

1

OYUNLAR TEORİSİNE GİRİŞ

27.10.2020

Saat 13⁰⁰

Bir taşımacılık firması iki şehir arasında her gün kamyonları ürün taşıması yapmaktadır. Taşımacılık firması taşıma işini iki farklı yoldan yapabilmektedir.

Ancak firmanın kamyonunda bazı eksiklikler bulunmaktadır. Taşımacılık firmasının kamyonu A yolundan giderse her seferinde firma 200 Lira, B yolundan giderse 100 Lira kar etmektedir. İki yolu kontrol eden bir trafik ekibi bulunmaktadır. Firmanın kamyonu trafik ekibine rastlarsa taşımacılık firmasındaki kamyondaki eksiklikler için 200 Lira trafik cezası kesilmektedir.

a) Oyunun kazanç matrisini taşımacılık firması için kurunuz.

b) Taşımacılık firması ve trafik ekibi için stratejilerinin frekanslarını (olasılıklarını) hesaplayınız.

c) Taşımacılık firması için oyunun değerini hesaplayın.

Firmanın Stratejileri	Trafik ekibinin stratejileri	
	C_1 (A yolu) q_1	C_2 (B yolu) q_2
R_1 (A yolu) p_1	0	200
R_2 (B yolu) p_2	+100	-100

$$\begin{aligned}
 0q_1 + 200q_2 &\leq V \\
 100q_1 - 100q_2 &\leq V \\
 0p_1 + 100p_2 &\geq V \\
 200p_1 - 100p_2 &\geq V
 \end{aligned}$$

(2)

$$200(1-q_1) = 100q_1 - 100(1-q_1)$$

$$200 - 200q_1 = 100q_1 - 100 + 100q_1$$

$$300 = 400q_1$$

$$\boxed{q_1 = 3/4} \quad \boxed{q_2 = 1/4}$$

$$100p_2 = 200p_1 - 100p_2$$

$$100(1-p_1) = 200p_1 - 100(1-p_1)$$

$$100 - 100p_1 = 200p_1 - 100 + 100p_1$$

$$200 = 400p_1$$

$$\boxed{p_1 = 1/2} \quad \boxed{p_2 = 1/2}$$

oyunun değeri $0 \cdot 1/2 + 100 \cdot 1/2 = 50$

yada

$$200 \cdot 1/2 - 100 \cdot 1/2 = 50$$

$$0 \cdot 3/4 + 200 \cdot 1/4 = 50$$

$$100 \cdot 3/4 - 100 \cdot 1/4 = 50$$

İki kişili SABİT OLMAYAN TOPLANLI OYUNLAR
Rakip işletmelerin tam anlamıyla çatışma durumunda
olmaları beklenemez. İşletmeler iş birliği yapmadığı
Sabit toplamlı toplamli oyunlar üzerinde duracağız

3 Örnek Soygun yapan iki kişi yakalanmış ve tutuklu kalmıştır. Suçlu olduklarının bilinmesine karşı yargı yargının elinde Suçu kanıtlayarak yeterli delil yoktur. Bununla beraber sanıklar birbirine karşı taahhüt etmeleri konusunda ikna etmeye çalışmaktadır. Sanıkların suçlarını itiraf etmelerini sağlamak için birbirine ayrı ayrı şunları söyler. 'Suçu bizzat itiraf eder, diğerine karşı taahhüt ederse itiraf eden serbest kalır. itiraf etmeyen 9 yıl ceza alır. Her ikisi birden suçlu olduğunuzu kabul ederseniz 6'şar yıl ceza alırsınız. Her ikisi birden suçu reddederseniz 11'er yıl ceza alırsınız. Sizce Sanıklar için en uygun davranış ne olur?

Görüş: Sanıkların birbirleriyle haberleşmelerinin mümkün olmadığını varsayalım. Buna göre Sanıkların kazanç matrisleri aşağıdaki gibi düzenlenir.

Birinci Sanık için düzenlenen (ceza) matrisi aşağıdaki gösterilmiştir. İkinci Sanığın ceza matrisine geçmeden önce birinci Sanık için en iyi davranışın ne olacağını araştıralım. Birinci Sanığın ikinci Sanığın itiraf edeceğini umduğunu düşünelim. Bu durumda kendisi için en iyi strateji suçu kabul etmek olur. Birinci Sanığın, ikinci Sanığın suçu reddedeceğini düşündüğünü varsayalım. Bu durumda birinci Sanık için en iyi seçeneğe suçu kabul etmek olur. Özetle ikinci Sanığın tavır ne olursa olsun birinci Sanık için en iyi davranış birinci suçu kabul etmektir.

4

Özetle ikinci sanığın tavırı ne olursa olsun birinci sanık için en iyi davranış biçimi suçı kabul etmektir. Birinci sanığın ceza matrisi aşağıdadır.

Birinci Sanık	İkinci Sanık	
	İtiraf	Red.
İtiraf	-6	0
Red	-9	-1

şimdi ise ikinci sanığın en iyi davranış biçimini araştıralım.

Birinci Sanık	İkinci Sanık	
	İtiraf	Red
İtiraf	-6	-9
Red	0	-1

Özetle birinci sanığın tavırı ne olursa olsun ikinci sanık için en iyi davranış biçimi suçı kabul etmektir.

Sabit olmayan toplamsal oyunlarda oyun matrisini yukarıdaki gibi ayrı matrisler olarak değil de aşağıdaki gibi tek matris olarak gösterelim.

5

Birinci Sanık	İkinci Sanık	
	İtiraf	Red
İtiraf	$(-6, -6)$	$(0, -9)$
Red	$(-9, 0)$	$(-1, -1)$

Yukarıda açıklanmaların ortaya koyduğu gibi oyunun tepe noktası $(-6, -6)$ dir. Bunun anlamı her iki sanığın suçu kabul etmesi ve 6 şar yıl ceza almaları (toplam 12 yıl ceza) Yukarıdaki tablo incelendiğinde $(-1, -1)$ göztesinin işaret ettiği stratejilerin diğerlerinden daha iyi olduğu düşünülebilir. Çünkü bu durumda sanıkların 6 şar yıl yerine 1 şar yıl ceza almaları demektir. Ancak $(-1, -1)$ hiç gerçekleşmeyecektir. Çünkü sanıklardan biri $(-1, -1)$ i beklemediğinde diğeri bundan vazgeçerse 1 yıl yerine sıfır yıl olmasını sağlayabilir. Bu yüzden $(-1, -1)$ gerçekleşmez. İki karşılıklı sıfır toplamalı oyunlarda olduğu gibi iki karşılıklı sabit olmayan oyunların tepe noktası oyuncuların strateji seçimlerini tek başına değiştirmelerinin oyunculara hiç bir yarar sağlamadığı noktada ortaya çıkar.

Baskın stratejiler: Mahkem stratejilerin sürekli eliminasyonu tehlikesi ile silinmesi konusunda Sonunda oyundaki her oyuncunun bu süreç sonunda elinde kalan stratejiler bir alt küme oluşur. Hiç bir oyuncu alt kümenin dışındaki stratejiye oynamaz.

6 Makul stratejilerin elenmesiyle kalan stratejiler kümesine Makul stratejiler denir. Makul stratejiler asla en iyi tepki olmayacak stratejilerin sürekli elenmesiyle kalan stratejilerdir. Bu yüzden bir oyuncu optimal stratejilerini Makul stratejiler kümesinden seçer. Bu strateji kümesindeki her stratejiyi tutarlı bir şekilde gerçekleştirerek rasyonel bir şekilde oynayabilir. Fakat bir oyuncu kendi inançlarına göre en iyi tepkiyi verse bile bu diğer oyuncular hakkındaki inançlarının doğru olduğu anlamına gelmez. Yani Eğer karşı oyuncu irrasyonel bir oyuncu ise her şeyi yapabilir. Bu anlamda kendisinin en iyi tepki vermesi anlamsızlaşabilir.

Örneği Aşağıda verilen oyun matrisinin Makul stratejilerini belirleyiniz

	w	x	y	z
A	(7,5)	(-8,4)	(0,4)	(99,3)
B	(5,0)	(4,1)	(15,9)	(100,8)
C	(6,0)	(5,8)	(20,4)	(10,2)
D	(2,4)	(7,-10)	(3,9)	(10,8)
E	(1,6)	(2,-10)	(1,7)	(8,6)

2ci oyuncunun y stratejisi z stratejisini elimine eder; Bu durumda 1ci oyuncunun C, stratejisi B'yi, D stratejiside E'yi elimine eder. ^{Tabloların} Son hali aşağıdadır.

	w	x	y
A	(7,5)	(-8,4)	(0,4)
C	(6,0)	(5,8)	(20,4)
D	(2,4)	(7,-10)	(3,9)

7

Örnek Rakip iki firmanın (A ve B) satışları toplamı 240 Milyon TL'dir. Firmaların bu toplamı içindeki payları reklam harcamalarının miktarına bağlıdır. Firmalar reklama 6 ya da 10 milyon TL harcama durumunda olup reklam harcaması fazla olan firmanın satış geliri 190 milyon TL olmaktadır. Reklam harcamalarının eşit olması durumunda satış gelirleri de eşit olmaktadır. 1 TL'lik satıştan elde edilen kar 0.5 TL'dir. Firmaların amacı net karlarını en büyükmektir. Oyun matrisini kurunuz. Ve oyunda tepe noktası olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm: önce firma A ve B'nin strateji seçimlerinin sonunda ortaya çıkan sonuçlar hesaplanmalıdır.

A 6 milyon TL ve B'nin de 6 milyon TL ^{reklam} harcaması yaparsa durumunda A'nın net kazancı

$$120 \times 0.5 - 6 = 54 \text{ Milyon TL}$$

B'nin net kazancı ise

$$120 \times 0.5 - 6 = 54 \text{ Milyon TL}$$

A 6 milyon, B 10 milyon Reklam harcaması durumunda A'nın net kazancı $50 \times 0.5 - 6 = 19 \text{ Milyon TL}$

B'nin net kazancı $190 \times 0.5 - 10 = 85 \text{ Milyon TL}$

A 10 milyon B 6 milyon reklam harcaması yaparsa A'nın net kazancı 85 B'nin kide 19 milyon olacaktır

A 10 milyon B 10 milyon reklam harcaması yaparsa A'nın net kazancı $120 \times 0.5 - 10 = 50 \text{ Milyon}$ B'nin kide 50 milyon olur.

8

Satur oyuncusu stratejileri	Satur oyuncusu stratejileri	
	C_1 (6 Milyon)	C_2 (10 Milyon)
R_1 (6 Milyon)	(54, 54)	(19, 85)
R_2 (10 Milyon)	(85, 19)	(50, 50)

A, B'nin 6 milyon harcıyacağını düşündüğünde 54 Milyon kazanmak yerine 85 Milyon TL'yi kazanmayı yani R_2 stratejisini tercih edecektir. Benzer şekilde A, B'nin 10 milyon TL harcıyacağını düşündüğünde 19 Milyon kazanmak yerine 50 Milyon TL kazanmayı yani R_2 stratejisini tercih edecektir. Bu durumda A satur oyuncusu her durumda R_2 'yi seçmelidir. B, A'nın 6 milyon harcıyacağını düşündüğünde 54 Milyon kazanmak yerine 85 Milyon kazanmayı yani C_2 stratejisini tercih edecektir. B, A'nın 10 Milyon TL harcıyacağını düşündüğünde 19 Milyon kazanmak yerine 50 Milyon TL kazanmayı yani yine C_2 stratejisini tercih edecektir. Bu durumda B, D oyuncusu her durumda C_2 'yi seçmelidir. Bu durumda tepe noktasının (R_2, C_2) strateji çiftidir. Oyuna bakıldığında (R_1, C_1) yani her iki oyuncunun 54 Milyon TL'lik kazancın söz konusu olduğu durum daha iyi sonuçlar verdiği düşünülebilir. Ancak (R_1, C_1) seçiliğiyle