

Dif.Denk.Sistemlerinin

Runge-Kutta ile çözümünü veren bağıntılar aşağıdaki şekilde verilir

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6}(f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4)$$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}(g_1 + 2g_2 + 2g_3 + g_4)$$

Ve

$$f_1 = f(t_k, x_k, y_k)$$

$$f_2 = f\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2}f_1, y_k + \frac{h}{2}g_1\right)$$

$$f_3 = f\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2}f_2, y_k + \frac{h}{2}g_2\right)$$

$$f_4 = f(t_k + h, x_k + hf_3, y_k + hg_3)$$

$$g_1 = g(t_k, x_k, y_k)$$

$$g_2 = g\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2}f_1, y_k + \frac{h}{2}g_1\right)$$

$$g_3 = g\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2}f_2, y_k + \frac{h}{2}g_2\right)$$

$$g_4 = g(t_k + h, x_k + hf_3, y_k + hg_3)$$

Örnek2:

$$\frac{dx}{dt} = 2x + 3y$$

$\frac{dy}{dt} = 2x + y$ ve başlangıç koşulları $x(0) = -2.7$ $y(0) = 2.8$ olan diferansiyel denklemin $[0, 0.1]$ aralığındaki çözümünü $h = 0.05$ alarak Euler metoduyla çözünüz.

Cevap:2

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, y) = 2x + 3y$$

$$\frac{dy}{dt} = g(t, x, y) = 2x + y \quad \text{olup Euler Metodunun bağıntılarını kullanarak;}$$

$$x_{k+1} = x_k + hf(t_k, x_k, y_k)$$

$$y_{k+1} = y_k + hg(t_k, x_k, y_k) \quad t_{k+1} = t_k + h, \quad k = 0, 1, 2, \dots, M-1$$

$k = 0$ için

$$x_1 = x_0 + 0.05f(t_0, x_0, y_0) = -2.7 + 0.05f(0, -2.7, 2.8) \text{ için hesaplanırsa } x_1 = -2.55 \quad \text{ve}$$

$$y_1 = 2.67 \quad \text{bulunur}$$

Benzer şekilde $k = 1$ için de $x_2 = -2.4045$ $y_2 = 2.5485$ elde edilir.

ÖDEV Aynı soruyu R-K4 yöntemi ile çözünüz.