

1) $\sum_{n=0}^{\infty} (n+3)x^{n+3}$ yakınsadığı fonk ve y, A bul

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \quad -1 < x < 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^{n+3} = \frac{x^3}{1-x}$$

türev al

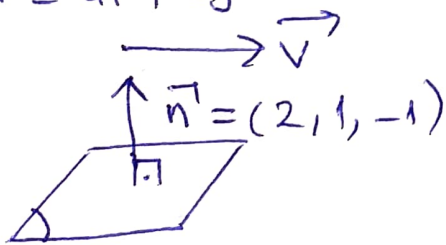
$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+3)x^{n+2} = \frac{3x^2(1-x) - (-1) \cdot x^3}{(1-x)^2} = \frac{3x^2 - 2x^3}{(1-x)^2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+3)x^{n+3} = \frac{3x^3 - 2x^4}{(1-x)^2} \quad (x \text{ ile çarpıldı})$$

$-1 < x < 1$

2) Hangi b sayısı için $\vec{v}$ vektörü $z = 2x + y + 2$ düzlemine paralel olsun

3) $\vec{v} = 4\vec{i} + b\vec{j} - 2\vec{k}$ $z = 2x + y + 2$



$$2x + y - z = -2$$

$$\vec{n} = (2, 1, -1)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$$

$$(4\vec{i} + b\vec{j} - 2\vec{k}) \cdot (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = 0$$

$$8 + b + 2 = 0$$

$$b = -10$$

4) $f(x) = \frac{x^2}{1-3x}$ fonk kuvvet serisi tensili ve yakınsaklık analizi bul

$$x^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1-3x} = x^2 \sum_{n=0}^{\infty} (3x)^n = \sum_{n=0}^{\infty} 3^n \cdot x^{n+2}$$

$$|r| = |3x|$$

$$r = 3x$$

Geo S.

$$|3x| < 1$$

$$|x| < \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$$

5)

$$\vec{d}_1 (2, 7, 1) = \vec{v}_1$$

$$\vec{d}_2 (-2, 1, -3) = \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0$$

$\vec{d}_1, \vec{d}_2$ diktir (döğru)

$$-4 + 7 - 3 = 0$$

$$\vec{v} = (6, 2, -4)$$

$$\vec{n} = (3, 1, -2)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \quad 18 + 2 + 8 \neq 0 \quad (\text{yanlıř})$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+2} + (-1)^n}{3^n} = ?$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot 4}{3^n} + \left(-\frac{1}{3}\right)^n = \sum_{n=1}^{\infty} 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n + \left(-\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{3}\right) \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\frac{\frac{8}{3}}{1 - \frac{2}{3}} + \frac{-\frac{1}{3}}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{31}{4}$$

$$7) \{a_n\} = \left\{ \frac{6^n + 1}{6^n} \right\}$$

I) dizi sınırlıdır II) Dizi yakınsaktır
III) Dizi monoton değildir IV) EKÜS = 6 V) EB

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n (1 + \frac{1}{6^n})}{6^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \frac{1}{6^n} = 1 \quad \text{yakınsak 1'de}$$

Monoton azalan ve alttan sınırlı her dizi yakınsaktır. EBAS limit, ilk terimi EKÜS dır.
Monoton artan ve üstten sınırlı her dizi yakınsaktır. EBAS ilk terimi, limiti EKÜS'dır.

Sınırlı olduğunu gösterelim.

$$\{a_n\} = \left\{ \frac{6^n + 1}{6^n} \right\} = 1 + \frac{1}{6^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^+$$

$$n \geq 1$$

$$6^n \geq 6$$

$$\frac{1}{6^n} \leq \frac{1}{6}$$

$$1 + \frac{1}{6^n} \leq 1 + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$

$$1 + \frac{1}{6^n} \leq \frac{7}{6} \quad \text{EKÜS}$$

$$\frac{1}{6^n} > 0 \quad 1 + \frac{1}{6^n} > 1 \quad \text{EBAS}$$

$$1 < 1 + \frac{1}{6^n} \leq \frac{7}{6}$$

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= \frac{6^{n+1} + 1}{6^{n+1}} - \frac{6^n + 1}{6^n} = \frac{6^{n+1} + 1}{6^{n+1}} - \frac{6^{n+1} - 6}{6^{n+1}} \\ &= \frac{-5}{6^{n+1}} < 0 \\ &\quad \text{azalan} \end{aligned}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 3^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(x-2)^{n+1}}{(n+1)3^{n+1}} \cdot \frac{n \cdot 3^n}{(x-2)^n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3(n+2)} \cdot |x-2| = \frac{1}{3} |x-2| < 1$$

$$|x-2| < 3$$

$$-3 < x-2 < 3$$

$$\boxed{-1 \leq x < 5}$$

$$x = -1 \text{ için}$$

$$\sum \frac{(-3)^n}{n \cdot 3^n} = \sum \frac{(-1)^n}{n}$$

$\frac{1}{n}$ ıraksak

Altıncı seri testi uygulandığında

seri başlı yakınsak

$$x = 5 \text{ için}$$

$$\sum \frac{3^n}{n \cdot 3^n} = \sum \frac{1}{n} \text{ ıraksak}$$

9) Her $n \in \mathbb{Z}^+$ için $a_n > 0$, $b_n > 0$

olmak üzere $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L$

olsun. Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangileri kesinlikle doğrudur?

* $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ ise $\sum a_n$ ıraksak

* $\sum a_n$ serisi yakınsak ise $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ dir

* $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ise $\sum a_n$ yakınsak olmayabilir

I) $\{b_n\}$ dizisi ıraksaktır.

II) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisi yakınsaktır

III) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ serisi ıraksaktır

10) Kaç tanesi ıraksaktır? oran $\frac{4}{3} > 1$ ıraksak

I) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^4+4}{3+n^3}$ ıraksak II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^{n+2}}$ III) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^4+2}$ Yakınsak

IV) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ Yakınsak V) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2}{3\sqrt{n}+1}$ ıraksak $\frac{1}{n^3}$ limit karşılaştırmalı $\frac{1}{n^{1/3}}$ limit karşılaştırmalı

11) I) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3+n^3}{n^3+2}$

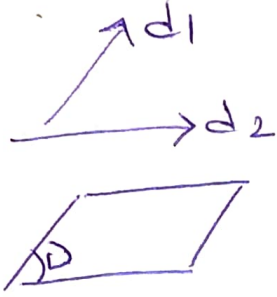
II) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n^2+4}}$

III) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^3 \ln n}$

II karakterlerini belirle. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3+3}{n^3+2} = 1 \neq 0$ ıraksak

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+4}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\sqrt{1+4/n^2}} = \frac{1}{1} = 1 \neq 0$ ıraksak $\frac{1}{n^3 \ln n}$ limit karşılaştırmalı $\frac{1}{n}$ ıraksak

12) $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases}$ ve $\begin{cases} x=1+2t \\ y=5+t \\ z=11 \end{cases}$ doğrularına paralel olan ve $P(1,2,3)$ noktasından geçen düzlemi denk bul



$$\vec{v}_1 = (4, 1, -1)$$

$$\vec{v}_2 = (2, 1, 0)$$

$$\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

$P(1,2,3)$ noktasından geçen $\vec{n} = (1, -2, 2)$ olan düzlem denk

$$1(x-1) - 2(y-2) + 2(z-3) = 0$$

$$x - 2y + 2z = 3$$

13)

x	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$	$f^{(4)}(x)$
3	18	-6	4	-4

 $f(x)$ fonk $x=3$ aldığı değerler

$f(3,1)$ yaklaşık değeri merkezi 3 olan 2. mertebe Taylor polinomunu yardımıyla hesapla.

$$f(3,1) = f(x) + \frac{f'(x)(x-3)}{1!} + \frac{f''(x)(x-3)^2}{2!} + \frac{f'''(x)(x-3)^3}{3!} + \dots$$

$$f(3,1) = f(3) + \frac{f'(3)(3,1-3)}{1!} + \frac{f''(3)(3,1-3)^2}{2!} + \frac{f'''(3)(3,1-3)^3}{3!}$$

$$= 18 - 6(0,1) + \frac{4(0,1)^2}{2} - \frac{4(0,1)^3}{6}$$

$$= 18 - \frac{6}{10} + \frac{2}{10^2} - \frac{2}{3 \cdot 10^3} = \frac{18000 - 600 + 20 - 2}{10^3} = \frac{17420}{10^3} = 17,42$$

$$14) \quad I) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n^3} \quad II) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(4n+1)^n}{(2n+3)^{2n}}$$

$$\sum \frac{n^{1/n}}{n^3}, \quad \sum \frac{1}{n^3} \text{ Limit karsılas}$$

$$\sum \frac{n^{1/n}}{\frac{1}{n^3}} = \sum n^{1/n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n} = ? \quad 1$$

$$n^{1/n} = x$$

$$\frac{1}{n} \ln n = \ln x$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1/n}{1}$$

$$= 0$$

$$\ln x = 0$$

$$x = e^0 = 1$$

$$\sum \frac{1}{n^3} \text{ yakınsak} \quad I \text{ yakınsak}$$

$$II) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(4n+1)^n}{(2n+3)^{2n}} = \sum_{n=2}^{\infty} \left[\frac{4n+1}{(2n+3)^2} \right]^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{4n+1}{4n^2+12n+9} \right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{4n^2+12n+9}$$

$$= 0 < 1 \text{ yakınsak}$$

$$15) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2} \text{ karakterini belirlemek için hangi test kullanılır}$$

ln integral testi ve seri yakınsak

$$16) \begin{cases} x = e^{\sin t} + 2t \\ y = e^{\cos t} + 6t \end{cases} \quad \begin{cases} t=0 \text{ de\u011ferimdeki te\u011fet} \\ \text{de\u011ferim de\u011feri} \end{cases}$$

$$x|_{t=0} = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'}{x'} = \frac{-\sin t e^{\cos t} + 6}{\cos t e^{\sin t} + 2} \bigg|_{t=0} = \frac{6}{1+2} = \frac{6}{3} = 2 \quad y|_{t=0} = e$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - e = 2(x - 1)$$

$$17) \{b_n\} = \{\sin 2n\pi\}, \quad \{a_n\} = \left\{ \frac{3n+1}{2n+2} \right\},$$

$\{c_n\} = \left\{ n \sin \frac{2}{n} \right\}$ dizisinin karakterlesini belirle.

$\{b_n\}$ yakınsak $-1 \leq \sin 2n\pi \leq 1$

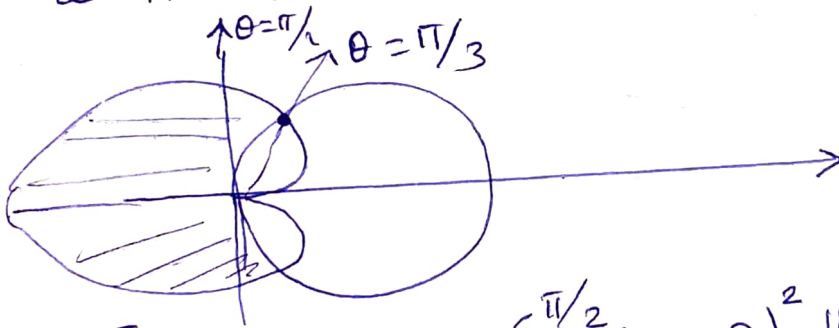
$\{a_n\} = \left\{ \frac{3n+1}{2n+2} \right\} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{2} \neq 0$ yakınsak

$\{c_n\} = \left\{ n \sin \frac{2}{n} \right\}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{\sin \frac{2}{n}}{\frac{2}{n}} \cdot \frac{2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{\sin \frac{2}{n}}{\frac{2}{n}}}_{1} \cdot \cancel{n} \cdot \frac{2}{\cancel{n}} = 2$$

$\frac{2}{n}$ yakınsak

18) $r = 4 - 4 \cos \theta$ içinde $r = 4 \cos \theta$ dışında kalan alanı veren int.



$$\int_{\pi/3}^{\pi} (4 - 4 \cos \theta)^2 d\theta - \int_{\pi/3}^{\pi/2} (4 \cos \theta)^2 d\theta$$

19) $f(x) = x \cos x - \sin(3x)$ maclaurin series nedir

$$x \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (3x)^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n)!} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1} \cdot 3^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$(2n+1)! = (2n)! \cdot (2n+1)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1} (2n+1)}{(2n+1)!} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1} \cdot 3^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (2n+1) - 3^{2n+1}}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$

20) $x = \pi + \sin 4t$ $y = e + \cos(4t)$

parametrik denklemleri ile verilen eğrinin $0 \leq t \leq \pi/2$ aralığındaki uzunluğu?

$$S = \int_0^{\pi/2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$$

$$= \int_0^{\pi/2} \sqrt{(4 \cos 4t)^2 + (-4 \sin 4t)^2} dt$$

$$\int_0^{\pi/2} 4 dt = 4t \Big|_0^{\pi/2} = 2\pi \text{ br}$$