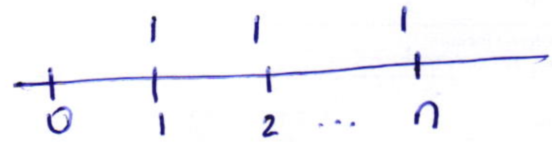
$\boxed{1}$

FINANS MATEMATİĞİ 26/05/2021

Sonsuz sayıda ödeme yapılan Annüiteler.

Sonsuz ödemeli annüitelerde sadece bugünkü değer hesaplaması yapılabilir.

Dönem sonu için.



$$a_{\overline{\infty}|} = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + (1+i)^{-n}$$

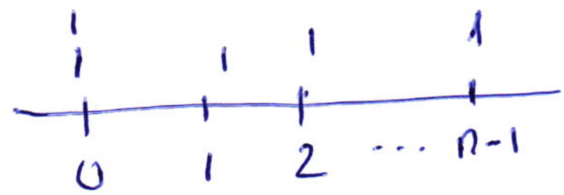
$$a_{\overline{\infty}|} = v + v^2 + \dots + v^n$$

$$a_{\overline{\infty}|} = v\left(1 + v + \dots + v^{n-1}\right)$$

$$a_{\overline{\infty}|} = v\left(\frac{1 - \overset{0}{\cancel{v^n}}}{1-v}\right) = \frac{v}{1-v} = \frac{(1+i)^{-1}}{1-(1+i)^{-1}}$$

$$a_{\overline{\infty}|} = \frac{1}{(1+i)-1} = \frac{1}{i}$$

Dönem başı için



$$\ddot{a}_{\overline{\infty}|} = 1 + (1+i)^{-1} + \dots + (1+i)^{-(n-1)}$$

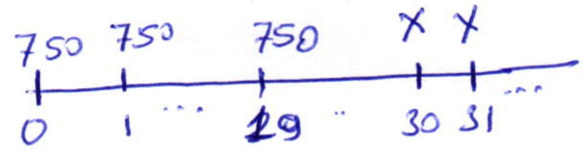
$$\ddot{a}_{\overline{\infty}|} = 1 + v + \dots + v^{n-1}$$

$$\ddot{a}_{\overline{\infty}|} = \frac{1 - \overset{0}{\cancel{v^n}}}{1-v} = \frac{1}{1-v} = \frac{1}{1-\frac{1}{1+i}} = \frac{1}{\frac{1+i-1}{1+i}} = \frac{1+i}{i}$$

$$\boxed{\ddot{a}_{\overline{\infty}|} = (1+i)\,\frac{1}{i}}$$

2 Problem: Ali bir fona 20 yıl boyunca her yılın başında 750 TL yatırarak ilk ödemesi 30 yıl sonra başlayan ve yıllık ödeme tutarı X olan ve sonsuza kadar süren bir annüite almayı planlamaktadır. Her iki annüite için yıllık efektif faiz oranı %10 olarak verildiğine göre X değerini bulunuz.

$$750\,\ddot{a}_{\overline{20}|} = X\,v^{30}\,\ddot{a}_{\overline{\infty}|}$$



$$750\cancel{(1+i)}\,\frac{1-(1+i)^{-20}}{\cancel{i}} = X(1+i)^{-30}\cancel{(1+i)}\,\frac{1}{\cancel{i}}$$

$$\frac{750\left(1-(1+i)^{-20}\right)}{(1+i)^{-30}} = X$$

$$\frac{750\left(1-\overbrace{(1.10)^{-20}}^{0.148}\right)}{\underbrace{(1{,}10)^{-30}}_{0.057}} = X$$

11.210,52 TL ödeme alır.

Düzensiz ödeme tutarlı annüite: Bir borcun ödenmesi ya da belirli bir fon belirli bir vade içinde değiştirilmek istendiğinde bazı durumlarda son düzenli ödemeden sonra ödenmesi gereken bir bakiye kalmaktadır. Kalan bakiye tutarına düzensiz ödeme adı verilir. Burada düzensiz ödeme tutarı düzenli ödeme tutarından büyükse balon ödeme küçükse düşük ödeme olarak adlandırılır.

[3] kalan bu bakiye tutarının değeri, paranın zaman değerindeki değişmeden dolayı etkilendiği için ödeme yapılacak zamanın bilinmesi gerekli. Bu düzensiz ödeme tutarı için ödemenin yapıldığı zamana bağlı olarak

1) Son düzenli ödemeyi izleyen düzenli ödeme zamanında yapılan, düzensiz ödeme tutarı
2) Son düzenli ödemenin yapıldığı andaki düzensiz ödeme tutarı
3) Son düzenli ödemenin yapıldıktan sonraki dönem içersinde herhangi bir noktada yapılan düzensiz ödeme tutarı

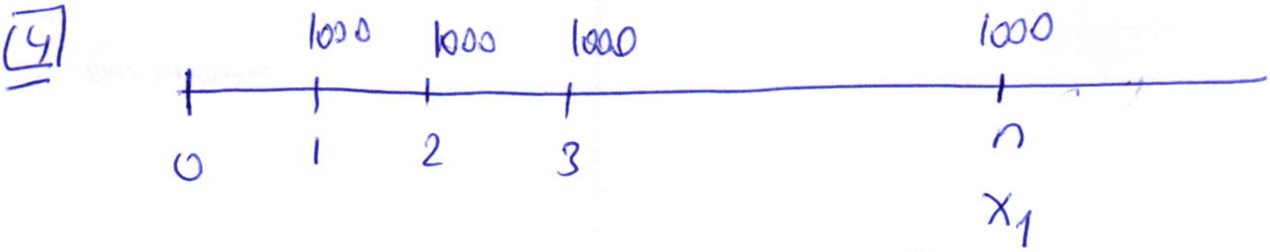
Örnek: 10.000 TL lik bir borç her yılın sonunda yapılacak 1000 TL lik ödemelerle kapatılmak istenmektedir. Yıllık efektif faiz oranı %8 olduğuna göre düzensiz olarak yapılan ödemenin, düzenli olarak yapılan ödemeden küçük olması koşuluyla yapılması gereken düzenli ödeme sayısını ve düzensiz ödeme tutarını

a) Düzensiz ödemenin son düzenli ödemenin yapıldığı anda yapılması

b) Düzensiz ödemenin son düzenli ödeme zamanından bir yıl sonra yapılması

c) Düzensiz ödemenin son düzenli ödemenin yapıldıktan sonraki bir yıl içersinde yapılması

4



$$1000\, s_{\overline{n|}} + X_1 = 10000\,(1+i)^n$$

Burada n'yi belirlemek için deneme yanılma yöntemleri kullanılır. Yıllık efektif faiz oranının sıfır olması durumunda, dönem sayısının 10 olması beklenir. Yıllık efektif faiz oranı pozitif olarak verildiği için belirlenecek dönem sayısının 10'dan büyük olması beklenir. Burada n'yi bulabilmek için $i=0.08$ faiz tablosu yardı deneme yanılma yöntemi kullanılır. Deneme yanılma ile n değerinin 20 olduğu sonucuna ulaşılır.

$$1000\, \underset{4.66}{s_{\overline{20|}}} + X_1 = 1000\,(1.08)^{20}$$

$$1000\, \frac{\overset{4.66}{(1.08)^{20}} - 1}{0.08} + X_1 = 1000\, \overset{4.66}{(1.08)^{20}}$$

$$45761,96 + X_1 = 46609{,}5$$

$$X_1 = 847.61$$

b) düzensiz ödemenin son düzenli ödeme yapılma zamanından bir yıl sonra yapılması

$$1000\, \ddot{s}_{\overline{n|}i} + X_2 = 10000\,(1+i)^{n+1}$$ $n=20$ konursa

$$X_2 = 91542 \text{ TL}.$$

c) düzensiz ödemenin son düzenli ödeme yapıldıktan sonraki 1 yıl içinde yapılması $1000\, a_{\overline{n+k|}} = 10000$

5

$a_{\overline{n+k}|}=10$

$$\frac{1-(1.08)^{-(n+k)}}{0.08}=10$$

$1-(1.08)^{-n}\cdot(1.08)^{-k}=0.8$ $\qquad n=20$ alınır.

$0.2=(1.08)^{-n}\,(1.08)^{-k}$

$0.2\cdot(1.08)^{20}=(1.08)^{-k}$

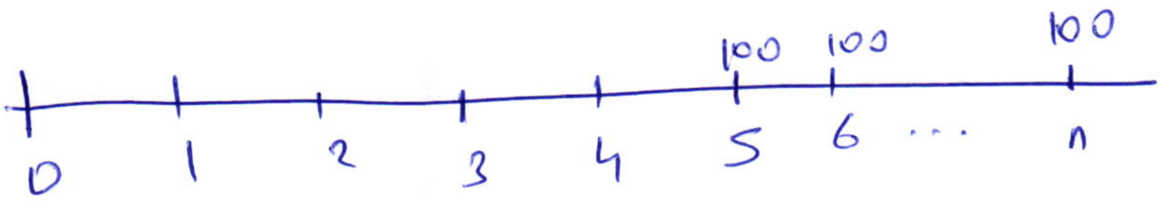
$0.932=(1.08)^{-k}$

$\log 0.932=-k\log(1.08)$

$-0.0305=-k\cdot 0.0334$

$$k=\frac{0.0305}{0.0334}=0.913 \text{ yıl.}$$

Problem 1000 $'lık bir borç 5ci yılın sonundan itibaren 100$'lık ödemelerle gerektiği kadar (n yıl) ödenecektir. Son ödeme miktarını ve zamanını bulunuz. $i=0.045$



$100(a_{\overline{n}|}-a_{\overline{4}|})=1000$

$a_{\overline{n}|}-a_{\overline{4}|}=10$

$$\frac{1-(1.045)^{-n}}{0.045}-\frac{1-(1.045)^{-4}}{0.045}=10$$

$\boxed{6}$ $(1.045)^{-4} - (1.045)^{-n} = 0.45$

$(1.045)^{-4} - 0.45 = (1.045)^{-n}$

$\underbrace{0.838 - 0.45}_{\Downarrow} = (1.045)^{-n}$

$\log 0.388 = -n \log(1.045)$

$-0.411 = -n\, 0.019$

$n = \dfrac{0.411}{0.019} = 21.63$ yıl.

$21 - 4 \overset{N}{=} 17$ ödeme yapılmış

$100\ddot{S}_{\overline{17|}} + X = 1000\, \underbrace{(1+0.045)^{22}}_{(1.045)^{22}}$

$100\, \dfrac{(1.045)^{17} - 1}{0.045} + X = 1000\, (1.045)^{22}$

$2474.17 + X = 2{,}633.65$

$X = 159.48\ \$$