① $f(x,y) = \text{Arccos}\left(\frac{y}{x^2}\right) + \ln(1-x^2)$ fonksiyonunun tanım bölgesi aşağıdakilerden hangisidir?

①
$\text{Arccos}\left(\frac{y}{x^2}\right) \Rightarrow -1 \leq \frac{y}{x^2} \leq 1 \Rightarrow \boxed{-x^2 \leq y \leq x^2}$ *

②
$\ln(1-x^2) \Rightarrow 1-x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow \boxed{-1 < x < 1}$

③ $\frac{y}{x^2} \Rightarrow \boxed{x \neq 0} \rightarrow \boxed{-1<x<0 \,,\ 0<x<1}$ *

$* \Rightarrow D(x,y) = \{(x,y) \mid -x^2 \leq y \leq x^2, -1<x<0, 0<x<1\}$

Cevap C

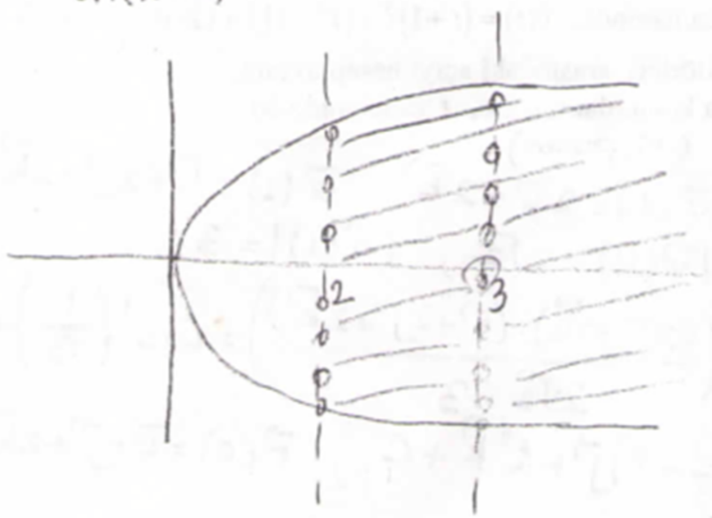
---

② $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{x-y^2}}{\ln(x-2)}$ tanım bölgesini çiziniz.

$\sqrt{x-y^2}$: $x-y^2 \geqslant 0 \Rightarrow x \geqslant y^2$ ✓

$\ln(x-y)$: $x-2>0 \Rightarrow x>2$

$\frac{1}{\ln(x-2)}$: $\ln(x-2) \neq 0$ $x-2 \neq 1$ $x \neq 3$



3) $f(x,y)=\ln(y^2x-1+y^2-x)$ fonksiyonunun tanım bölgesini çiziniz.

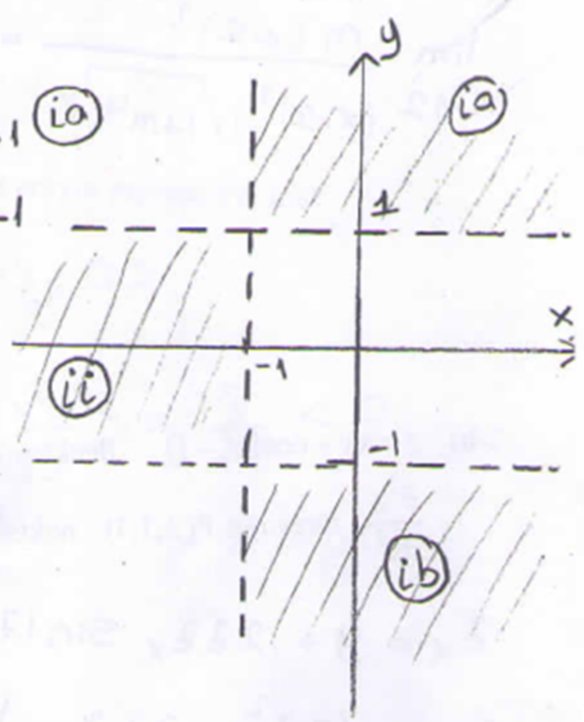
$y^2x-1+y^2-x>0 \rightarrow (y^2-1)(x+1)>0$

i) $y^2-1>0$; $x+1>0$
$y^2>1$; $x>-1$
$|y|>1$
$y>1$, $y<-1$

$\Rightarrow$ $x>-1$; $y>1$ (ia)
$x>-1$; $y<-1$ (ib)

ii) $y^2-1<0$; $x+1<0$
$y^2<1$; $x<-1$
$|y|<1$
$-1<y<1$

$\Rightarrow x<-1;\ -1<y<1$



4

$f(x,y)=\arccos\dfrac{x}{y^2}+\sqrt{\ln(1-xy)}$ fonksiyonunun tanım bölgesi aşağıdakilerden hangisidir?

(a) $\mathcal{D}=\{(x,y)\,|\,1\leqslant x\leqslant 2,\ 0\leqslant y\leqslant x\}$

(b) $\mathcal{D}=\{(x,y)\,|\,-x^2\leqslant y\leqslant x^2,\ 0\leqslant y\leqslant x\}$

(c) $\mathcal{D}=\{(x,y)\,|\,-x^2\leqslant y\leqslant x^2,\ xy>1\}$

(d) $\mathcal{D}=\{(x,y)\,|\,-y^2\leqslant x\leqslant y^2,\ xy\geqslant 2\}$

(e) $\mathcal{D}=\{(x,y)\,|\,-y^2\leqslant x\leqslant y^2,\ xy\leqslant 0,\ y\neq 0\}$

1) $-1\leq\dfrac{x}{y^2}\leq 1 \Rightarrow \boxed{-y^2\leq x\leq y^2}$

2) $\dfrac{x}{y^2} \Rightarrow \boxed{y\neq 0}$

3) $\ln(1-xy)\geq 0 \Rightarrow 1-xy\geq 1$
$xy\leq 0$

4) $1-xy>0 \Rightarrow 1\geq xy$

$\boxed{xy\leq 0}$

Cevap E

5) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0^+,2^-)}\frac{x+y-2}{\sqrt{x}+\sqrt{2-y}}\,(\sqrt{x}-\sqrt{2-y}) = \lim_{(x,y)\to(0^+,2^-)}\frac{x+\cancel{y-2}}{x-\cancel{2+y}}\cdot\underbrace{\sqrt{x}}_{0}-\underbrace{\sqrt{2-y}}_{0}$

$=\boxed{0}$

Cevap A

6

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{e^{xy}\sin(xy)}{xy}$ limitinin değeri kaçtır?

Cevap B

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \underbrace{e^{xy}}_{e^0=1} \cdot \underbrace{\frac{\sin(xy)}{xy}}_{1} = \boxed{1}$$

$$\left(\frac{\sin \boxed{0}}{\boxed{0}} = \frac{\tan \boxed{0}}{\boxed{0}} \to 1 \right)$$

Hatırlatma: $\lim\limits_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y)=0$ ise

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} \frac{\sin\boxed{(f(x,y))}}{\boxed{f(x,y)}} = \lim_{(x,y)\to(a,b)} \frac{\tan\boxed{f(x,y)}}{\boxed{f(x,y)}} = 1$$

7

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{3xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

I. $f(x,y)$ $(0,0)$ da tanımlıdır

II. $(0,0)$'a $y=x^2$ eğrisi ile yaklaşırken alınan limit değeri 0'dır

III. $(0,0)$ daki limiti 0 dır

IV. $(0,0)$ da süreklidir

ifadelerinden hangileri doğrudur?

a) I, II, III, IV b) I, II, IV c) I, II d) I, III, IV

I. Doğru ✓ $f(0,0)=0$ tanımlanmış ✓

II. $y=x^2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x\cdot x^2}{x^2+x^4} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3\cancel{x^3}\,x}{\cancel{x^2}(1+x^2)} = 0$ ✓ Doğru

III. $y=kx \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x\cdot kx}{x^2+k^2x^2} = \dfrac{3k}{1+k^2} \to$ k'ya bağlı limit yok (Yanlış)

IV. Limit olmadığından SÜREKLİ DEĞİL (Yanlış)

I ve II Doğru Cevap C

---

9) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x\cdot \ln(1+y)}{x^2+y^2}$ limitinin mevcudiyetini araştırınız.

$y=kx \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\cdot \ln(1+kx)}{x^2+k^2x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+kx)}{(1+k^2)x} \to \dfrac{0}{0}$ L'H.

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{k}{1+kx}}{1+k^2} = \dfrac{k}{1+k^2} \to$ k'ya bağlı Limit yok

6)

$$g(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4} & ,\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ,\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$ ve

$$f(x,y)=\begin{cases}x.\sin\dfrac{1}{y} & ,\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ,\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

fonksiyonlarının (0,0) daki sürekliliği için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

$g(x,y)$ için: $g(0,0)$ tanımlı ✓ $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} g(x,y)$ var mı?

$x=ky^2 \Rightarrow \lim\limits_{y\to 0}\dfrac{ky^2.y^2}{k^2y^4+y^4}=\dfrac{k}{1+k^2}\to$ k ya bağlı

Limit YOK

⇓

SÜREKSİZ

$f(x,y)$ için: $f(0,0)=0$ tanımlı ✓ $\lim\limits_{(x,y)}\to f(x,y)$ var mı?

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \underset{\sim}{\overset{0}{x}}.\underbrace{\overbrace{\sin\frac{1}{y}}^{\substack{-\infty\\ \sin\infty}}}_{-1\leq A\leq 1} = 0 \Rightarrow \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=f(0,0)=0$$

(Sıkıştırma Teo.)

⇓

f sürekli ✓

Cevap C

(10) $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt[3]{x}\cdot y^2}{x+y^3} & ,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & ,(x,y)=(0,0) \end{cases}$ fonk. u için

I. (0,0) da tanımlıdır

II. (0,0) da limiti mevcuttur

III. (0,0) da süreksizdir çünkü limiti 1 dir

IV. (0,0) da süreksizdir çünkü limiti yoktur

ifadelerinden hangileri doğrudur?

a) I, II b) I, II, III c) I, IV d) II, III

I. $f(0,0)=0$ ✓ Doğru

II. $x=ky^3$ için: $\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{k}\cdot y\cdot y^2}{ky^3+y^3}=\dfrac{\sqrt[3]{k}}{1+k}\to$ k'ya bağlı limit yok

(II. Yanlış)

III. Yanlış IV. Doğru ✓

$\boxed{\text{Cevap C}}$

(11) $z = e^{xy} + \cos(x^2y) + \ln(xy+x) + \text{Arctan}(xy)$ olsun.

$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,0)} = A \qquad \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,0)} = B$ ise $A+B=?$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y.e^{xy} + 2xy.(-\sin(x^2y)) + \frac{y+1}{xy+x} + \frac{y}{1+(xy)^2}$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,0)} = 0+0+1+0 = 1 \rightarrow A$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x\,e^{xy} + x^2.(-\sin(x^2y)) + \frac{x}{xy+x} + \frac{x}{1+(xy)^2}$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,0)} = 1+0+1+1 = 3 \rightarrow B \qquad A+B = 1+3 = \underline{\underline{4}}$$

Cevap D

---

(12) $z = \sin(x^2y^2) + \tan(xy)$ olsun.

$\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{(0,0)} = A \qquad \left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right|_{(0,0)} = B \Rightarrow A+B=?$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^2.\cos(x^2y^2) + y.\sec^2(xy)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2y^2.\cos(x^2y^2) + 2xy^2.(2xy^2).(-\sin(x^2y^2)) + y.2.\sec(xy).\sec(xy).\tan(xy).y$$

$\Downarrow \quad x=0, \; y=0$

$$\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{(0,0)} = 0 = A$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2yx^2 \, Cos(x^2y^2) + x \, Sec^2(xy)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2x^2 \, Cos(x^2y^2) + 2yx^2 . (2yx^2) . (-Sin(x^2y^2))$$
$$+ x . 2 Sec(xy) . Sec(xy) . Tan(xy) . x$$

$\Downarrow$ $x=0$, $y=0$

$$\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right|_{(0,0)} = 0 = B \quad \Rightarrow \quad A+B=0$$

Cevap A

---

(3) $$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{Sin(x^3+y^4)}{x^2+y^2} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$$ olsun.

$f_x(0,0) = A$ $\quad f_y(0,0) = B \quad \Rightarrow \quad A+B=?$

$$f_x(0,0) = \lim_{h \to 0} \frac{\overbrace{f(0+h,0)}^{h} - \overbrace{f(0,0)}^{0}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{Sin h^3}{h^2}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{Sin h^3}{h^3} = 1 = A$$

$$f_y(0,0) = \lim_{h \to 0} \frac{\overbrace{f(0,0+h)}^{h} - \overbrace{f(0,0)}^{0}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{Sin h^4}{h^2}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{Sin h^4}{h^3}$$

$$= \lim_{h \to 0} \underbrace{\frac{Sin h^4}{h^4}}_{1} . \underbrace{h}_{0} = 0 = B$$

$A+B=1$

Cevap B

(14) $f(x,y)=\sqrt[3]{x^4+y^2}$ fonksiyonunun $f_x(0,0)$ ve $f_y(0,0)$ türevleri ile hangisi doğrudur?

Eğer direkt türev alırsak:

$$f_x = 4x^3 \cdot \frac{(x^4+y^2)^{-2/3}}{3} = \frac{4}{3}\frac{x^3}{(x^4+y^2)^{2/3}} \qquad f_x(0,0) \to \frac{0}{0}$$

Bu sonuç türev yok demek değildir.

$$f_y = \frac{2y}{3(x^4+y^2)^{2/3}} \qquad f_y(0,0) \to \frac{0}{0}$$

→ Türev tanımı kullanmalıyız!!

$$f_x(0,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0+h,0)-f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{h^{4/3}-0}{h} = \lim_{h\to 0} h^{1/3} = \underline{\underline{0}}$$

$$f_y(0,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0,0+h)-f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{h^{2/3}-0}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{1}{h^{1/3}} \to \text{Limit yok}$$

$f_y(0,0)$ türevi mevcut değil

Cevap A

(15) $$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$ verilsin.

$f_x(0,0)$, $f_y(0,0)$ türevleri ve $f(x,y)$ nin $(0,0)$ daki sürekliliği ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

$$f_x(0,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0+h,0)-f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{0}{h} = \underline{\underline{0}}$$

$$f_y(0,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0,0+h)-f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{0}{h} = \underline{\underline{0}}$$

$x=my^2$ için $\lim_{y\to 0}\dfrac{my^2\cdot y^2}{m^2y^4+y^4} = \dfrac{m}{1+m^2}$ → Sonuç m'ye bağlı limit yok. Sürekli değil

Cevap C

(16) $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3-xy^3}{2x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ fonksiyonunun $(0,0)$ noktasında $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ kısmi türevinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a) -1

b) $-\frac{1}{2}$

c) 0

d) $\frac{1}{2}$

e) 1

$$f_x(0,0)=\lim_{h\to 0}\frac{\overbrace{f(0+h,0)}^{h}-\overbrace{f(0,0)}^{0}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{2h^2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h^3}}{2\cancel{h^3}}=\frac{1}{2}$$

Cevap D

---

(17) $z=z(x,y)$ olmak üzere $\dfrac{z^2}{2}=y+\dfrac{1}{y}g(xy)$ ise z_y türevi aşağıdakilerden hangisidir?

↓ y'ye göre türev

$$\frac{\cancel{2}z.z_y}{\cancel{2}}=1+\left(-\frac{1}{y^2}\right)g(xy)+\frac{1}{y}.x.g'(xy)$$

$$z_y=\frac{1}{z}-\frac{1}{zy^2}g(xy)+\frac{x}{yz}g'(xy)$$

Cevap C

---

(18) $z=x^2e^{y/x}$ olsun. $x.z_{xy}+(y-x)z_{yy}=A$ ise $A=?$

a) xy b) $-\frac{y}{x^2}$ c) $xye^{y/x}$ d) 0

$z_x=2x.e^{y/x}+x^2.\frac{-y}{x^2}e^{y/x}=(2x-y)e^{y/x}$

$z_{xy}=-e^{y/x}+(2x-y).\frac{1}{x}e^{y/x}$

$z_y=x^2.\frac{1}{x}e^{y/x}=xe^{y/x}$ $\Rightarrow$ $z_{yy}=x.\frac{1}{x}e^{y/x}=e^{y/x}$

$x.z_{xy}=-xe^{y/x}+2xe^{y/x}-ye^{y/x}=(x-y)e^{y/x}$

$(y-x)z_{yy}=(y-x)e^{y/x}$

$+\Rightarrow x z_{xy}+(y-x)z_{yy}=0$

Cevap D

(19) $z = x + \frac{1}{x} g(xy)$ olsun. $x \cdot z_x - y \cdot z_y = A$ ise $A = ?$

a) $2z - x$ b) 0 c) $2x - z$ d) $2z$

$z_x = 1 - \frac{1}{x^2} g(xy) + \frac{1}{x} \cdot y \cdot g'(xy) \rightarrow x \cdot z_x = x - \frac{1}{x} g(xy) + y \cdot g'(xy)$

$z_y = \frac{1}{x} \cdot x \cdot g'(xy) \rightarrow -y \cdot z_y = -y \cdot g'(xy)$

$x z_x - y \cdot z_y = x - \frac{1}{x} g(xy) + y \cancel{g'(xy)} - y \cdot \cancel{g'(xy)}$

$= x - \underbrace{\frac{1}{x} \cdot g(xy)}_{z-x} = x - z + x = \underline{\underline{2x - z}}$

Cevap C

(20) $w = f\left(ts^2, \frac{s}{t}\right)$, $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = xy$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{x^2}{y}$

olsun. $\left.\frac{\partial w}{\partial t}\right|_{(t,s)=(1,1)} = A$, $\left.\frac{\partial w}{\partial s}\right|_{(t,s)=(1,1)} = B \Rightarrow A + B = ?$

$w = f(\overbrace{ts^2}^{x}, \overbrace{\tfrac{s}{t}}^{y})$ $\quad \frac{\partial f}{\partial x} = xy \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x^2}{y}$ $\quad \left.\begin{array}{l} x = ts^2 \\ y = \frac{s}{t} \end{array}\right\}$ $t = s = 1 \Downarrow x = y = 1$

$w = f \rightarrow x, y \rightarrow s, t$

$\frac{\partial w}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial f}{\partial x}}_{xy} \cdot \underbrace{\frac{\partial x}{\partial t}}_{s^2} + \underbrace{\frac{\partial f}{\partial y}}_{\frac{x^2}{y}} \cdot \underbrace{\frac{\partial y}{\partial t}}_{-\frac{s}{t^2}}$

$\frac{\partial w}{\partial t} = xy\,s^2 - \frac{sx^2}{yt^2} \xrightarrow{x=y=s=t=1} \left.\frac{\partial w}{\partial t}\right|_{(1,1)} = A = 1 - 1 = 0$

$\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial s} = xy \cdot (2ts) + \frac{x^2}{y} \cdot \left(\frac{1}{t}\right)$

$\downarrow x = y = s = t = 1$

$\left.\frac{\partial w}{\partial s}\right|_{(1,1)} = B = 1.2 + 1 = 3$

$A + B = 3$

Cevap C

(21) $w=(x+y+z)^2$, $x=r-s$, $y=\cos(r+s)$, $z=\sin(r+s)$

ise $\left.\dfrac{\partial w}{\partial r}\right|_{\substack{r=1\\ s=-1}}=?$

$w \to x, y, z \to r, s$ $\qquad \left.\begin{matrix} r=1 \\ s=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x=2 \quad y=1 \quad z=0$

$$\frac{\partial w}{\partial r}=\frac{\partial w}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial r}+\frac{\partial w}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial r}+\frac{\partial w}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial r}$$

$$=2(x+y+z)\cdot 1+2(x+y+z)\cdot(-\sin(r+s))+2(x+y+z)\cos(r+s)$$

$\downarrow$ $r=1$, $s=-1$, $x=2$, $y=1$, $z=0$

$$\left.\frac{\partial w}{\partial r}\right|_{\substack{r=1\\ s=-1}}=2\cdot3+2\cdot3\cdot0+2\cdot3\cdot1=\underline{\underline{12}}$$

Cevap D

22) $F = F(\underbrace{x-y}_{u}, \underbrace{y-z}_{v}, \underbrace{z-x}_{w})$ fonksiyonunda $u = x-y$, $v = y-z$ ve $w = z-x$ dönüşümleri yapılırsa $\dfrac{\partial F}{\partial x} + \dfrac{\partial F}{\partial y}$ toplamı ne olur?

a) $2F_u$

b) $F_u + F_v + F_w$

c) 0

d) $F_v - F_w$

e) $2F_u - F_w$

$F \to u, v, w \to x, y, z$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = F_u \cdot \underbrace{u_x}_{1} + F_v \cdot \underbrace{v_x}_{0} + F_w \cdot \underbrace{w_x}_{-1} = \cancel{F_u} - F_w$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = F_u \cdot \underbrace{u_y}_{-1} + F_v \cdot \underbrace{v_y}_{1} + F_w \cdot \underbrace{w_y}_{0} = -\cancel{F_u} + F_v$$

+

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = F_v - F_w$$

Cevap D

---

23) $e^{x+y+z} = x+y-z$ olsun. $z_x - z_y = A \Rightarrow A = ?$

a) $2z$ b) 0 c) $2x+z$ d) $2(x+y+z)$

$F: e^{x+y+z} - x - y + z = 0 \to$ Kapalı fonk.

$$z_x = -\frac{F_x}{F_z} = -\frac{e^{x+y+z} - 1}{e^{x+y+z} + 1} \qquad z_y = -\frac{F_y}{F_z} = -\frac{e^{x+y+z} - 1}{e^{x+y+z} + 1}$$

$z_x = z_y$

$\Downarrow$

$z_x - z_y = \underline{\underline{0}}$

Cevap B

(24) $g\left(\frac{x}{z}\right)=yz$ olsun. $xz_x-yz_y=A \Rightarrow A=?$

a) 0 b) z c) x d) y

F: $g\left(\frac{x}{z}\right)-yz=0$ → Kapalı fonk.

$$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_x}{F_z}=-\frac{\frac{1}{z}\cdot g'\left(\frac{x}{z}\right)}{-\frac{x}{z^2}g'\left(\frac{x}{z}\right)-y}=\frac{z\cdot g'\left(\frac{x}{z}\right)}{xg'\left(\frac{x}{z}\right)+yz^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F_y}{F_z}=-\frac{-z}{-\frac{x}{z^2}g'\left(\frac{x}{z}\right)-y}=-\frac{z^3}{xg'\left(\frac{x}{z}\right)+yz^2}$$

Cevap B

$$x\cdot\frac{\partial z}{\partial x}-y\cdot\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{xz\,g'\left(\frac{x}{z}\right)}{xg'\left(\frac{x}{z}\right)+yz^2}+\frac{yz^3}{xg'\left(\frac{x}{z}\right)+yz^2}=\frac{z\left(\cancel{xg'\left(\frac{x}{z}\right)+yz^2}\right)}{\cancel{xg'\left(\frac{x}{z}\right)+yz^2}}=z$$

---

(25) $z=xy-\cos(z^2-1)$ denklemi ile kapalı olarak tanımlı $z=f(x,y)$ fonksiyonunun $\frac{\partial z}{\partial x}$ türevinin $P(2,1,1)$ noktasındaki değerini hesaplayınız.

a) 0 b) 2 c) 1 d) -1

F: $xy-\cos(z^2-1)-z=0$

$$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_x}{F_z}=-\frac{y}{-2z.(-\sin(z^2-1))-1}\quad \overset{\substack{x=2\\y=1\\z=1}}{\Rightarrow}\quad \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_P=-\frac{1}{0-1}=\underline{\underline{1}}$$

Cevap C

26) $xe^y + ye^z + 2\ln x - 2 - 3\ln 2 = 0 \Rightarrow \left.\dfrac{\partial x}{\partial z}\right|_{(1,\ln 2,\ln 3)} = ?$

$F: xe^y + ye^z + 2\ln x - 2 - 3\ln 2 = 0$

$$\frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{F_z}{F_x} = -\frac{ye^z}{e^y + \frac{2}{x}} \xrightarrow[\substack{x=1\\ y=\ln 2\\ z=\ln 3}]{} \frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{\ln 2 \cdot \overbrace{e^{\ln 3}}^{3}}{\underbrace{e^{\ln 2}}_{2} + 2}$$

$$= -\frac{3}{4}\ln 2$$

Cevap D

27

Lim. yok

$y = mx$

$$\lim_{x \to 0} \frac{3x - 3mx}{\underbrace{\sqrt{x^2 + m^2x^2}}_{|x|\sqrt{1+m^2}}} \quad \xrightarrow{x \to 0^+} = \frac{3-3m}{\sqrt{1+m^2}} \qquad \xrightarrow{x \to 0^-} = \frac{3m-3}{\sqrt{1+m^2}}$$

$$= \frac{e^0}{1+e^0} = \frac{1}{2}$$

$$= 0 \qquad -1 \le A \le 1 \qquad \sin\infty$$

I. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{3x-2y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ **II.** $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{e^{x+y}}{1+e^{x-y}}$ **III.** $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \left(x^2+y^2\right).\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}$

limitleri ile ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangisi doğrudur?

(a) I: Limit mevcut değildir

II: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{2}$'dir

III: Limit mevcuttur, değeri 1'dir

(b) I: Limit mevcut değildir

II: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{2}$'dir

III: Limit mevcuttur, değeri 0'dır

(c) I: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{\sqrt{2}}$'dir

II: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{2}$'dir

III: Limit mevcuttur, değeri 0'dır

(d) I: Limit mevcut değildir

II: Limit mevcuttur, değeri $\frac{1}{2}$'dir

III: Limit mevcut değildir

(e) I: Limit mevcut değildir

II: Limit mevcut değildir

III: Limit mevcut değildir

(28)

$$\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{\tan(xy)}{x^2y+x} = ?$$

(a) 0 **(b)** $\frac{1}{2}$ **(c)** $\frac{1}{3}$ **(d)** $\frac{1}{4}$ **(e)** 1

$$\lim_{(x,y)\to(0,1)} \underbrace{\frac{\tan xy}{xy}}_{1} \cdot \frac{\cancel{x}\,y}{\cancel{x}(xy+1)} = 1$$

(29)

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{\tan(xy)}{y+2xy} = ?$$

(a) 0 **(b)** $\frac{1}{2}$ **(c)** $\frac{1}{3}$ **(d)** $\frac{1}{4}$ **(e)** 1

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \underbrace{\frac{\tan xy}{xy}}_{1} \cdot \frac{x\,\cancel{y}}{\cancel{y}(1+2x)} = \frac{1}{3}$$

30

$f(x,y) = \arcsin\left(x^2 + y^2 - 1\right) + \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$ fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

(a) $D(x,y) = \left\{ (x,y) \middle| \ 1 < x^2 + y^2 < 2 \right\}$

(b) $D(x,y) = \left\{ (x,y) \middle| \ 0 \le x^2 + y^2 \le 1 \right\}$

(c) $D(x,y) = \left\{ (x,y) \middle| \ 1 \le x^2 + y^2 \le 2 \right\}$

(d) $D(x,y) = \left\{ (x,y) \middle| \ 1 < x^2 + y^2 \le 2 \right\}$

(e) $D(x,y) = \left\{ (x,y) \middle| \ 0 < x^2 + y^2 \le 1 \right\}$

☆ $\mathrm{Arcsin}(x^2+y^2-1)$

$\downarrow$

$-1 \le x^2+y^2-1 \le 1$

$\downarrow$

$0 \le x^2+y^2 \le 2$

☆ $\sqrt{x^2+y^2-1}$

$\downarrow$

$x^2+y^2-1 \geq 0$

$\downarrow$

$x^2+y^2 \geq 1$

$$\boxed{1 \le x^2+y^2 \le 2}$$

31

$f(x,y) = (x^2+y^2)\,tan\big(ln(xy)\big) + e^{(x-y)}$ fonksiyonu için

$2f_x(1,1) - f_y(1,1)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

$$f_x = \underbrace{2x \cdot Tan(\ln(\underbrace{xy}_{1}))}_{0} + \underbrace{(x^2+y^2)}_{2} \cdot \underbrace{Sec^2(\ln \underbrace{xy}_{0})}_{1} \cdot \underbrace{\frac{y}{xy}}_{1} + \underbrace{e^{x-y}}_{e^0}$$

$$f_x(1,1) = 0 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$f_y = 2y \cdot Tan(\underbrace{\ln(xy)}_{0}) + \underbrace{(x^2+y^2)}_{2} \cdot \underbrace{Sec^2}_{1}(\ln xy) \cdot \underbrace{\frac{x}{xy}}_{1} - \underbrace{e^{x-y}}_{1}$$

$$f_y(1,1) = 0 + 2 \cdot 1 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$2f_x - f_y = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

32)

$x = t^2 u v$, $y = u + t v^2$ olmak üzere türevlenebilen bir $z = f(x,y)$ fonksiyonu verilsin. $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,2)} = 4$ ve $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,2)} = -1$ ise $\frac{\partial z}{\partial t}$ kısmi türevinin $(t,u,v) = (1,1,1)$ noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

(a) 2

(b) 3

(c) 5

(d) 7

(e) 9

$z = f(x,y) \qquad x = t^2 u v \qquad y = u + t v^2$

$z \to x, y \to t, u, v$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial z}{\partial x}}_{4} \cdot \underbrace{\frac{\partial x}{\partial t}}_{2tuv} + \underbrace{\frac{\partial z}{\partial y}}_{-1} \cdot \underbrace{\frac{\partial y}{\partial t}}_{v^2}$$

$\downarrow$ $t = u = v = 1$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial t}\right|_{(1,1,1)} = 4 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 7$$

33

$x = t^2 u v$, $y = u + t v^2$ olmak üzere türevlenebilen bir $z = f(x,y)$ fonksiyonu verilsin. $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,2)} = 4$ ve $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,2)} = -1$ ise $\frac{\partial z}{\partial u}$ kısmi türevinin $(t,u,v) = (1,1,1)$ noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

(a) 2

(b) 3

(c) 5

(d) 7

(e) 9

$z = f(x,y)$ $\qquad x = t^2 u v$ $\qquad y = u + t v^2$

$z \to x, y \to t, u, v$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \underbrace{\frac{\partial z}{\partial x}}_{4} \cdot \underbrace{\frac{\partial x}{\partial u}}_{t^2 v} + \underbrace{\frac{\partial z}{\partial y}}_{-1} \cdot \underbrace{\frac{\partial y}{\partial u}}_{1}$$

$\downarrow t = u = v = 1$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial u}\right|_{(1,1,1)} = 4.1 - 1 = 3$$

34

$x = t^2 u v$, $y = u + t v^2$ olmak üzere türevlenebilen bir $z = f(x,y)$ fonksiyonu verilsin. $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,2)} = 4$ ve $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,2)} = -1$ ise $\frac{\partial z}{\partial v}$ kısmi türevinin $(t,u,v) = (1, 1, 1)$ noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

(a) 2

(b) 3

(c) 5

(d) 7

(e) 9

$z = f(x,y)$ $\quad x = t^2 u v$ $\quad y = u + t v^2$

$z \to x, y \to t, u, v$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \underbrace{\frac{\partial z}{\partial x}}_{4} \cdot \underbrace{\frac{\partial x}{\partial v}}_{t^2 u} + \underbrace{\frac{\partial z}{\partial y}}_{-1} \cdot \underbrace{\frac{\partial y}{\partial v}}_{2tv}$$

$\downarrow$ $u = t = v$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = 4 \cdot 1 - 1 \cdot 2 = 2$$

35

$$f(x,y)=\begin{cases}\left(x^2+y\right).\sin\dfrac{1}{x+y} & , (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & , (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

fonksiyonunun $f_x(x,y)$ ve $f_y(x,y)$ kısmi türevlerinin $(0,0)$ noktasındaki mevcudiyetleri ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

a) $f_x(0,0)$ mevcuttur ve değeri 0 dır
$f_y(0,0)$ mevcuttur ve değeri 0 dır

b) $f_x(0,0)$ mevcuttur ve değeri 1 dir
$f_y(0,0)$ mevcut değildir

c) $f_x(0,0)$ mevcuttur ve değeri 1 dir
$f_y(0,0)$ mevcuttur ve değeri 0 dır

d) $f_x(0,0)$ mevcuttur ve değeri 0 dır
$f_y(0,0)$ mevcut değildir

e) $f_x(0,0)$ mevcut değildir
$f_y(0,0)$ mevcut değildir

$$f_x(0,0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(0+h,0)-\overbrace{f(0,0)}^{0}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h^2.\sin\frac{1}{h}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\underbrace{h}_{0}.\underbrace{\sin\frac{1}{h}}_{-1\leq A\leq 1}=0$$

$$f_y(0,0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(0,0+h)-\overbrace{f(0,0)}^{0}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}.\sin\frac{1}{h}}{\cancel{h}}=\lim_{h\to 0}\sin\frac{1}{h}$$

→ Limiti mevcut değil

36

$f(x,y) = y\ln x + xe^y \quad (x>0\,,\, y>0)$ olmak üzere, $h(x,y).f_{xx} + x.f_{xy} - f_{yy} = 0$

denklemini sağlayan $h(x,y)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

(a) $h(x, y) = -\dfrac{y}{x}$

(b) $h(x, y) = \dfrac{x^2}{y}$

(c) $h(x, y) = x^2y$

(d) $h(x, y) = -x^2y$

(e) $h(x, y) = \dfrac{1}{xy}$

$f_x = \dfrac{y}{x} + e^y$

$f_y = \ln x + xe^y$

$f_{xx} = -\dfrac{y}{x^2}$

$f_{xy} = \dfrac{1}{x} + e^y$

$f_{yy} = xe^y$

$h \cdot f_{xx} + x \cdot f_{xy} - f_{yy} = 0$

$h \cdot \left(-\dfrac{y}{x^2}\right) + \overbrace{x \cdot \left(\dfrac{1}{x} + e^y\right)}^{1 + xe^y} - xe^y = 0$

$\dfrac{hy}{x^2} = 1 \rightarrow h = \dfrac{x^2}{y}$

37

$f(x,y) = y\ln x + xe^y \quad (x>0,\ y>0)$ olmak üzere, $h(x,y).f_{yy} + y.f_{xy} + x.f_{xx} = 0$

denklemini sağlayan $h(x,y)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

(a) $h(x, y) = -\dfrac{y}{x}$

(b) $h(x, y) = \dfrac{x^2}{y}$

(c) $h(x, y) = x^2 y$

(d) $h(x, y) = -x^2 y$

(e) $h(x, y) = \dfrac{1}{xy}$

$f_x = \dfrac{y}{x} + e^y$

$f_y = \ln x + xe^y$

$f_{xy} = \dfrac{1}{x} + e^y$

$f_{xx} = -\dfrac{y}{x^2}$

$f_{yy} = xe^y$

$h \cdot f_{yy} + y \cdot f_{xy} + x\, f_{xx} = 0$

$h \cdot xe^y + y \cdot \left(\dfrac{1}{x} + e^y\right) + x \cdot \left(-\dfrac{y}{x^2}\right) = 0$

$h \cdot xe^y + \cancel{\dfrac{y}{x}} + ye^y - \cancel{\dfrac{y}{x}} = 0$

$hx\cancel{e^y} = -y\cancel{e^y}$ $\quad \to h = -\dfrac{y}{x}$

38

x ; y ve z nin bir fonksiyonu olarak aşağıdaki denklem ile kapalı olarak tanımlansın :

$$e^{yz} + \sin(\pi yz) - xyz = 0$$

Bu durumda $\dfrac{\partial x}{\partial z}$ kısmi türevinin $(x, y, z) = (e, 1, 1)$ noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a) $-\dfrac{1}{\pi}$ **b)** $\dfrac{1}{\pi}$ **c)** $-\pi$ **d)** π **e)** $e - \pi$

$$F: e^{yz} + \sin(\pi yz) - xyz = 0$$

$$\frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{F_z}{F_x} = -\frac{y \cdot e^{yz} + \pi y \cos(\pi yz) - xy}{-yz}$$

$$\downarrow x = e \quad , y = z = 1$$

$$\left.\frac{\partial x}{\partial z}\right|_{(e,1,1)} = \frac{\cancel{e} + \pi \cdot \overbrace{\cos \pi}^{-1} - \cancel{e}}{1} = -\pi$$

(39)

x ; y ve z nin bir fonksiyonu olarak aşağıdaki denklem ile kapalı olarak tanımlansın :

$$e^{xz} - \sin(\pi xz) - yxz = 0$$

Bu durumda $\dfrac{\partial x}{\partial y}$ kısmi türevinin $(x,y,z) = (1,e,1)$ noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a) $-\dfrac{1}{\pi}$ **b)** $\dfrac{1}{\pi}$ **c)** $-\pi$ **d)** π **e)** $e-\pi$

$$F: e^{xz} - \sin(\pi xz) - yxz = 0$$

$$\frac{\partial x}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_x} = -\frac{-xz}{ze^{xz} - \pi z\cos(\pi xz) - yz}$$

$$\downarrow x = z = 1 \ , \quad y = e$$

$$\left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_{(1,e,1)} = \frac{1}{e - \pi \underbrace{\cos\pi}_{-1} - e} = \frac{1}{\pi}$$