

MAT1072 MATEMATİK 2

ÇIKMIŞ SINAV SORULARI -2

1) $\left\{ \frac{n^{5/2}}{2n^2+1} \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{n}} \right\}_{n \geq 1}$ dizisinin limitini bulunuz.

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}$ serisinin toplamını bulunuz.

3) $\sum_{n=2}^{\infty} n \cdot \ln(1-n^{-1})$ serisinin karakterini (yakınsaklığını veya ıraksaklığını) tespit ediniz.

4) Eğer $\{a_n\}$ dizisi, ardışık olarak

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{n} \right] \cdot a_n, \quad n \geq 1$$

ile tanımlanmışsa, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisinin karakterini tespit ediniz.

5) $\sum_{n=0}^{\infty} n! (x-1)^n$ serisini yakınsak yapan x değer(ler)ini bulunuz.

6) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{4^{n+1}}$ serisinin yakınsaklık aralığını ve toplamını (temsil ettiği fonksiyonu) bulunuz.

7) Eger $n \geq 0$, bir tamsayı ise, $\sum_{k=n}^{\infty} 3^{n-k}$ toplamını bulunuz.

8) $\left\{ \ln \left(\frac{6n-1}{3n+2} \right) \right\}_{n \geq 1}$ dizisinin (alttan ve/veya üstten) sınırlılığını araştırınız.

9) $\sum_{k=3}^{\infty} (-1)^k \frac{\ln k + 1}{\sqrt{k}}$ serisini mutlak ve şartlı yakınsaklık açısından inceleyiniz.

10) $|x| < 1$ için $\frac{1}{1-x}$ in seri açılımından faydalanarak $g(x) = x \ln(1+x^2)$ ile verilen g fonksiyonunu temsil eden kuvvet serisini ve yakınsaklık aralığını bulunuz.

11) $|x| < 1$ için $\frac{1}{1-x}$ in seri açılımından yararlanarak

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{2^n}$ toplamını hesaplayınız.

12) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^n}{2^n \sqrt[3]{n^2+5}}$ kuvvet serisi hangi $x \in \mathbb{R}$ değerleri için,

i) mutlak yakınsak ii) şartlı yakınsak iii) ıraksak olur?

13) Aşağıdaki iki serinin yakınsak veya ıraksak olup olmadığını sebepleriyle belirleyiniz.

i)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \sin \frac{1}{n}}{\sqrt{n^2+n+1}}$$

ii)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1+\ln n)}$$

14)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^n} = ?$$

15)
$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, |x| < 1$$
 serisinden yararlanarak

$f(x) = \arctan x$ fonksiyonunun kuvvet serisini bulunuz. Bulduğunuz bu seriden yararlanarak $g(x) = \sqrt{x} \arctan \sqrt{x}$ fonksiyonunun Maclaurin serisini ve bu serinin genel terimi ile geçerli olduğu aralığı bulunuz.

16)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n!}$$
 serisinin yakınsak veya ıraksak olup olmadığını belirleyiniz.

17)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$$
 serisinin toplamını bulunuz.

18)
$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, |x| < 1$$
 ; serisinden yararlanarak

$f(x) = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$ fonksiyonunun kuvvet serisi temsilini ve bu serinin genel terimini bulunuz.

19)
$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\pi^{2n}}{(2n)! 9^n}$$
 serisinin toplamını bulunuz.

20) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{2}{n(n+3)}\right)$ serisinin toplamını bulunuz.

21) Eğer $\{a_n\}$ dizisi yakınsak ve $2a_n + 3a_{2n+1} = \frac{5n+1}{2n+3}$ ise, $\{a_n\}$ dizisinin limitini bulunuz.

22) Genel terimi $a_n = n - \ln(e^n + 1)$ olan dizinin limitini bulunuz.

23) Bir $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisinin terimleri, ardışık olarak,

$$a_1 = \frac{1}{2} \text{ ve } n \geq 1 \text{ için } a_{n+1} = (\sqrt{n^2 + n} - n) \cdot a_n$$

ile verilmiştir. Bu serinin karakterini (yakınsak veya ıraksak) belirleyiniz.

24) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^{n+1}}$ serisinin yakınsaklık aralığını ve toplamını (temsil ettiği fonksiyonu) bulunuz.

25) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{e})^{1-4n}$ serisinin toplamını bulunuz.

26) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$ serisinin toplamını bulunuz.

27) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$ serisinin toplamını bulunuz.

28) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(3^{-n})}{1+3^n}$ serisinin karakterini (yakınsak veya ıraksak) tespit ediniz.

29) Ardışık olarak, $a_1 = \frac{1}{2}$ ve $n \geq 1$ doğal sayısı için $a_{n+1} = \sqrt{3+a_n} - 1$ ile verilen $\{a_n\}$ dizisi için $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ olduğu bilindiğine göre $\left\{ \frac{a_{n+1}-1}{a_n-1} \right\}$ dizisinin limitini bulunuz.

30) Aşağıdaki serilerin yakınsak veya ıraksak olup olmadıklarını belirleyiniz.

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$

ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

31) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^{-n}}{\cos(n\pi)}$ serisinin toplamını bulunuz.

32) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(3-2x)^k}{k^2 \ln k}$ serisinin yakınsaklık aralığını bulunuz. Bu aralığın uç noktaları için seriyi inceleyiniz.

33) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \ln n}$ serisinin mutlak yakınsaklık ve şartlı yakınsaklığını inceleyiniz, yakınsak veya ıraksak olup olmadığını belirleyiniz.

34) $L(x) = \int_0^x \cos(t^2) dt$ fonksiyonunun Maclaurin serisini bulunuz. Serinin ilk 2 terimini kullanarak $L(0.1)$ değerini yaklaşık olarak hesaplayınız.

35) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{n^4 + \ln n}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

36) $\sum_{k=0}^{\infty} \int_k^{k+1} \frac{1}{1+e^x} dx$ serisinin toplamını bulunuz.

37) $\lim_{x \rightarrow 0} \int_x^{2x} \frac{e^{2t} - 1}{t^2} dt$ limitini hesaplayınız.

38) Parametrik olarak
 $x(t) = t^3$, $y(t) = (1-t^2)^{3/2}$, $-1 \leq t \leq 1$
ile verilen eğrinin uzunluğunu bulunuz.

39) $x = x(t)$, $y = y(t)$ olarak tanımlandıklarını kabul ederek;
 $t^2 \sin x + x^3 = e^t$, $y = t \sin t - 2t$ parametrik denklemleri ile
verilen eğrinin $t=0$ değerindeki teget doğrusunun eğimini
bulunuz.

40) $r=1$ çemberinin dışında ve $r=1+\cos\theta$ kardioidinin içinde kalan bölgenin alanını bulunuz.

41) Kutupsal koordinatları $\theta = -\frac{2\pi}{3}$ ve $-1 \leq r < 2$ şartlarını sağlayan noktalar kümesinin grafigini çiziniz.

42) $r=2$, $r=4\sin\theta$ ve $r\sin\theta=3$ ile sınırlı bölgenin alanını veren belirli integral(ler)i kutupsal koordinatlarda yazınız. Şekil çiziniz. integral(ler)i hesaplamayınız.

43) $r=2\cos\theta$ eğrisinin içinde, $r=\sqrt{2}$ eğrisinin dışında kalan bölgenin alanını bulunuz.

44) $r=e^{a\theta}$ eğrisinin $-\pi \leq \theta \leq \pi$ aralığındaki uzunluğunu bulunuz.

45) $x^2+y^2=2x$ ve $x^2+y^2=2y$ denklemlerini, $r=r(\theta)$ (kutupsal) formunda yazınız ve onları, aynı koordinat düzlemi üzerinde basitçe çiziniz.

46) $r=2\cos\theta$ çemberinin dışında ve $r=2\sin\theta$ çemberinin içinde kalan bölgenin alanını bulunuz.

47) $r=3\sin\theta$ ve $r=1+\sin\theta$ eğrilerinin sınırladığı ortak bölgenin alanını (belirli integral ile) hesaplayınız. Şekil çiziniz.

48) $P(1,1,-2)$ noktasından geçen ve xy -düzlemine dik olan doğru için bir parametrik denklem bulunuz.

49) $P(1,2,-3)$ noktasından geçen ve $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ vektörüne dik olan düzlem için bir denklem bulunuz.

50) $3x + y - 2z + 1 = 0$ ve $x - 3y + 5z = 10$ düzlemlerinin arakesit doğrusunun $x = 1 - 3t, y = 2 - t, z = 3 + 2t$ doğrusuna dik olup olmadığını araştırınız.

51) Denklemleri $x + y = 1$ ve $y + z = 2$ olan düzlemlerin arakesit doğrusu ile $x = 1 - t, y = 2 + t, z = 1 + 2t$ doğrusu arasındaki açıyı bulunuz.

52) $P(3,-1,0)$ noktasından geçen ve $x = 3 - t, y = 1 + t, z = -2 + 3t$ doğrusunu içeren düzlemin denklemini bulunuz.

53) $P_1: x + 2y - z = 1$ ve $P_2: 2x + y + z = 4$ düzlemleri ve

$l: x = 1 + t, y = 2 - t, z = 1 - t$ doğrusu veriliyor. Buna göre:

a) P_1 ve P_2 düzlemlerinin arakesit doğrusuna dik olan ve $P(1,-2,1)$ noktasından geçen düzlemin denklemini bulunuz.

b) P_1 düzleminin, l doğrusuna paralel olup olmadığını araştırınız.

54) $x + y = 1$ ve $2x + y - 2z = 2$ düzlemleri veriliyor.

a) Bu düzlemlerin kesişim doğrusunun parametrik denklemlerini bulunuz.

b) Bu düzlemlerin kesişim doğrusuna dik olan ve $P(3,1,-1)$ noktasından geçen düzlemin denklemini bulunuz.

55) $A(1, 6, -4)$ noktasından geçen ve

$x = 1 + 2t$, $y = 2 - 3t$, $z = 3 - t$ doğrusunu içeren düzlemin denklemini bulunuz.