

ör/ $f(x) = \frac{\sqrt{x-3} + \sqrt{8-x}}{x-4}$ fonk tanım kümesini bulunuz.

12

$$x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

$$8-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 8$$

$$x-4 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4$$

$$T.K = [3, 8] \setminus \{4\}$$

ör/ $A = \begin{bmatrix} \cos a & \sin a \\ \sin a & \cos a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin a & \cos a \\ -\sin a & \cos a \end{bmatrix}$ ise $|A| = ?$

$$A = \begin{bmatrix} \cos a \sin a - \sin^2 a & \cos^2 a + \sin a \cos a \\ \sin^2 a - \cos a \sin a & \sin a \cos a + \cos^2 a \end{bmatrix}$$

$$|A| = \cancel{\cos^2 a} \sin^2 a + \cos^3 a \sin a - \sin^3 a \cos a - \cancel{\cos^2 a} \sin^2 a - \cancel{\cos^2 a} \sin^2 a - \sin^3 a \cos a + \cos^3 a \sin a + \cancel{\cos^2 a} \sin^2 a$$

$$|A| = 2 \cos a \sin a (\cos^2 a - \sin^2 a) = \sin 2a \cdot \cos 2a = \frac{1}{2} \sin 4a$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$\frac{\sin 4x}{2} = \sin 2x \cos 2x$$

ör/ A ve B kare matrislerinden A matrisi simetrik ve B matrisi ters simetrik matristir. Buna göre $A+B+B^t = ?$

$$\left. \begin{array}{l} A \text{ simetrik} \quad A = A^t \\ B \text{ ters simetrik} \quad B = -B^t \end{array} \right\} A+B+B^t = A - B^t + B^t = A$$

ör/ $A = \begin{bmatrix} 3+a & 2-a & 2+a \\ 0 & 1-a & 3-a \\ 0 & 0 & 4-a \end{bmatrix}$ matrisinin tersi yoktur. Buna göre a'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$|A| = 0 \text{ olmalı} \quad |A| = (3+a) \begin{vmatrix} 1-a & 3-a \\ 0 & 4-a \end{vmatrix} = (3+a)(1-a)(4-a) = 0$$

$$a = -3 \quad a = 1 \quad a = 4$$

Toplam 2 dir.

ör/ Elemanları gerçel sayılar olan 3×3 mertebeli bir A matrisinin determinanı 3 tür. Buna göre $\det(EkA)$ kaçtır?

$$A^{-1} = \frac{EkA}{|A|} = \frac{EkA}{3} \Rightarrow 3A^{-1} = EkA$$

$$\det(3A^{-1}) = \det(EkA)$$

$$3^3 \cdot \det A^{-1} = \det(EkA)$$

$$3^3 \cdot \frac{1}{\det A} = \det(EkA)$$

$$9 = \frac{3^3}{3} = \det(EkA)$$

ör/ $f(x) = \log\left(\frac{x^2-3x+2}{x+1}\right)$ fonk tanım kümesini bulunuz?

$$\frac{x^2-3x+2}{x+1} > 0 \text{ olmalı } x \neq -1, x \neq 2, x \neq 1$$

x	-1	1	2
x^2-3x+2	+	+	-
$x+1$	-	+	+
$\frac{x^2-3x+2}{x+1}$	-	+	+

$$T.K = (-1, 1) \cup (2, \infty)$$

ör/ $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{x^2 - \pi x} = ?$ $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2(\pi+t)}{t \cdot (\pi+t)}$

$$x - \pi = t$$

$$x \rightarrow \pi \quad t \rightarrow 0$$

$$x^2 - \pi x = x(x - \pi)$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2\pi + 2t)}{t \cdot (\pi + t)}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{t \cdot (\pi + t)} \cdot \frac{2}{2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{\sin 2t}{2t}}_1 \cdot \frac{2}{\pi + t} = \frac{2}{\pi}$$

$$\begin{aligned} \text{ör/ } x - y + 2z &= a \\ -x + by + z &= 4 \\ 2x + 2z &= -4 \end{aligned}$$

denklemler sisteminin sonsuz çözümü olduğuna göre $a+b$ toplamı kaçtır?

$$[A:B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & a \\ -1 & b & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & -4 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & a \\ 0 & b-1 & 3 & 4+a \\ 0 & 2 & -2 & -4-2a \end{array} \right]$$

$H_2 \pm (1), H_3 \pm (-2)$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & a \\ 0 & b-1 & 3 & 4+a \\ 0 & 2 & -2 & -4-2a \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & a \\ 0 & b-1 & 3 & 4+a \\ 0 & 1 & -1 & -2-a \end{array} \right]$$

$H_3(\frac{1}{2})$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & a \\ 0 & 1 & -1 & -2-a \\ 0 & b-1 & 3 & 4+a \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & a \\ 0 & 1 & -1 & -2-a \\ 0 & 0 & b+2 & ab+2b+2 \end{array} \right]$$

H_{23}

$$\Gamma_A = \Gamma_{A|B} = r = 2 \text{ olmalı}$$

$n=3 \quad r < n$

$$b+2=0 \text{ ve } ab+2b+2=0$$

olmalı

$$b = -2 \quad -2a - 4 + 2 = 0$$

$$-2a = 2$$

$$a = -1$$

$$a+b = -1-2 = -3 \quad \checkmark$$

$$\text{ör/ } f(x) = \sqrt{\frac{x}{4-x}} \quad \text{fonk. tanım kumesini bulunuz.}$$

$$\frac{x}{4-x} \geq 0 \quad x \neq 4 \quad \text{olmalı}$$

x	0	4	
$\frac{x}{4-x}$	$-$	$+$	$-$

$\underbrace{\quad}$

$$T.K = [0, 4)$$

$$\text{ör} / \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{e^{2x} + 1} - e^x = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{e^{2x} + 1} - e^x \cdot \frac{\sqrt{e^{2x} + 1} + e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1} + e^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{e^{2x}} + 1 - \cancel{e^{2x}}}{\sqrt{e^{2x} + 1} + e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{e^{2x} \left(1 + \frac{1}{e^{2x}}\right)} + e^x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^x \left[\sqrt{1 + \frac{1}{e^{2x}}} + 1 \right]} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$\downarrow$
 0

$$\text{ör} / f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x+m, & x < 2 \\ 3x, & 2 \leq x \leq 4 \\ 2x+m, & x > 4 \end{cases}$$

fonksiyonunun $x=2$ ve $x=4$ noktalarındaki limiti
birer gerçel sayı olduğuna göre $m+n=?$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Rightarrow \begin{aligned} 2+m &= 3 \cdot 2 \\ 2+m &= 6 \quad m=4 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) \Rightarrow \begin{aligned} 3 \cdot 4 &= 2 \cdot 4 + m \\ 12 &= 8 + m \\ 4 &= m \\ n+m &= 4+4=8 \end{aligned}$$

Süreklilik

Bir fonksiyonun bir noktadaki sürekliliği,

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $A \subset \mathbb{R}$ ve $a \in A$ olsun. f fonksiyonunun

$x=a$ da sürekli olması için

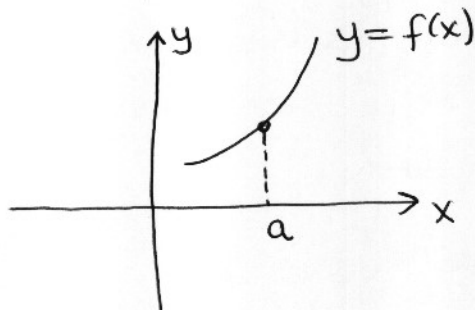
1) $x=a$ noktasında tanımlı olmalıdır.

2) $x=a$ noktasında limiti olmalıdır. Yani

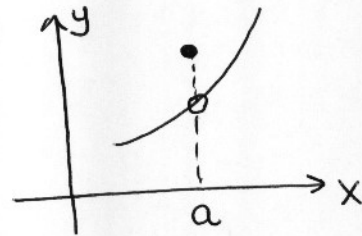
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ olmalıdır.}$$

3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ olmalıdır.

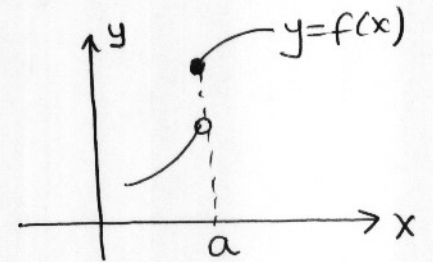
Yukarıdaki üç koşuldan en az birisi gerçekleşmez ise fonksiyon $x=a$ noktasında süreksizdir denir.



$f(x)$, a da sürekli



$f(x)$, a da süreksiz
çünkü $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq f(a)$



$f(x)$, a da süreksiz
 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$

ÖR/ $f(x) = \begin{cases} 2ax+b, & x < 2 \\ a, & x = 2 \\ (a+b)^x - 3a+1, & x > 2 \end{cases}$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \\ 4a+b &= (a+b)^2 - 3a+1 = a \end{aligned} \right\}$$

$$a = \frac{1}{2} \quad b = -\frac{3}{2} \quad a+b = -1 \text{ dir.}$$

fonksiyonu $x=2$ de
sürekli olduğuna göre
 $a+b$ toplamını bulunuz.

$$\begin{aligned} 4a+b &= a \\ b &= -3a \end{aligned}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab - 3a + 1 = a$$

$$a^2 + (-3a)^2 + 2a(-3a) - 3a + 1 = a$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a-1)^2 = 0 \quad a = \frac{1}{2}$$

Sağ - Sol süreklilik;

Bir $f(x)$ fonksiyonu ve $x=a$ noktası için

* $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ ise $f(x)$, a da sağdan

süreklidir derir.

* $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ ise $f(x)$, a da soldan

süreklidir derir.

Bir $f(x)$ fonksiyonunun a noktasında sürekli olması için gerek ve yeter koşul a 'da hem sağdan hem de soldan sürekli olmasıdır.

ÖR/ $H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ ise fonksiyonunun $x=0$ daki sağdan/soldan sürekliliğini araştırınız. Fonk $x=0$ da sürekli midir?

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} H(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 1 = 1 = f(0) \Rightarrow \text{fonk } x=0 \text{ da}$$

sağdan sürekli

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} H(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 0 = 0 \neq f(0) \Rightarrow \text{fonk } x=0 \text{ da}$$

soldan sürekli

Dolayısıyla $x=0$ da $H(x)$ fonk sürekli değildir.

ÖR/ $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ fonksiyonu $x=0$ da süreklidir?

$f(0) = 2$ tanımlı

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2\sin^2 x/2)}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2 \cdot \frac{4}{4}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot 4} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin x/2}{x/2} \cdot \frac{\sin x/2}{x/2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{2} \neq 2 = f(0)$$

$x=0$ da fonksiyon sürekli değildir.

ÖR/ $f(x) = \begin{cases} x-2, & x < -1 \\ ax^2+bx, & -1 \leq x < 1 \\ x+2, & x \geq 1 \end{cases}$

fonksiyonu her x reel sayısı için sürekli ise $a^2-b^2=?$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1) \Rightarrow a-b = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Rightarrow a+b = 3$$

$$a^2-b^2 = (a-b)(a+b) = 9$$

Türev

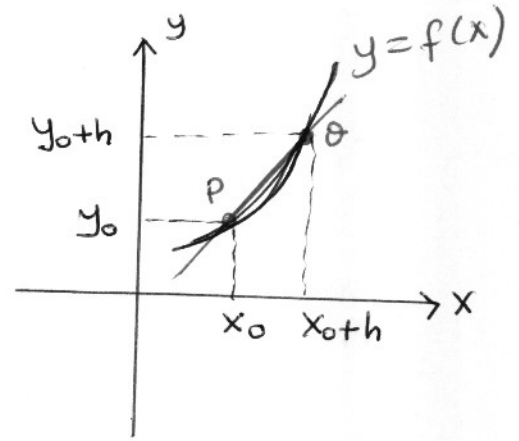
Değişim Oranı;

$f(x)$ fonksiyonunun

$[x_0, x_0+h]$ aralığındaki

değişim oranı

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{x_0+h - x_0} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \text{ dir.}$$



$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ değeri f fonksiyonunun $x=x_0$ noktasındaki anlık değişim oranıdır.

f in $[x_0, x_0+h]$ dalı değişim oranı geometrik olarak P ve Q dan geçen doğrunun eğimidir.

$$m_T = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \quad \text{Eğrinin } x=x_0 \text{ noktasındaki eğimi}$$

Tanım; $f(x)$ fonksiyonunun x_0 dalı türevi $f'(x_0)$ ile gösterilir. ve limitnin var olması koşulu ile

$$\left\{ f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \right\} \text{ olarak tanımların.}$$

Bu durumda f fonksiyonunun x_0 da türevlenebilir olduğu söylenir.

Türev $f'(x) = y'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x)$ şeklinde gösterilir.

$$\ast \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \text{ limiti}$$

1) $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki grafiğinin eğimi

2) $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki teğetinin eğimi

3) x_0 da ki $f'(x_0)$ türevi anlamına gelir.

ÖR / $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ ise $f'(x)$ 'i tanımı kullanarak bulunuz.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+(x+h)^2} - \sqrt{1+x^2}}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+(x+h)^2} - \sqrt{1+x^2}}{h} \cdot \frac{\sqrt{1+(x+h)^2} + \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+(x+h)^2} + \sqrt{1+x^2}}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1+(x+h)^2 - (1+x^2)}{h \cdot (\sqrt{1+(x+h)^2} + \sqrt{1+x^2})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2xh}{h(\sqrt{1+(x+h)^2} + \sqrt{1+x^2})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(h+2x)}{\cancel{h}(\quad)}$$

$$= \frac{2x}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+x^2}} = \frac{\cancel{2}x}{2\sqrt{1+x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

Sağdan ve soldan türevler;

Bir f fonksiyonunun $x=a$ deli sağdan türevi,
eğer limit mevcutsa;

$$f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \text{ olarak tanımlanır.}$$

Bir f fonksiyonunun $x=a$ deli soldan türevi,
eğer limit mevcutsa;

$$f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \text{ olarak tanımlanır.}$$

f fonksiyonunun $x=a$ da türeve sahip olması için

$$f'_+(a) = f'_-(a) \text{ olmalıdır.}$$

ÖR/ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 1 \\ 2x - 3, & x > 1 \end{cases}$ fonksiyonunun $x=1$ deli
türevini hesaplayınız.

$$\begin{aligned} f'_-(1) &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{[(1+h)^2 - 2] - (1^2 - 2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{(1+h)^2 - 2 + 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h^2 + 2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h(h+2)}{h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'_+(1) &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{2(1+h) - 3 - (1^2 - 2)}{h} = 2 \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{2 + 2h - 3 + 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{2h}{h} = 2 \end{aligned}$$

$$f'_-(1) = f'_+(1) = 2 \Rightarrow f'(1) = 2 \text{ dir.}$$

$$1) f(x) = c \quad (c \text{ sabit}) \text{ ise } f'(x) = 0$$

$$2) f(x) = x^n \quad f'(x) = nx^{n-1}$$

$$3) f(x) \mp g(x) \Rightarrow f'(x) \mp g'(x)$$

$$4) [f(x) \cdot g(x)]' = f'(x)g(x) + g'(x) \cdot f(x)$$

$$5) \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{[g(x)]^2} \quad g(x) \neq 0$$

$$6) f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = 1 + \tan^2 x = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$f(x) = \cot x \Rightarrow f'(x) = -(1 + \cot^2 x) = -\operatorname{cosec}^2 x = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$f(x) = \sec x \Rightarrow f'(x) = \sec x \tan x$$

$$f(x) = \operatorname{cosec} x \Rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$$

7) Bileske Fonk Türevi

$$(f \circ g)'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\text{OR/ } f(x) = 2x^2 - 3x \quad \text{ve} \quad g(x) = x^2 + x \quad \text{ise}$$

$$(f \circ g)'(x) = ? \quad f'(x) = 4x - 3$$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$= [4g(x) - 3] \cdot (2x + 1)$$

$$= [4(x^2 + x) - 3] (2x + 1) = 8x^3 + 12x^2 - 2x - 3$$

OR/ $y = \tan(5 - \sin 2t)$ $y' = ?$

$$y' = \sec^2(5 - \sin 2t) (-2 \cos 2t)$$

OR/ $r = \sin(f(t))$ $f(0) = \pi/3$, $f'(0) = 4$ $\left. \frac{dr}{dt} \right|_{t=0} = ?$

$$\frac{dr}{dt} = \cos(f(t)) f'(t)$$

$$\left. \frac{dr}{dt} \right|_{t=0} = \cos(\underbrace{f(0)}_{\pi/3}) \cdot \underbrace{f'(0)}_4 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

OR/ $f'(3) = -1$, $g'(2) = 5$, $g(2) = 3 = y = f(g(x))$
ise $y'(2) = ?$

$$y' = f'(g(x)) g'(x)$$

$$y'(2) = f'(\underbrace{g(2)}_3) \underbrace{g'(2)}_5 = -1 \cdot 5 = -5$$

OR/ $y = \sin(2x) + 3 \cos^2 x$

$$y' = 2 \cos 2x + 3 \cdot 2 \cos x (-\sin x)$$

$$y' = 2 \cos 2x + 6 \cos x (-\sin x)$$

OR/ $y = \cos(x^3 + 5x - 1)$ $y' = (3x^2 + 5) (-\sin(x^3 + 5x - 1))$
 $y' = -\sin(x^3 + 5x - 1) (3x^2 + 5)$

OR/ $y = x^3 \tan x$ old göre $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\pi/4} = ?$

$$y' = 3x^2 \tan x + x^3 \cdot (1 + \tan^2 x)$$

$$\begin{aligned} y' \Big|_{\pi/4} &= 3 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \tan \frac{\pi}{4} + \left(\frac{\pi}{4}\right)^3 (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}) \\ &= 3 \frac{\pi^2}{16} \cdot 1 + \frac{\pi^3}{64} (1 + 1) = \frac{3\pi^2}{16} + \frac{\pi^3}{32} \end{aligned}$$

ÖR/ $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sin^4 x - \cos^4 x}$ $f'(x) = ?$

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x)}$$

$\underbrace{\sin^2 x - \cos^2 x}_{-\cos 2x} \quad \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1$

$$f(x) = -\tan 2x$$

$$f'(x) = -2 \cdot (1 + \tan^2 2x) \text{ dir.}$$

ÖR/ $f(x) = x^3 + \frac{a}{x} - 3$ fonksiyonu için $f'(1) = 5$ olduğuna göre a değeri bulunuz.

$$f'(x) = 3x^2 + a \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$f'(1) = 3 - a = 5 \Rightarrow \begin{array}{l} -a = 5 - 3 \\ -a = 2 \quad a = -2 \end{array}$$

ÖR/ $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^3}$ $f'(x) = ?$

$$f'(x) = \frac{6x \cdot x^3 - 3x^2(3x^2 - 1)}{x^6} = \frac{6x^4 - 9x^4 + 3x^2}{x^6}$$

$$f'(x) = -\frac{3x^4 + 3x^2}{x^6} = x^2 \frac{(-3x^2 + 3)}{x^6}$$

$$f'(x) = -\frac{3(x^2 - 1)}{x^4}$$

Bileşke Fonk Türevi (2mcir kuralı)

$$y = f(u) \quad u = g(x) \text{ ise}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = f'(u) \cdot g'(x) \text{ biçiminde}$$

ifade edilir. Bileşke fonksiyonun türev kuralına 2mcir kuralı da dır.

ÖR/ $z = f(y) = 3y^2 - 2y$ $y = g(x) = x^2 + 5x - 1$

olduğuna göre $\frac{dz}{dx} = ?$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = (6y - 2) \cdot (2x + 5)$$

$$\frac{dz}{dx} = [6 \cdot (x^2 + 5x - 1) - 2] \cdot (2x + 5)$$

$$\frac{dz}{dx} = (6x^2 + 30x - 6 - 2)(2x + 5) = (6x^2 + 30x - 8)(2x + 5)$$

$$\frac{dz}{dx} = 12x^3 + 90x^2 + 134x - 40$$

$[f(x)]^n$ türevi:

$n \in \mathbb{R}$ ve f türemlenebilen bir fonksiyon ise

$$[f(x)^n]' = n \cdot [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x)$$

ÖR. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = (x^2 - x)^3$ ise $f'(x) = ?$

$$f'(x) = 3 \cdot (x^2 - x) \cdot (2x - 1)$$

$f(x) = \sqrt{g(x)}$ Fonksiyonunun türevi

$$f'(x) = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$$

OR. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ $f'(x) = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x}}$

ÖR/ $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} = (x^2 - 2x)^{1/2}$

İI yol. $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 2x)^{-1/2} \cdot (2x - 2)$