

(1)

Dörsual Hareketli Ortalamalar

Belirli trendi olan verilere hareketli ortalamalar yöntemi uygulanırken tahminler hep gerçekleştiren değerlerden daha düşük kalmaktadır. Bu durumlar için "Dörsual Hareketli Ortalamalar" yöntemi geliştirilmiştir. Yöntemin esası ikinci bir hareketli ortalama hesaplanarak ibrettir. Böylelikle kasıtlı sistematik hata ortadan kalkmaktadır.

Birinci hareketli ortalama

$$y_t' = \frac{y_t + y_{t-1} + y_{t-2} + \dots + y_{t-k+1}}{k}$$

İkinci hareketli ortalama

$$y_t'' = \frac{y_t' + y_{t-1}' + y_{t-2}' + \dots + y_{t-k+1}'}{k}$$

$$a_t = y_t' + (y_t' - y_t'') = 2y_t' - y_t''$$

$$b_t = \frac{2}{k-1} (y_t' - y_t'')$$

$$\hat{y}_{t+m} = a_t + b_t m^*$$

m tahmini yapılacak dönemleri gösteren rakamdır.

Tüm formüller bir arada düşünülürken her dönem tahmini için birinci hareketli ortalamalara her iki hareketli ortalama arasındaki fark ilave edilerek trendi tahmin etmek için de her iki hareketli ortalama arasındaki fark k dönemin ortasına denk düşmesi için $\frac{2}{k-1}$ ile çarpılmaktadır.

(4)

ilk y_t^1 ve y_t^u değerler hesaplanırken bilineni mümkün oluyorsa

y_{t-1}^1 ve y_{t-1}^u değerleri yerine y_t değeri kullanılır

$$a_t = y_t^1 + (y_t^1 - y_t^u) = 2y_t^1 - y_t^u$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha} (y_t^1 - y_t^u)$$

$$\hat{y}_{t+m} = a_t + b_t m$$

Dr. Brown'un tek parametrelili dağılımlı üstel düğümleme yöntemi

On iki dönemlik dönemde tüketimi (bin ton) tahminleri en uygun

olun $\alpha = 0.2$ düğümleme sabitiyle ~~ayrık~~ ~~105~~ ~~106~~ ~~107~~ uygulanır

Yıl	Dönemler	y_t	y_t^1	y_t^u	a	b	$a + b m$
	1	36	36	36	—	—	—
	2	33	35,40	35,88	34,92	-0,12	—
	3	34	35,12	35,73	34,51	-0,15	34,80
	4	41	36,30	35,84	36,76	0,12	34,36
	5	39	36,84	36,04	37,64	0,20	36,88
	6	42	37,87	36,41	39,33	0,37	37,24
	7	44	39,10	36,95	41,25	0,54	39,70
	8	46	40,48	37,46	43,30	0,71	41,79
	9	45	41,38	38,40	44,36	0,75	44,01
	10	41	41,30	38,98	43,62	0,58	45,11
	11	46	42,24	39,43	44,85	0,66	44,20
	12	45	42,79	40,26	45,32	0,63	45,50
	13	—	—	—	—	—	45,95
	14	—	—	—	—	—	46,58
	15	—	—	—	—	—	47,4

Döğrusal Üstel Düğünleştirme Yöntemi

Döğrusal üstel düğünleştirme yöntemi döğrusal hareketli ortalamalar yönteminde en önemli farkı geçen bir verilerin esit değil fittikçe azalan gürliklerin verilmesidir. Düğün bir fittide sadece α veri ile α değerine döğünmesidir. Bu özelliklerinden döğrusal dolayı döğrusal hareketli ortalamalar oranla daha uygun olarak kullanılan tahmin teknikleridir. Özellikle Brown ve Holt tarafından geliştirilen iki önemli döğrusal üstel düğünleştirme yöntemi en uygun olarak kullanılmaktadır.

1. Brown'un Tek Parametrelili Döğrusal Üstel Düğünleştirme Yöntemi

Brown'un yöntemi döğrusal hareketli ortalamalar yöntemine benzetmekte ancak birinci ve ikinci düğünleştirilme değerleri arasındaki fark birinci düğünleştirilmiş değere ilave edilmekte ve trade uygulanmaktadır. Düğün olgusu ve nervous etkisi zamanı serisine uygundur. Deneyimler düğünleştirme sabitinin 0.1 ile 0.2 arasında değeri altında optimal sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir.

$$y_t' = \alpha y_t + (1-\alpha) y_{t-1}'$$

$$y_t'' = \alpha y_t' + (1-\alpha) y_{t-1}''$$

y_t' : tekli üstel düğünleştirme ile elde edilen değeri

y_t'' : ikili üstel düğünleştirilmiş değeri.

(5)

ikinci dönem y_2' ve y_2'' değerleri hesaplanırken y_1' ve y_2'' değerleri yerine birinci dönemin gözlem değeri y_1 kullanılmaktadır.

$$y_2' = 0.2(33) + 0.8(36) = 35.4$$

$$y_2'' = 0.2(35.4) + 0.8(36) = 35.88$$

$$a_2 = 35.4 + (35.4 - 35.88) = 34.92$$

$$b_2 = \frac{0.2}{0.8} (35.4 - 35.88) = -0.12$$

$$\hat{y}_{2+1} = \hat{y}_3 = a_2 + b_2 \cdot 1 = 34.92 - 0.12(1) = 34.80 \text{ b/n ton}$$

α - düzgünleştirme sabiti değeri üstel düzgünleştirme yöntemleri olduğu gibi 0-1 arasında hata topkularını minimize edecek α seçilir.

Örneğin 13. dönem tahmini

$$\hat{y}_{t+m} = \hat{y}_{12+1} = \hat{y}_{13} = a_{12} + b_{12}(1) = 45.32 + 0.63(1) = 45.95 \text{ b/n ton.}$$

14. dönem tahmini

$$\hat{y}_{12+2} = \hat{y}_{14} = a_{12} + b_{12}(2) = 45.32 + 0.63(2) = 46.58 \text{ b/n ton}$$

15. dönem tahmini

$$\hat{y}_{12+3} = \hat{y}_{15} = a_{12} + b_{12}(3) = 45.32 + 0.63(3) = 47.21 \text{ b/n ton}$$

(2)

ÖR 15 dönemlik satışlara (milyar TL) ücrete doğrusal hareketli ortalamaların uygulanması aşağıdaki Tablo'da gösterilmektedir. Ücrete hareketli ortalamaların bir kez daha ücrete hareketli ortalamaları alındıktan sonra a ve b parametreleri hesaplanarak tahminler yapılmıştır.

Dönemler	Satışlar	y_t^1	y_t^2	a	b	$a+bm$
1	70	—	—	—	—	—
2	78	—	—	—	—	—
3	68	72	—	—	—	—
4	75	73,7	—	—	—	—
5	86	76,3	74	73,6	2,3	80,9
6	64	75,0	75	75	0,0	75
7	89	79,7	77	72,4	2,7	85,1
8	95	82,7	79,1	86,3	3,6	89,9
9	77	87,0	83,1	90,9	3,9	94,8
10	90	82,3	85,7	88,9	1,6	90,5
11	92	86,3	86,9	85,7	-0,6	85,1
12	80	87,3	87,0	87,6	0,3	87,9
13	83	85,0	86,2	83,8	-1,2	82,6
14	96	86,3	86,2	84,6	0,1	86,5
15	112	97,0	89,4	104,6	7,6	112,2
16	—	—	—	—	—	119,8
17	—	—	—	—	—	127,4
18	—	—	—	—	—	—

$$\hat{y}_{15} = a_{14} + b_{14}m = 86,4 + 0,1 \cdot 1 = 86,5$$

$$\hat{y}_{16} = a_{15} + b_{15}m = 104,6 + 7,6 \cdot (1) = 112,2$$

15+1

$$\hat{y}_{17} = a_{15} + b_{15}m = 104,6 + 7,6 \cdot (2) = 119,8$$

15+2

$$\alpha = 0,2$$

Yıllar	Satışlar	y_t	y_t'	y_t''	a_t	b_t	c_t	$\hat{y}_t$
1983	63,6							
84	63,4							
85	61,3							
86	42,4							
87	40,7							
88	32,8							
89	33,7							
90	20,4							
91	66,5							
92	20,7							
93	51,9							
94	80,9							
95	80							
96	83,2							
97	87,9							
98	85,495							
99	88,125							
2000	90,855							

$$y_t' = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) y_{t-1}'$$

$$y_t'' = \alpha \cdot y_t' + (1-\alpha) y_{t-1}''$$

$$y_t''' = \alpha \cdot y_t'' + (1-\alpha) y_{t-1}'''$$

$$a_t = 3y_t' - 3y_t'' + y_t'''$$

$$b_t = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha)y_t' - (10-8\alpha)y_t'' + (4-3\alpha)y_t''']$$

$$c_t = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} (y_t' - 2y_t'' + y_t''')$$

$$\hat{y}_{t+m} = a_t + b_t \cdot m + \frac{1}{2} c_t \cdot m^2$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (\hat{y}_t - y)^2}{n}}$$

$\Rightarrow$ 15 defolu veya 18 defolu parketler.
Yani y_{t+2} $\alpha=0,2$ kullan.

ÜSTEL DÜZGÜNLESTİRME YÖNTEMLERİ

Kısa dönem tahminlerinde sıklıkla kullanılan "Üstel Düzgünleştirme Yöntemi" geçmiş dönem verilerine ağırlık veren basit hareketli ortalamalar yöntemine benzeyen ancak geçmiş dönem verilerine ağırlık değil farklı ağırlıklar verildiği bir yöntemler topluluğudur. Üstel tesimi verilen ağırlıkların veriler eskidikçe üstel bir şekilde azalması anlamını taşımaktadır. Diğer bir ifadeyle tahminde kullanılan geçmiş dönem verilerinden en yakın geçmişte gerçekleşene yüksek, veriler eskidikçe ise üstel olarak azalan ağırlıklar verilmektedir. Hareketli ortalamaların orta en önemli üstünlüğü bu özelliğidir.

1. Tekli (Basit) Üstel Düzgünleştirme

Literatürde Brown'un basit üstel düzgünleştirme yöntemi adı altında geçmektedir.

$y_1, y_2, \dots, y_n$ belki bir trendi ve mevsimlik dalgalanması olmayan zaman serisinin basit üstel düzgünleştirme yöntemiyle tahmini

$$y_t' = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha) y_{t-1}'$$

y_t' : t dönemi tahmini değeri

y_{t-1} : $t-1$ dönemi gözlem değeri

y_{t-1}' : $t-1$ dönemi tahmini değeri

α : Düzgünleştirme sabiti'dir.

Olaya uygun α değerinin belirlenebilmesi için 0-1 arandaki değerler denemek hataların kareleri toplamı veya ortalaması hesaplanır.

$$\sum_{t=1}^n e_t^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - y_t')^2 \quad \text{toplamını minimum yapan } \alpha$$

değeri seçilerek tahminlerde kullanılmaktadır. Uygulanmada düğümlerine sabiti olarak 0.01 ile 0.30 arandaki değerlerin genellikle daha uygun olduğu söylenebilir.

Yönteme üstel düğümlerine denilmesinin nedeni, tahminlerde geçen dönem verilerine üstel olarak azalan etkilere verilmesidir.

$$y_{t-1}' = \alpha y_{t-2} + (1-\alpha) y_{t-2}'$$

$$y_t' = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha) [\alpha y_{t-2} + (1-\alpha) y_{t-2}']$$

$$y_t' = \alpha y_{t-1} + \alpha (1-\alpha) y_{t-2} + (1-\alpha)^2 y_{t-2}'$$

$$\begin{aligned} y_t' &= \alpha y_{t-1} + \alpha (1-\alpha) y_{t-2} + (1-\alpha)^2 [\alpha y_{t-3} + (1-\alpha) y_{t-3}'] \\ &= \alpha y_{t-1} + \alpha (1-\alpha) y_{t-2} + (1-\alpha)^2 \alpha y_{t-3} + (1-\alpha)^3 y_{t-3}' \end{aligned}$$

Örneğin $\alpha = 0.1$ ise

$$\alpha(1-\alpha) = 0.09$$

$$\alpha(1-\alpha)^2 = 0.081$$

$$\alpha(1-\alpha)^3 = 0.0729$$

İncelenen dönemin ilk tahmini yapılırken genellikle bir önceki tarihin tahmini değeri yerine geçen değeri kullanılır.

$$y'_{t-1} = y_t$$

Tekli Üstel Düzgünleştirme
Değerleri y'_t

<u>Aylar</u>	<u>Dönem</u>	<u>y_t</u>	<u>$\alpha=0.1$</u>	<u>$\alpha=0.5$</u>	<u>$\alpha=0.9$</u>
Ocak	1	19	—	—	—
Şubat	2	13.2	19.00	19.00	19.00
Mart	3	19.6	18.42	16.10	13.78
Nisan	4	19.8	18.54	17.85	19.02
Mayıs	5	26.0	18.67	18.83	19.72
Haziran	6	16.5	19.40	22.42	25.37
Temmuz	7	15.4	19.11	19.46	17.39
Ağustos	8	12.0	18.74	17.43	15.60
Eylül	9	21.0	18.07	14.72	12.36
Ekim	10	23.0	18.36	17.86	20.14
Kasım	11	25.0	19.32	22.93	27.21
Aralık	12	—	19.89	23.97	25.22

$$y'_3 = \alpha y_2 + (1-\alpha) y'_2$$

$$y'_3 = 0.1 (13.2) + (1-0.1) 19 = 18.42$$

$$y'_3 = 0.5 (13.2) + (1-0.5) 19 = 16.10$$

$$y'_3 = 0.9 (13.2) + (1-0.9) 19 = 13.78 //$$

4 Döğrusal Olmayan Üstel Düzgünleştirme - Brown'ın İkinci Derece Üstel Düzgünleştirme Yöntemi

Zaman verileri eğriyel olduğunda Brown'ın ikinci derece üstel düzgünleştirme yöntemiyle tahminler yapılmaktadır. Döğrusal olmayan eğriyel düzgünleştirmeye geçerken öncelikle bir düzgünleştirme etkisindeki verilerin bir parametre ile ifade edilebilir.

İkinci derece üstel düzgünleştirme için denklemler:

$$y_t' = \alpha y_t + (1-\alpha) y_{t-1}'$$

$$y_t'' = \alpha y_t' + (1-\alpha) y_{t-1}''$$

$$y_t''' = \alpha y_t'' + (1-\alpha) y_{t-1}'''$$

$$a_t = 3y_t' - 3y_t'' + y_t'''$$

$$b_t = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha)y_t' - (10-8\alpha)y_t'' + (4-3\alpha)y_t''']$$

$$c_t = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} (y_t' - 2y_t'' + y_t''')$$

Tahmin Denklemleri

$$\hat{y}_{t+m} = a_t + b_t m + \frac{1}{2} c_t m^2$$

α 'nın seçimi diğer düzgünleştirme yöntemlerinde yapıldığı gibi yapılır.

Örn Brown'un ikinci derece üstel düğünleştirme yöntemi

Aşağıda yıllık satış (bin ton) serisinin $\alpha=0.2$ düğünleştirme sabitiyle Brown yöntemi kullanılarak tahminlerinin nasıl yapıldığı, gösterilmektedir.

Yıllar	Satışlar	Tebli			Tahminler		
	y_t	y_t'	y_t''	y_t'''	a	b	c
1983	63,6	—	—	—	—	—	—
84	68,4	64,56	63,79	63,64	65,95	0,522	0,0388
85	61,7	63,99	63,83	63,68	64,15	0,041	0,0002
86	42,4	59,67	63,00	63,54	53,55	-2,310	-0,1943
87	40,7	55,88	61,58	63,15	46,05	-3,619	-0,257
88	32,8	51,26	50,52	62,42	37,64	-4,912	-0,335
89	39,7	48,95	57,41	61,42	36,04	-4,479	-0,277
90	40,4	53,24	56,58	60,45	50,42	-0,552	0,033
91	66,5	55,89	56,44	59,65	58,00	1,270	0,166
92	70,7	58,85	56,92	59,10	64,89	2,666	0,157
93	51,9	57,46	57,03	58,91	60,00	1,228	0,132
94	80,9	62,15	58,05	58,58	70,88	3,485	0,289
95	90,0	67,72	59,98	57,86	82,38	5,468	0,411
96	93,2	72,82	62,55	59,60	90,41	6,456	0,457
97	87,9	75,84	65,21	60,72	92,61	5,919	0,374

1984 yılı için 1983 değeri 63,6 y_{t-1}' y_{t-1}'' y_{t-1}''' yerine kullanılır

$$y_t' = 0.2(68,4) + 0.8(63,6) = 64,56$$

$$y_t'' = 0.2(64,56) + 0.8(63,6) = 63,79$$

$$y_t''' = 0.2(63,79) + 0.8(63,6) = 63,64$$

$$a = 3(64,56) - 3(63,79) + 63,64 = 65,95$$

$$b = \frac{0.2}{0.04} \left[6 - 5(0.2) 64,56 - [10 - 8(0.2)] 63,79 + \right.$$

$$\left. [4 - 3(0.2)] 63,64 \right] = 0.522$$

$$C = \frac{0,2^2}{0,8^2} [64,56 - 2(63,79) + 63,64] = 0,0388$$

1985 yıl tahmini

$$\hat{y}_t = 65,95 + 0,522(1) + \frac{1}{2} 0,0388(1^2) = 66,43 \text{ tır}$$

Geçeklenenin olan 1993, 99 ve 2000 yılı tahmini ve 1997 yılı a, b ve c değerleri yazalım

$$\hat{y}_{1993} = 92,61 + 5,919(1) + \frac{1}{2} 0,384(1)^2 = 98,72$$

$$\hat{y}_{1999} = 92,61 + 5,919(2) + \frac{1}{2} 0,384(2)^2 = 105,22$$

$$\hat{y}_{2000} = 92,61 + 5,919(3) + \frac{1}{2} 0,384(3)^2 = 112,10$$