

Bir bakışta yakınsak mı ıraksak mı söyleyeceğiniz seriler

① Geo. Seri: $\sum_{n=1}^{\infty} a \cdot r^{n-1} \rightarrow |r| < 1 \Rightarrow \text{Yakınsak}$
 $\rightarrow |r| > 1 \Rightarrow \text{Irkaksak}$

② p-Serisi: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \rightarrow p > 1 \Rightarrow \text{Yakınsak}$
 $\rightarrow p \leq 1 \Rightarrow \text{Irkaksak}$

③ Daha genel p-serisi: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{p+a}}$ $\rightarrow p > 1 \Rightarrow \text{Yakınsak}$
 $\rightarrow p \leq 1 \Rightarrow \text{Irkaksak}$
 (a: bir sayı)

★ Sadece n'nin kuvvetlerini içeren kesirli bir genel terime sahip serinin yakınsaklığını izlemsiz belirleme:

$R(n) = \frac{P(n)}{Q(n)}$ olmak üzere $\sum R(n)$ karakterini belirlerken:

① $\frac{P(n)}{Q(n)} \rightarrow$ Payın ve paydanın en büyük derecesini belirle

② Payın derecesi > Paydanın derecesi $\Rightarrow$ Seri irkaksak (n. Terim Testinden)

Paydanın derecesi - Payın derecesi $> 1 \Rightarrow$ Seri yakınsak
 (Limit Testinden; pay ve paydanın derecesini eşitlemek için $p > 1$ olan yakınsak seri seçeriz çünkü)

Paydanın derecesi - Payın derecesi $\leq 1 \Rightarrow$ Seri irkaksak (Yine Limit Testinden)

Örnek:

$\sum \frac{n^2+1}{3n^2+2} \rightarrow 2. \text{ der.}$
 $\downarrow$
 Irkaksak
 (lim $a_n \neq 0$)

$\sum \frac{n^2+3n+1}{n^4+3n^2} \rightarrow 1. \text{ der}$
 $\downarrow$
 $4-1=3 > 2$
 Yakınsak
 (Uzun yaprak $\sum \frac{1}{n^3}$ seçerdik)

$\sum \frac{n^3+3n+3}{n^4+5} \rightarrow 4$
 $4-3=1 \rightarrow \text{Irkaksak}$
 (Uzun yaprak $\sum \frac{1}{n}$ seçerdik)

$\sum \frac{n^2+1+2}{n+3} \rightarrow 1$
 $\downarrow$
 Irkaksak
 lim $a_n \neq 0$
 $n \rightarrow \infty$

Alterne p-Serisi

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n^p} \rightarrow p > 1 \Rightarrow \text{Seri Mutlak Yakınsak}$$

$$\rightarrow 0 < p \leq 1 \Rightarrow \text{Seri Şartlı Yakınsak}$$

Örnek:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}} \rightarrow p = \frac{1}{2} < 1$$

Ş.Y.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 3n + 1}$$

$p = 2 > 1$ M.Y.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2} \quad (\text{Alterne Harmonik Seri})$$

$\hookrightarrow p = 1$ Ş.Y.