~	~~(5,1)~~	~~(5,3)~~	~~(0,1)~~	~~(5,0)~~

[9] diğer oyuncu rakibin seçtiğinin tersini seçerse daha kötü olurum ortaya çıkar.

27 salı
28 çrş
29 perş
30 cum
31 cts
1 pazar
2 pzt
3 salı

2

Benzer şekilde matrisin ikinci sütunundaki ikinci bileşenler diğer sütunlardaki ikinci bileşenlerden büyük eşittir. Buna göre yeni oyun matrisimiz

	C_2
R_1	(3, 4)
R_3	(5, 3)

Devam edersek matrisin 1ci satırındaki ilk bileşen ikinci satırdaki ilk bileşenden küçük olduğu için R_3 stratejisi R_1'e tercih edilir.

Son durum

	C_2
R_3	(5, 3)

yapısına indirgenir. İlk elemeyi 2.ci oyuncu yapsaydı da sonuç değişmiyecekti. Buradan da anlaşıldığı üzere oyuncuların oynama sırasının oyunun sonucu açısından bir önemi yoktur. Sonuç olarak hiç bir oyuncunun stratejisini değiştirmeyeceği $v = (R_3, C_2)$ durumu oyunun denge durumudur.

[3]

Örnek: Aşağıda A ve B gibi iki uçak şirketi Ankara-İstanbul arasında faaliyette bulunmaktadır. Her iki şirketin amacı da mümkün olduğu kadar çok yolcu taşımaktır. Yolcu sayısını artırmak isteyen şirketlerin aşağıda belirttiğimiz şekilde hareket edebileceklerini farz edelim.

A ve B şirketlerinin stratejileri aşağıdaki gibidir.

A_1, B_1: Müşteri çekmek için hiç bir şey yapmamak

A_2, B_2: Uçuş süresince film göstermek

A_3, B_3: Günlük gazetelerde reklam yapmak

A ve B şirketlerine ait kazançları aşağıdaki matriste gibi gösterebiliriz.

	B_1	B_2	B_3
A_1	(0, 0)	(100, 80)	(200, 100)
A_2	(100, 50)	(50, 0)	(50, 100)
A_3	(350, 150)	(125, 100)	(350, 200)

Mahkum stratejilerinin elenmesi yöntemi ile oyunun dengesini bulunuz.

Çözüm;

Oyuna A şirketinin başladığını düşünelim.

$A_3 > A_1 \Rightarrow A_1$ elenir. A şirketinin optimal

$A_3 > A_2 \Rightarrow A_2$ elenir. stratejisi A_3 tür.

4 A şirketi için optimal stratejiye ulaşılmıştır.

B şirketi için

$B_3 > B_1$ B_1 elenir

$B_3 > B_2$ B_2 elenir.

Sonuç olarak hiçbir şirket stratejisini değiştirmeyeceği için denge durumu (A_3, B_3) dür. Bu durumda A ve B şirketinin elde edeceği kazançları aşağıdaki gibi gösterebiliriz

$$H_A(A_3, B_3) = 350 \qquad H_B(A_3, B_3) = 200$$

Bu sonuçlardan anlaşılacağı üzere oyunun galibi A şirketidir. Hiç bir oyuncu rakibi değiştirmedikçe stratejisini değiştirmekle kazancını artıramaz.

İki kişili ve 2x2 stratejiye sahip oyunun cebirsel çözümü

Tepe noktası bulunmayan iki kişili sabit olmayan toplamlı oyunlarda oyunun çözümü için aşağıdaki formüllerden yararlanılır.

Satır oyuncusu stratejileri	Sütun oyuncusu stratejileri	
	q C_1	C_2 $1-q$
p R_1	(A, a)	(B, b)
$1-p$ R_2	(C, c)	(D, d)

$\boxed{5}$

$$p.a + (1-p)c = p.b + (1-p)d$$

$$pa + c - pc = pb + d - pd$$

$$pa - pc - pb + pd = d - c$$

$$p(a - c + d - b) = d - c$$

$$p = \frac{d-c}{a-b-(c-d)}$$

$$qA + (1-q)B = qC + (1-q)D$$

$$qA + B - qB = qC + D - qD$$

$$qA - qB - qC + qD = D - B$$

$$q = \frac{D-B}{A-B-(C-D)}$$

Satır oyuncusu stratejileri	Sütun oyuncusu stratejileri q	1-q
	C_1	C_2
p R_1	(3,1)	(2,4)
1-p R_2	(2,2)	(3,1)

$$p + 2(1-p) = 4p + 1(1-p) \qquad \boxed{p = 1/4}$$

$$p + 2 - 2p = 4p + 1 - p \qquad 2 - p = 3p + 1$$

$$1 = 4p$$

$\boxed{6}$ $q3+(1-q)2 = 2q+3(1-q)$

$3q+2-2q = 2q-3q+3$

$q+2 = -q+3$

$2q=1$ $\boxed{q=1/2}$

$V_{satır} = qA+(1-q)B = \frac{1}{2}.3+\frac{1}{2}2 = \frac{3}{2}+1 = \frac{5}{2}$

$V_{sütun} = p.a+(1-p)c = \frac{1}{4}.1+\frac{3}{4}.2 = 7/4$

ÖRNEK
Aşağıda verilen iki kişili ve 2x2 stratejiye sahip oyun için oyuncuların stratejilerinin frekanslarını ve her bir oyuncu için oyunun değerini hesaplayın.

Satır oyuncusunun stratejileri		Sütun oyuncusunun stratejileri	
		C_1 q	C_2 $1-q$
p	R_1	(1,4)	(0,0)
$1-p$	R_2	(0,0)	(4,1)

1 denklem $q.1+0.(1-q) = 0q+4(1-q)$

$q = 4-4q$ $\boxed{q=4/5}$

$4p = 1(1-p)$ $V_{satır} = 4/5$

$5p=1$ $\boxed{p=1/5}$ $V_{sütun} = 4/5$

$\boxed{7}$

İki kişili ve NxM stratejiye sahip oyunların çözümü

Tepe Noktası bulunmayan iki kişili sabit olmayan toplamlı NxM stratejiye sahip oyunların çözümü için oyuncular için her bir strateji için kendi çıkarını maksimize edecek stratejinin sonuçlarının altı çizilir. Her iki sonucu çizilen stratejiler Nash dengesi stratejileri olarak adlandırılırlar.

Örnek Aşağıdaki matris iki kişilik bir oyun belirlemektedir. Bu matris oyununun Nash dengesini bulunuz.

	L	C	R
T	(3 3)	(2,1)	(3,1)
M	(2 4)	(2 4)	0 4
B	(1.5)	(0 2)	(6 5)

yukarıdaki matris oyununa bakıldığında kesinlikle mahkum stratejilerinin elenmesi yöntemiyle bir dengeye ulaşmadığı açıkça görülmektedir.

1. oyuncunun en iyi cevap fonksiyonunu bulmak için her sütun (2.ci oyuncunun strateji seçimi) incelenecek ve en iyi satır bulunacak

Görüldüğü gibi ikinci oyuncunun C stratejisine 1ci oyuncu 2 adet strateji ile cevap verecek. Aynı yöntem ile 2.ci oyuncunun en iyi cevapları bulunabilir.

$\boxed{7}$ Aşağıda verilen iki kişili ve 2x2 stratejiye sahip oyun için oyuncuların stratejilerinin

8

Her satırda (1. oyuncunun seçimi) en iyi cevapları gösterirsek. yukarıdaki tabloda her iki ihtimalin altı çizili ise denge durumu elde edilmiş olur. Bu oyunda 3 adet Nash dengesi vardır. Bunlar (T, L), (M, C) ve (B, R) dir. Her bir denge durumu için oyuncuların kazançlarını aşağıdaki gibi gösterebiliriz.

(T, L) denge durumunda 1ci oyuncu için 3
2ci " " 3
kazanç vardır

(M, C) denge durumunda 1ci oyuncu için 2
2ci oyuncu için 4
kazanç vardır

(B, R) denge durumunda 1ci oyuncu için 6
2ci oyuncu için 5

kazanç olur.